

پایه تحصیلی: نهم	باسمه تعالی	
تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۱۲	سؤالات امتحانی نیم سال اول	
وقت پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه	(سال تحصیلی ۹۵-۹۶)	
تعداد صفحات: ۴ صفحه	نام خانوادگی:	نام:
ساعت امتحان: ۹ صبح	نام دبیر: سعادت	نام کلاس:
	نام درس: ریاضی	شماره صندلی:

بارم	نمره مستمر:	نمره پایانی:	جمع:	نام و نام خانوادگی (دبیر مربوطه) امضاء:
۱				
۱				
۱				

۱. درستی و نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص نمایید:

(الف) اگر از اعضای یک مجموعه یک عضو کاسته شود، تعداد زیر مجموعه های آن نصف می شود.

(ب) دو سکه و یک تاس را با هم انداختیم، احتمال اینکه هر دو سکه «رو» و تاس «عددی اول» بیاید، $\frac{3}{8}$ است.

(پ) اگر طول و عرض مستطیلی اعدادی گنگ باشند، محیط آن ها همواره عددی گنگ خواهد بود.

(ت) دو مثلث متساوی الساقین که یک زاویه مساوی دارند، همواره با هم متشابه هستند.

۲. جاهای خالی را کامل کنید:

(الف) مقدار $n(p(p(\emptyset)))$ برابر است با است.

(ب) به پیشامدی که احتمال آن یک باشد، پیشامد می گویند.

(پ) کسر متعارفی عدد اعشاری $4/529$ بصورت است. (ساده کردن الزامی نیست).

(ت) محل برخورد عمود منصف های مثلث هایی که یک زاویه دارند، همواره بیرون مثلث قرار می گیرد.

۳. گزینه درست را انتخاب کنید:

(الف) کدام توصیف زیر یک مجموعه را مشخص می کند؟

(۱) چهار عدد زوج متوالی و دو رقمی با دهگان ۵ .

(۲) قرینه ، قرینه اعداد طبیعی که منفی باشند.

(۳) برخی از حالات ممکن برای سه فرزند یک خانواده.

(۴) بهترین تیم های فوتبال ایران .

(ب) تیراندازی، $0/4$ تیرهایش را به هدف می زند. کدام گزینه احتمال به هدف نزدن این تیر انداز است؟

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) صفر

(پ) کدام گزینه نادرست است؟

(۱) هر نقطه روی محور اعداد، نمایانگر عددی حقیقی است. (۲) اگر n مجذور کامل نباشد، \sqrt{n} عددی گنگ است.

(۳) بین هر دو عدد گنگ فقط تعدادی محدود عدد گنگ وجود دارد. (۴) $\mathbb{Q}^c = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

(ت) اگر فرض شود که « فلزات رسانای الکتریسیته هستند » و « برخی از فلز ها، مایع هستند » می توان نتیجه گرفت که:

(۱) همه رسانا های الکتریسیته ، مایع هستند.

(۲) همه مایع ها ، رسانای الکتریسیته هستند.

(۳) هیچ رسانای الکتریکی مایعی ، فلز نیست.

(۴) برخی از رسانا های الکتریسیته ، مایع هستند.

۱/۲۵

۴. کنار هر یک از عبارات داده شده در ستون سمت راست، شماره عبارت معادل آن از ستون سمت چپ را بنویسید.
(M مجموعه مرجع است و یک عبارت در ستون سمت چپ اضافه می باشد.)

الف	$(A \cap B)'$	۱	\mathbb{R}
ب	$(\mathbb{N} - \mathbb{Z}) \cup \mathbb{R}$	۲	$\{0\}$
پ	$\{x x \in \mathbb{R}, x = -1\}$	۳	$A' \cup B'$
ت	$M \cap (A \cup B)$	۴	\emptyset
ت	$\{x - 1 x \in \mathbb{N}, x + 1 < \sqrt{5}\}$	۵	$\{-1, +1\}$
		۶	$B \cup A$

۱/۵

۵. اگر مجموعه A شامل «اعداد اول طبیعی کوچک تر از ۱۳» و $B = \{n^2 + 1 | n \in \mathbb{Z}, -2 \leq n < 3\}$ باشند مطلوب است:

الف) مجموعه های A و B را به دست آورید.

ب) مجموعه $A \Delta B$ را با رسم نمودار ون مشخص کرده و تمام زیر مجموعه های آن را بنویسید.

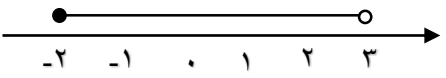
۱/۵

۶. اگر $A = \left\{ -2a - 1, 0/6, \frac{(-b)^3}{-b^2} + 2, \frac{3}{5}, \frac{c}{30} \right\}$ و $B = \left\{ 3 + \frac{2}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} \right\}$ ، d ، $\sqrt{0/36}$ ، $\sqrt[3]{27}$

دو مجموعه مساوی باشند به طوری که $a \in \mathbb{Z}$ ، $b, c \in \mathbb{N}$ ، $d \in \mathbb{Q}$ و d یک عدد اعشاری متناوب ساده باشد و $c < 20$ با ارائه راه حل مقدار a ، b ، c و d را به دست آورید؟

۲

۷. جدول زیر را کامل نمایید. (اعضای مجموعه B را بصورت تقریبی از کوچک به بزرگ، روی محور اعداد نمایش دهید.)

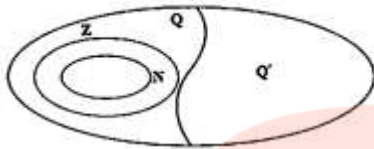
نمایش توصیفی (نمادین)	نمایش تفصیلی یا محدوده اعضا	نمایش روی محور اعداد
$A = \{x x \in \mathbb{Q}, 3x + 1 = -4\}$		
	$B = \left\{ \frac{7}{3}, \frac{7}{5}, 1, \frac{7}{9}, \frac{7}{11} \right\}$	
		
	$D = (-\infty, 2] - \{0\}$	

۸. اگر $A = \{0, 1, 2, -8, 16, 21, \sqrt{5}\}$ باشد، مجموعه A چند زیر مجموعه با عدد اصلی فرد دارد که اعضای آن ها عضو اعداد حسابی باشند.

۹. اصلاح کنید.

۰/۲۵

الف) متن زیر از کتاب درسی صفحه ۲۴ انتخاب شده است، ایرادی در آن بیابید و آن را اصلاح نمایید.

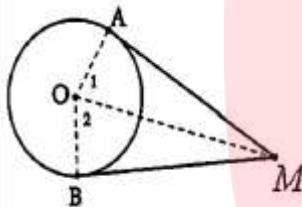


مثال: مجموعه‌های N و Z و Q و Q' به کمک نمودار ون، مشخص شده است.

مثال: $Q' = \{ \dots, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, \dots \}$
 $Q = \{ \dots, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, \dots \}$
 $Q' = \{ \dots, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, \dots \}$

۰/۵

ب) در متن انتخاب شده زیر، اشکال استدلال بکار رفته را بیابید و آن را اصلاح نمایید.



از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کرده ایم. در زیر اثباتی آورده شده است که نشان می دهد، اندازه این دو مماس با هم برابر هستند. (O مرکز دایره است)

اثبات: ابتدا همنهشتی دو مثلث OAM و OBM را اثبات می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} OM = OM \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{OAM} \cong \hat{OBM} \quad (\text{ض ز ض})$$

از تساوی اجزای متناظر این دو مثلث نتیجه می گیریم که $AM = BM$ می باشد.

۱

۱۰. اگر خانواده ای دارای ۳ فرزند باشد هریک از پیشامد های خواسته شده زیر را بصورت یک مجموعه مشخص نمایید.

الف) مجموعه A ، پیشامد اینکه خانواده دارای دو فرزند پسر باشد.

ب) مجموعه B ، پیشامد اینکه خانواده حداقل دو فرزند پسر داشته باشد.

www.my-dars.ir

۱

۱۱. دو تاس را با هم پرتاب می کنیم مطلوب است محاسبه هریک از احتمال های زیر:

الف) احتمال اینکه هر دو عدد رو شده مانند هم باشند.

ب) احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده، مضرب ۴ باشد.

۱

۱۲. در ظرفی ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی وجود دارد، ۳ مهره به تصادف از ظرف خارج می کنیم، احتمال آنکه حداکثر دو مهره قرمز باشد چقدر است؟

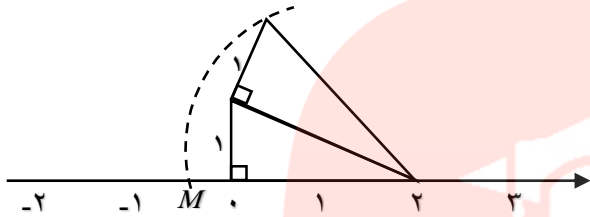
۱۳. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

الف)
$$A = \frac{6}{6 \times 9} + \frac{6}{9 \times 12} + \frac{6}{12 \times 15} + \dots + \frac{6}{27 \times 30}$$

ب)
$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots$$

ج)
$$C = \frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{3}}{2 - \frac{1}{3}} \times \frac{\frac{4}{9} \times \frac{2}{5}}{\frac{12}{15} \div \frac{4}{5}}$$

۱۴. محور زیر را در نظر بگیرید.

الف) نقطه M چه نقطه ای را نشان می دهد؟

ب) با توجه به قسمت «الف» حاصل عبارت قدر مطلق زیر را محاسبه نمایید:

$$\sqrt{(M)^2} + |M + 1| =$$

۱۵. برای هر یک از ادعا های زیر یک «مثال نقض» بیاورید:

الف) در همه متوازی الاضلاع ها، قطر ها با هم برابر هستند.

ب) همواره محل برخورد ارتفاع های هر مثلث، درون آن مثلث خواهد بود.

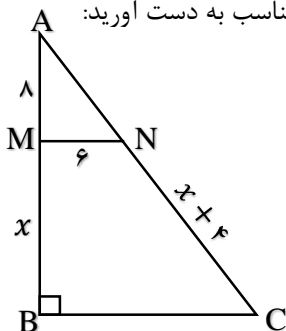
۱۶. ثابت کنید «مجموع زوایای خارجی هر مثلث 360° درجه است».

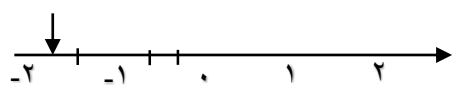
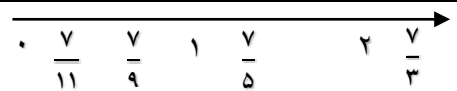
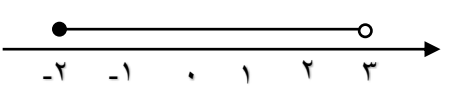
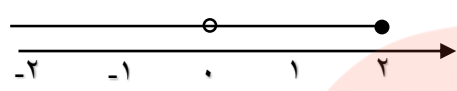
۱۷. ثابت کنید «در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه، روی نیم ساز زاویه رأس، از دو سر قاعده، برابر است».

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۱۸. در شکل زیر $MN \parallel BC$ است، نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت AMN را با نوشتن راه حل مناسب به دست آورید:

نمایش توصیفی (نمادین)	نمایش تفصیلی یا محدوده عضو ها	نمایش روی محور اعداد
$A = \{x x \in \mathbb{Q}, 3x + 1 = -4\}$	$A = \left\{ -\frac{5}{3} \right\}$	
$B = \left\{ \frac{y}{2n+1} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 5 \right\}$	$B = \left\{ \frac{y}{3}, \frac{y}{5}, 1, \frac{y}{9}, \frac{y}{11} \right\}$	
$C = \{x x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 3\}$	$C = [-2, 3)$	
$D = \{x x \in \mathbb{R}, x \leq 2, x \neq 0\}$	$D = (-\infty, 2] - \{0\}$	

A تعداد اعضا $\rightarrow \{0, 1, 2, 16, 21\}$ = اعضای حسابی مجموعه A

تعداد زیر مجموعه های با عدد اصلی فرد $= \binom{5}{1} + \binom{5}{3} + \binom{5}{5} = 5 + 10 + 1 = 16$ یا $\frac{2^5}{2} = 2^4 = 16$

الف) عبارت سوم $\sqrt{0/49} = 0/7 \in \mathbb{Q}$ نمره ۰/۲۵

ب) قسمت $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$ در فرض مشخص نشده ۰/۲۵ نمره و روش صحیح اثبات، همنهشتی «وض» در دو مثلث قائم الزاویه است. ۰/۲۵ نمره

الف) $A = \{(پ, پ, د), (پ, د, پ), (د, پ, پ)\}$ نمره ۰/۵ ب) $B = \{(د, پ, پ), (پ, د, پ), (پ, پ, د)\}$ نمره ۰/۵

الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ نمره ۰/۵ ب) $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ نمره ۰/۵

$P(A) = \frac{\binom{3}{2}\binom{4}{1} + \binom{3}{1}\binom{4}{2} + \binom{4}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{3 \times 4 + 3 \times 6 + 4}{35} = \frac{34}{35}$ یا $P(A) = 1 - \frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} = 1 - \frac{1}{35} = \frac{34}{35}$

$A = \frac{6}{6 \times 9} + \frac{6}{9 \times 12} + \frac{6}{12 \times 15} + \dots + \frac{6}{27 \times 30} = 2 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{27} - \frac{1}{30} \right) = 2 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{30} \right) = \frac{2 \times 4}{30} = \frac{4}{15}$

$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots \rightarrow -3B = -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \dots \rightarrow -3B = -1 + B \rightarrow -4B = -1 \Rightarrow B = \frac{1}{4}$

$C = \frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}} \times \frac{\frac{4}{9} \times \frac{3}{10}}{\frac{9}{12} \div \frac{1}{5}} = \frac{4-9}{6-1} \times \frac{4 \times 3}{9 \times 10} = \frac{-5}{5} \times \frac{2}{15} = \frac{-5 \times 2}{5 \times 15} = -\frac{1}{15}$

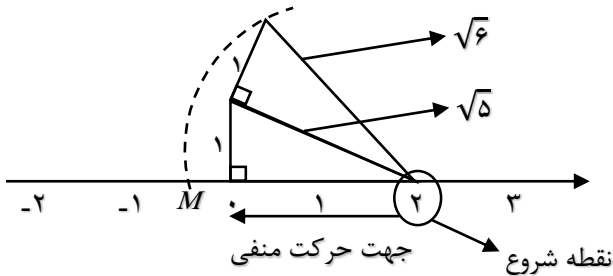
پاسخ سوال ۱۴:

$M =$ عدد رادیکال ، علامت جهت حرکت ، عدد نقطه شروع

$$M = 2 - \sqrt{6}$$

$$4 < 6 < 9 \rightarrow 2 < \sqrt{6} < 3$$

نمره ۰/۵



$$\sqrt{(M)^2} + |M + 1| = \underbrace{|2 - \sqrt{6}|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|3 - \sqrt{6}|}_{\text{مثبت}} = -(2 - \sqrt{6}) + 3 - \sqrt{6} = -2 + \sqrt{6} + 3 - \sqrt{6} = +1$$

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

نمره ۰/۲۵

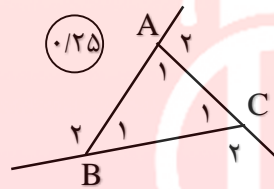
پاسخ سوال ۱۵: توضیحات الزامی نیست.

(الف) لوزی؛ متوازی الاضلاعی است که قطر های آن با هم برابر نیستند. نمره ۰/۲۵

(ب) محل برخورد ارتفاع در مثلث قائم الزاویه روی اضلاع و در مثلث های با یک زاویه باز (منفرجه) در بیرون شکل می باشد. نمره ۰/۲۵

پاسخ سوال ۱۶:

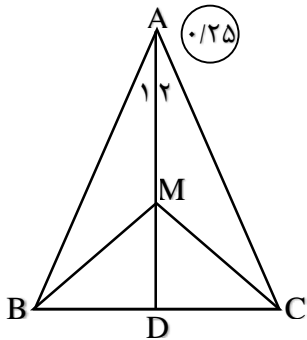
۰/۲۵



فرض	$\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 180^\circ$	۰/۲۵
حکم	$\widehat{A}_2 + \widehat{B}_2 + \widehat{C}_2 = 360^\circ$	۰/۲۵

$$\left. \begin{aligned} (\text{زوایای مکمل}) \widehat{A}_1 + \widehat{A}_2 &= 180^\circ \\ (\text{زوایای مکمل}) \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 &= 180^\circ \\ (\text{زوایای مکمل}) \widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \underbrace{\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1 + \widehat{C}_1}_{180^\circ (\text{طبق فرض})} + \widehat{A}_2 + \widehat{B}_2 + \widehat{C}_2 = 540^\circ \Rightarrow \widehat{A}_2 + \widehat{B}_2 + \widehat{C}_2 = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

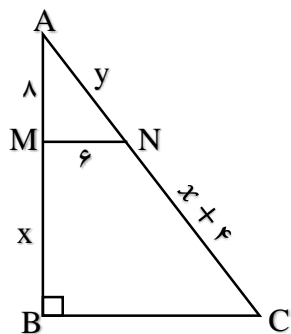
پاسخ سوال ۱۷:



فرض	$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$ و $AB = AC$	۰/۲۵
حکم	$MB = MC$	۰/۲۵

$$\left. \begin{aligned} (فرض) AB &= AC \\ (فرض) \widehat{A}_1 &= \widehat{A}_2 \\ (ضلع مشترک) AM &= AM \end{aligned} \right\} \rightarrow \underbrace{\triangle AMB \cong \triangle AMC}_{\text{ض زض}} \Rightarrow \text{تساوی اجزاء} \rightarrow MB = MC$$

پاسخ سوال ۱۸:



$$\text{قانون فیثاغورس} \rightarrow y^2 = 8^2 + 6^2 \rightarrow \boxed{y = 10}$$

$$\text{تشابه دو مثلث و قانون تالس} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{y}{x+4} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{10}{x+4} \rightarrow 10x = 8x + 32 \rightarrow \boxed{x = 16}$$

$$\text{نسبت تشابه دو مثلث} \rightarrow k = \frac{AB}{AM} = \frac{8+x}{8} = \frac{24}{8} = 3 \rightarrow \boxed{k = 3}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = k^2 = 3^2 = \boxed{9}$$

در نتیجه: