

# السلامة

پیدا کردن رابطه‌هایی که در اَللّوها وجود دارند، گاهی بسیار دشوار است. با به‌خاطر سپردن چند رابطه‌ی ساده، می‌توان تعدادی از مسائل اَللّویابی را حل کرد.

## رابطه‌ی (۱): تعداد اعداد متوالی:

$$\text{تعداد اعداد متوالی} = \left( \frac{\text{کوچک‌ترین عدد} - \text{بزرگ‌ترین عدد}}{\text{فاصله‌ی اعداد}} \right) + 1$$

\*\*\*\*\*

مثال ۱: تعداد اعداد متوالی صحیح از ۷ تا ۵۰ را حساب کنید.

$$\left( \frac{50 - 7}{1} \right) + 1 = 44$$

\*فاصله‌ی اعداد صحیح، ۱ است.

\*\*\*\*\*

مثال ۲: تعداد اعداد فرد متوالی از ۱۰ تا ۵۰ را به دست آورید.

\*فاصله‌ی اعداد فرد متوالی، ۲ است.

\*بزرگ‌ترین عدد فرد بین ۱۰ و ۵۰، عدد ۴۹ است.

\*کوچک‌ترین عدد فرد بین ۱۰ و ۵۰، عدد ۱۱ است.

$$\left( \frac{49 - 11}{2} \right) + 1 = 20$$

گروه آموزشی عصر

\*\*\*\*\*

مثال ۳: تعداد اعداد مضرب ۶، بین ۲۰ و ۱۰۰ را به دست آورید.

\*فاصله‌ی اعداد مضرب ۶، ۶ است.

\*بزرگ‌ترین عدد مضرب ۶ بین ۲۰ و ۱۰۰، عدد ۹۶ است.

\*کوچک‌ترین عدد مضرب ۶ بین ۲۰ و ۱۰۰، عدد ۲۴ است.

$$\left( \frac{96 - 24}{6} \right) + 1 = 13$$



مثال ۴: اگر مجموعهای، از ۱۵ عدد مضرب ۳ تشکیل شده باشد و کوچکترین عدد این مجموعه، ۶ باشد، بزرگترین عدد این مجموعه چه عددی است؟

\*تعداد اعداد: ۱۵

\*بزرگترین عدد: ؟

\*کوچکترین عدد: ۶

\*فاصله‌ی اعداد: ۳

طبق رابطه‌ی (۱) داریم:

$$\left(\frac{?-6}{3}\right) + 1 = 15 \rightarrow \left(\frac{?-6}{3}\right) = 15 - 1 = 14$$

$$\rightarrow \frac{?-6}{3} = 14 \rightarrow ? - 6 = 14 \times 3 = 42 \rightarrow ? = 42 + 6 = 48$$

پس، بزرگترین عدد این مجموعه، ۴۸ است.

\*\*\*\*\*

رابطه‌ی (۲): مجموع اعداد متوالی:

$$\text{تعداد اعداد} \times (\text{کوچکترین عدد} + \text{بزرگترین عدد}) = \frac{\text{مجموع اعداد متوالی}}{2}$$

\*تعداد اعداد را از رابطه‌ی (۱) محاسبه می‌کنیم.

\*\*\*\*\*

مثال ۵: مجموع اعداد متوالی صحیح، از ۳۲ تا ۱۰۰ را حساب کنید.

\*ابتدا تعداد اعداد متوالی صحیح بین ۳۲ و ۱۰۰ را از رابطه‌ی (۱) به دست می‌آوریم.

$$100 - 32 + 1 = 69$$

تعداد اعداد: ۶۹

\*چون فاصله‌ی اعداد صحیح ۱ است، در محاسبه‌ی تعداد اعداد متوالی صحیح طبق رابطه‌ی (۱)، منفرج ۱ است.

\*تعداد اعداد: ۶۹

\*بزرگترین عدد: ۱۰۰

\*کوچکترین عدد: ۳۲



$$\frac{(100+32) \times 69}{2} = \frac{132 \times 69}{2} = 4554$$

طبق رابطه (۲):

پس مجموع اعداد صحیح متوالی از ۳۲ تا ۱۰۰، عدد ۴۵۵۴ است.

\*\*\*\*\*

مثال ۶: مجموع اعداد متوالی مضرب ۴، از ۵ تا ۵۰ را حساب کنید.

\* بزرگ‌ترین عدد مضرب ۴ بین ۵ و ۵۰: ۴۸

\* کوچک‌ترین عدد مضرب ۴ بین ۵ و ۵۰: ۸

\* فاصله اعداد: ۴

\* تعداد اعداد را از رابطه (۱) به دست می‌آوریم.

$$\left(\frac{48-8}{4}\right) + 1 = 11$$

\* مجموع اعداد را از رابطه (۲) به دست می‌آوریم.

$$\frac{(48+8) \times 11}{2} = \frac{56 \times 11}{2} = 308$$

\*\*\*\*\*

\* برای پیدا کردن n امین جمله الگوهای عددی (به عنوان مثال: صدمین شکل) که مقدار افزایش آن‌ها اعداد متوالی باشد، می‌توان مجموع اعداد متوالی فلش‌ها را پیدا کرد و با جمله اول جمع کرد.

\*\*\*\*\*

مثال ۷: دهمین جمله دنباله زیر را پیدا کنید.

۳ ، ۵ ، ۱۰ ، ۱۸ ، ۲۹ ، ...

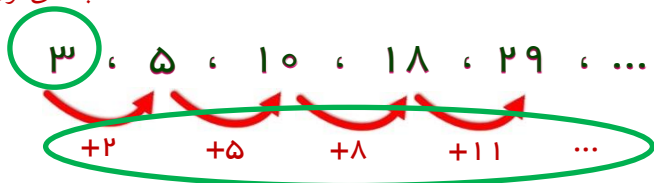
+۲    +۵    +۸    +۱۱

برای حل چنین الگوهای، ابتدا باید تعداد فلش‌ها را پیدا کنیم. تعداد فلش‌ها برابر است با تعداد فاصله‌ها؛ و می‌دانیم که همیشه تعداد فاصله‌ها یکی کمتر از تعداد اعداد است. پس اگر این دنباله از ۱۰ عدد (جمله) تشکیل شده باشد، تعداد فلش‌ها (فاصله‌ها) برابر است با:  $10 - 1 = 9$



چون روند این الگو افزایشی است، می‌توانیم حاصل جمع عددهای روی ۹ فلش را به دست آوریم و با جمله اول (۳) جمع کنیم تا جملهی دهم به دست آید.

جمله‌ی اول



مجموع اعداد روی فلش‌ها

می‌بینیم که عددهای روی فلش‌ها، اعداد متوالی هستند با فاصله‌ی ۳ (  $۵-۲=۳$  ) یا  $۸-۵=۳$  ). کوچک‌ترین عدد روی فلش‌ها، عدد ۲ است و باید بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها را هم پیدا کنیم. طبق رابطه‌ی (۱) می‌توانیم بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها را پیدا کنیم.

\*تعداد فلش‌ها:  $۱۰-۱=۹$

\*فاصله‌ی عددهای روی فلش‌ها: ۳

\*کوچک‌ترین عدد روی فلش‌ها: ۲

\*بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها: ؟

طبق رابطه‌ی (۱) داریم:  $\left(\frac{?-۲}{۳}\right) + ۱ = ۹ \rightarrow \left(\frac{?-۲}{۳}\right) = ۹-۱=۸$

$\rightarrow \frac{?-۲}{۳} = ۸ \rightarrow ?-۲ = ۸ \times ۳ = ۲۴ \rightarrow ? = ۲۴ + ۲ = ۲۶$

پس، بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها، ۲۶ است.

مرحله‌ی بعد، مجموع اعداد روی فلش‌ها را از رابطه‌ی (۲) محاسبه می‌کنیم:

\*تعداد فلش‌ها: ۹

\*بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها: ۲۶

\*کوچک‌ترین عدد روی فلش‌ها: ۲

www.my-dars.ir

$$\frac{(۲۶+۲) \times ۹}{۲} = \frac{۲۸ \times ۹}{۲} = ۱۲۶$$

طبق رابطه‌ی (۲):

در مرحله‌ی آخر، مجموع اعداد روی فلش‌ها را با جمله‌ی اول الگو (۳) جمع می‌کنیم و

$۱۲۶ + ۳ = ۱۲۹$

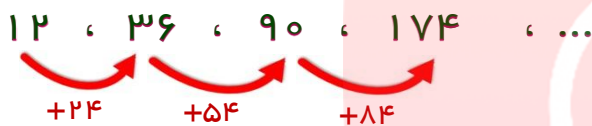
جمله‌ی دهم به دست می‌آید.

به طور خلاصه می‌توان مراحل زیر را برای به دست آوردن الگو محاسبه کرد:

- (۱) تعداد فلتش‌های مورد نیاز
- (۲) فاصله‌ی اعداد روی فلتش‌ها
- (۳) کوچک‌ترین عدد روی فلتش‌ها
- (۴) بزرگ‌ترین عدد روی فلتش‌ها
- (۵) مجموع اعداد روی فلتش‌ها
- (۶) اضافه کردن جمله‌ی اول الگو به مرحله‌ی ۵

\*\*\*\*\*

مثال ۸: صدمین جمله‌ی الگوی زیر را پیدا کنید.



- (۱) تعداد فلتش‌ها:  $100 - 1 = 99$
- (۲) فاصله‌ی عددهای روی فلتش‌ها:  $54 - 24 = 30$
- (۳) کوچک‌ترین عدد روی فلتش‌ها: ۲۴
- (۴) بزرگ‌ترین عدد روی فلتش‌ها: ؟

طبق رابطه‌ی (۱) داریم:

$$\left(\frac{? - 24}{30}\right) + 1 = 99 \rightarrow \frac{? - 24}{30} = 99 - 1 = 98$$

$$\rightarrow \frac{? - 24}{30} = 98 \rightarrow ? - 24 = 98 \times 30 = 2940 \rightarrow ? = 2940 + 24 = 2964$$

پس، بزرگ‌ترین عدد روی فلتش‌ها، ۲۹۶۴ است.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

(۵) مجموع اعداد روی فلتش‌ها:

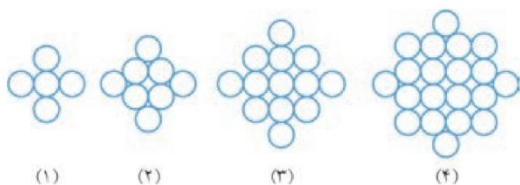
$$\frac{(2964 + 24) \times 99}{2} = \frac{1494 \times 99}{2} = 147906$$

(۶) الگوی صدم:

$$147906 + 12 = 147918$$

\*\*\*\*\*

مثال ۹: تعداد دایره‌ها در شکل دهم چندتا است؟



الگوی شکل به صورت زیر است:

۵ ، ۸ ، ۱۳ ، ۲۰ ، ...

+۳      +۵      +۷

(۱) تعداد فلش‌ها:  $10 - 1 = 9$

(۲) فاصله‌ی عددهای روی فلش‌ها:  $5 - 3 = 2$

(۳) کوچک‌ترین عدد روی فلش‌ها: ۳

(۴) بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها: ؟

طبق رابطه‌ی (۱) داریم:

$$\left(\frac{? - 3}{2}\right) + 1 = 9 \rightarrow \frac{? - 3}{2} = 9 - 1 = 8$$

$$\rightarrow \frac{? - 3}{2} = 8 \rightarrow ? - 3 = 8 \times 2 = 16 \rightarrow ? = 16 + 3 = 19$$

پس، بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها، ۱۹ است.

(۵) مجموع اعداد روی فلش‌ها:

$$\frac{(19 + 3) \times 9}{2} = \frac{22 \times 9}{2} = 99$$

$$99 + 5 = 104$$

(۶) تعداد دایره‌ها در شکل دهم:

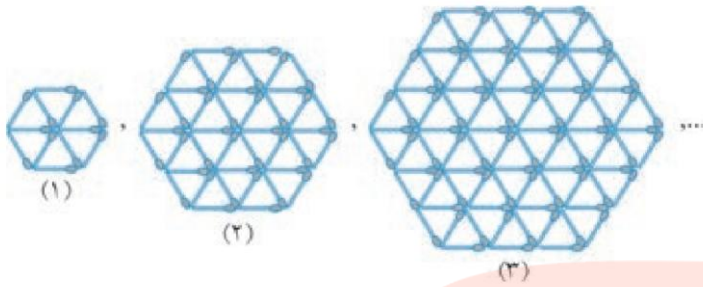
www.my-dars.ir

\* رابطه‌ی موجود در این الگو:  $4 + \text{شماره‌ی شکل} \times \text{شماره‌ی شکل}$

$$10 \times 10 + 4 = 104$$

\*\*\*\*\*

مثال ۱۰: در الگوی زیر، هر شکل از کثیر هم قرار دادن تعدادی چوب کبریت با اندازه‌ی واحد ساخته می‌شود. در شکل دهم، چند چوب کبریت وجود دارد؟



الگوی شکل به صورت زیر است:

$$12, 42, 90, \dots$$

$\xrightarrow{+30}$        $\xrightarrow{+48}$

(۱) تعداد فلش‌ها:  $10 - 1 = 9$

(۲) فاصله‌ی عددهای روی فلش‌ها:  $48 - 30 = 18$

(۳) کوچک‌ترین عدد روی فلش‌ها:  $30$

(۴) بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها: ؟

$$\left(\frac{? - 30}{18}\right) + 1 = 9 \rightarrow \frac{? - 30}{18} = 9 - 1 = 8$$

طبق رابطه‌ی (۱) داریم:

$$\rightarrow \frac{? - 30}{18} = 8 \rightarrow ? - 30 = 8 \times 18 = 144 \rightarrow ? = 144 + 30 = 174$$

پس، بزرگ‌ترین عدد روی فلش‌ها،  $174$  است.

(۵) مجموع اعداد روی فلش‌ها:

$$\frac{(174 + 30) \times 9}{2} = 918$$



(۶) تعداد چوب کبریت‌ها در شکل دهم:

$$918 + 12 = 930$$

\* رابطه‌ی موجود در این الگو:  $(1 + 3 \times \text{شماره‌ی شکل}) \times (3 \times \text{شماره‌ی شکل})$

$$(10 \times 3) \times (10 \times 3 + 1) = 930$$

