

فصل اول: اعداد گویا

هر عددی که بتوان آن را به صورت یک کسر متعارفی نشان داد به طوری که صورت و مخرج آن عدد

صحیح و مخرج صفر نباشد، عدد گویا نامیده می شود. $(\frac{m}{n} \Rightarrow n \neq 0)$

با توجه به این که $\frac{-m}{n} = \frac{m}{-n} = -\frac{m}{n}$ می توان مجموعه \mathbb{Q} را به صورت زیر تعریف کرد:

اعداد گویا اعدادی هستند که صورت آن اعداد صحیح و مخرج آن اعداد طبیعی باشند. در واقع می توان مخرج یک عدد گویا را همیشه مثبت فرض کرد.

نکته:

۱- در کسر $\frac{m}{n}$ که نمایشی است برای یک عدد گویا، اگر قرار دهیم $n=1$ ، خواهیم داشت $\frac{m}{1} = m$ و

بیانگر این مطلب است که هر عدد صحیح، در واقع یک عدد گویا است؛

۲- اگر $\frac{c}{d}$ ، $\frac{a}{b}$ دو عدد گویا باشند، در این صورت عدد گویای $\frac{e}{f}$ بین آنها قرار دارد، هرگاه داشته

باشیم $\frac{c}{d} < \frac{e}{f} < \frac{a}{b}$ و در حالت کلی اگر $\frac{c}{d}$ ، $\frac{a}{b}$ دو عدد گویا بوده و مثلاً $\frac{c}{d} < \frac{a}{b}$ ، در این

صورت، عدد گویای $\frac{a+c}{b+d}$ بین آنها قرار دارد. یعنی: $\frac{c}{d} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{a}{b}$

مثلاً عدد $\frac{4}{6}$ بین دو عدد $\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{4}$ است و عدد $\frac{7}{8}$ بین دو عدد $\frac{3}{2}$ و $\frac{4}{6}$ است و ...

در واقع، می توان ثابت کرد «بین هر دو عدد گویای متمایز، بی شمار عدد گویا موجود است.»

۳- هر عدد گویا، مانند $\frac{a}{b}$ که $(a,b) = 1$ نسبت به هم اول باشند) یک عدد گویای تحول ناپذیر

نامیده می شود؛ مانند $\frac{9}{4}$ یا $\frac{3}{4}$ یا $\frac{8}{9}$. اگر در کسر $\frac{a}{b}$ ، $(a,b) \neq 1$ در این صورت عدد گویای $\frac{a}{b}$

را تحویل پذیر می نامند؛ مانند $\frac{4}{2}$ یا $\frac{6}{8}$.

۴- اگر در تجزیه مخرج یک عدد گویای تحول ناپذیر مانند $\frac{a}{b}$ عاملی اول بجز ۲ و ۵ یافت نشود، آن

عدد گویای تحول ناپذیر، می تواند به یک کسر اعشاری تحقیقی یا مختوم تبدیل شود.

$$\frac{1}{2} = 0.5, \quad \frac{3}{5} = 0.6, \quad \frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = 0.075$$

۵- اگر در تجزیه مخرج یک عدد گویای تحول ناپذیر، عاملهای اولی جز ۲ و ۵ وجود داشته باشد، با

تقسیم صورت بر مخرج، خارج قسمت دارای رقم یا رقمهای تکراری بوده و این اعداد در واقع اعداد

اعشاری متناوب ساده تولید می کنند.

$$\frac{1}{3} = 0.\bar{3}, \quad \frac{2}{3} = 0.\bar{6}$$

۶- اگر در تجزیه مخرج یک عدد گویای تحول ناپذیر، عاملهای اول ۲ یا ۵ وجود داشته و در عین حال

عاملهای اول دیگری نیز وجود داشته باشد، با تقسیم صورت بر مخرج، در خارج قسمت بجز دوره

گردش (رقمهای تکراری) رقمهای دیگری یافت می شوند که تکرار نمی شوند و این اعداد در واقع

اعداد اعشاری متناوب مرکب را تولید می کنند.

$$\frac{7}{15} = \frac{7}{3 \times 5} = 0.4\bar{6}, \quad \frac{3}{26} = \frac{3}{2 \times 13} = 0.115384\bar{6}$$



۱- حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

۸

الف) $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots - 49 + 50 =$

۹

ب) $2 - 4 + 6 - 8 + 10 - \dots + 98 - 100 =$

۱۰

ج) $1 - (2 - (3 - (\dots (96 - (97 - (98 - (99 - 100)))))) \dots) =$

۱۱

د) $(3-3) \times [3 - (4-6) - 8] \times 8 - 8 =$

هـ) $6 - 6 \left[-2^3 \times 2 \frac{1}{3} - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 + (-3)^2 \right] =$

۲- میانگین دمای دو شهر ۱۲- و میانگین دمای ۳ شهر دیگر ۱۶- می باشد، میانگین ۵ شهر را بدست

آورید.

۳- میانگین درجه حرارت ۳ شهر ۱۴ درجه و میانگین درجه حرارت ۲ تا از آن شهرها ۱۵ می باشد، درجه

حرارت شهر سوم را بدست آورید.

۴- میانگین دمای دو شهر A, B, ۸ درجه زیر صفر و میانگین دمای دو شهر C, B, ۶ درجه و میانگین

دمای دو شهر A, C, ۲- می باشد. درجه حرارت هر شهر را بدست آورید.

۵- میانگین اعداد صحیح بین ۱۷ و ۲۰- را بدست آورید.

۶- قرینه عدد ۱۲- را نسبت به ۲+ بدست آورید.

۷- دو عدد ۱۸- و ۱۴ نسبت به کدام عدد قرینه هستند؟

۸- کوچکترین عدد طبیعی که می توان به جای n قرار داد تا سه کسر $\frac{4}{n+7}$ و $\frac{5}{n+8}$ و $\frac{6}{n+9}$ ساده

شدنی باشد را بدست آورید.

۹- با توجه به عبارت مقابل حاصل $x^3 + y^2 + z$ را بدست آورید.

$$x + \frac{1}{y + \frac{1}{z + \frac{1}{2}}} = \frac{30}{43}$$

۱۰- حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

۱) $\frac{24}{36} + 2\frac{51}{85} + 5\frac{39}{65}$

۲) $\frac{36}{72} + \frac{15}{60} - \frac{27}{108} + \frac{42}{84}$

۳) $\frac{28}{35} + \frac{75}{400} - \frac{75}{225}$

۱۱- حاصل عبارتهای زیر را به ساده ترین صورت ممکن بدست آورید.

۱) $-7 \div (-\frac{1}{21} + \frac{3}{14}) =$

۲) $\left[(-\frac{3}{8} + \frac{7}{12}) \times \frac{18}{35} \right] \div \frac{9}{14} =$

۳) $(\frac{-1}{12} - \frac{5}{18}) \div (-1\frac{4}{9}) =$

www.my-dars.ir

۱۲- از تساوی $\frac{a+b}{a-b} = \frac{1}{2}$ مقدار $\frac{a}{b}$ را بدست آورید.

۱۳- اگر $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ باشد حاصل $\frac{x}{y-x} + \frac{x+y}{y}$ را بدست آورید.

۱۴- اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{5}$ باشد حاصل $(\frac{b+d}{a+c})^2$ را بدست آورید.

۱۵- حاصل جمع $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{19 \times 21}$ چیست؟

۱۶- حاصل جمع $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{20 \times 21}$ چیست؟

۱۷- حاصل جمع زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{1380 \times 1381}$$

۱۸- حاصل ضرب زیر را بدست آورید.

$$\frac{-1380}{2002} \times \frac{-1379}{2002} \times \frac{-1378}{2002} \times \dots \times \frac{1378}{2002} \times \frac{1379}{2002} \times \frac{1380}{2002}$$

گروه آموزشی عصر

۱۹- حاصل چقدر است؟

$$\left(\frac{1}{8} + \frac{6}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$$

۲۰- حاصل $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \times \dots \times \left(\frac{99}{100}\right)^{n-1}$ را بدست آورید.

۲۲- اگر y وارون x باشد حاصل $(x - \frac{1}{x})(y + \frac{1}{y})$ کدام است؟ ($x, y \neq 0$)

الف) $2x^2$

ب) $x^2 - y^2$

ج) $2y^2$

د) $x^2 + y^2$

۲۳- یک سوم $\frac{3}{4}$ از سه چهارم $\frac{1}{4}$ ، چند تا $\frac{1}{16}$ بیشتر است؟

۲۴- یکی از دو عامل ضرب را در $\frac{2}{3}$ ضرب و عامل دیگر را بر $\frac{4}{5}$ تقسیم کردیم. حاصل ضرب دو عدد حاصل

برابر ۱۲۳۰ شد. حاصل ضرب دو عدد اولیه چقدر است؟

۲۵- کسرهای $\frac{639}{3550}$ ، $\frac{903}{645}$ را ساده کنید.

۲۶- ساده کنید.

۱) $\frac{(-48) \times 54 \times (-81)}{(-60) \times (-36) \times (-54)}$

۲) $\frac{\frac{5}{12} - \frac{7}{18}}{\frac{-3}{4} - \frac{1}{9}} =$

۳) $\left[\left(\frac{-1}{3} + \frac{1}{2} \right) \times \left(\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{3} \right) \right) \right] \times \left(\frac{-3}{5} \times \frac{1}{4} \right) =$

۴) $\frac{-3-4-6}{-3-4-6} = \frac{-3}{5} - \frac{4}{5} - \frac{6}{5} =$

www.my-dars.ir

۵) $8 - 5[8 - 5[(8 - 5)(-5 + 8) - 3] - 3] - 3 =$

۶) $\frac{90}{223} \times \left(\frac{12}{39} - \frac{7}{52} + \frac{9}{65} \right) \times \frac{26}{9} =$

$$7) -1 + \frac{1}{28} - \frac{3}{14} - \frac{1}{42} =$$

$$8) \frac{\frac{-2}{7} - \frac{3}{14} + \frac{-2}{3} - \frac{5}{6}}{\frac{-3}{11} + \frac{1}{44} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}} =$$

$$9) 25 - 2[3(-2 - 4 + 5) - (3 - 17 + 9) \times 2] =$$

$$10) \frac{32 \times 17 \times 21 \times 3}{5 \times 14 \times 48 \times 17}$$

۲۷- بین دو کسر $\frac{7}{15}$ ، $\frac{1}{2}$ پنج کسر پیدا کنید.

۲۸- حاصل عبارت $4 - 4[-2^2 \times (\frac{-1}{4})^2 + \frac{3}{2} \times (-2)^3]$ را بدست آورید.

۲۹- عبارتهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$1) \frac{-57 \times 22}{28 \times (-33)} \div \frac{19}{-14} =$$

$$3) \frac{-(-\frac{2}{3} + \frac{1}{5}) \times \frac{3}{14}}{-0.25 - (-0.7 + 0.5)} =$$

$$4) \frac{0.27 \times 0.08 \times 0.64}{(0.4)^3 \times (0.3)^3} =$$

۳۰- از صورت و مخرج کسر $(\frac{-5}{7})$ چه عددی را بطور مساوی کم کنیم تا کسر حاصل عکس و قرینه

www.my-dars.ir

$(\frac{-1}{3})$ شود.

۳۱- $(\frac{a}{3} + \frac{a}{5})$ چند برابر $(\frac{a}{3} - \frac{a}{5})$ است؟

۳۲- سه عدد گویا بین دو عدد $2\frac{1}{2}$ ، $3\frac{1}{2}$ بنویسید.

۳۳- بین دو عدد گویای $\frac{3}{5}$ و $\frac{2}{9}$ ، عدد گویا بنویسید.



مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

فصل دوم: اعداد اول

اعداد طبیعی :

اعدادی هستند که در طبیعت برای شمارش به کار می روند و آن مجموعه را با حرف \mathbb{N} نمایش می دهند.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مجموعه اعداد طبیعی دارای دو بخش مهم به نام اعداد مرکب و اعداد اول می باشد.

اعداد اول :

اعداد اول که آن را با حرف P نشان می دهند بخشی از اعداد طبیعی است که فقط ۲ شمارنده دارند یا به عبارت دیگر اعداد طبیعی بزرگتر از یک که فقط بر یک و خودشان بخش پذیرند.

$$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$$

اعداد مرکب :

اعداد مرکب اعداد طبیعی هستند که بیش از دو شمارنده مثبت دارند یا به عبارت دیگر اعداد طبیعی بزرگتر از یک که به غیر از خودشان و یک بر اعداد مثبت دیگری نیز بخش پذیر باشند.

مانند: $4, 6, 8, 9, 10, 12, \dots$

توجه : همانگونه که از تعاریف فوق معلوم شد عدد ۱ نه اول است و نه مرکب.

نکته :

۱- هر عدد صحیح به غیر از ۱ و -۱ حداقل یک شمارنده اول دارد .

۲- بینهایت عدد اول وجود دارند.

۳- اگر n یک عدد مرکب باشد آنگاه n حداقل یک شمارنده اول کوچکتر از \sqrt{n} یا مساوی با آن دارد.

تحقیق اول بودن یک عدد

با توجه به نکته ۳ در صورتی میتوان نتیجه گرفت عددی اول است که بر هیچ یک از اعداد اول کوچکتر یا مساوی جذر خودش بخش پذیر نباشد.

مثال: تحقیق کنید عدد ۵۳ اول است یا مرکب.

چون جذر ۵۳ برابر ۷٫۱ می باشد پس این عدد در صورتی اول است که بر ۲ و ۳ و ۵ و ۷ بخش پذیر نباشد.

به سادگی متوجه می شویم عدد ۵۳ بر هیچیک از اعداد اول فوق بخش پذیر نیست پس میتوان نتیجه گرفت عدد ۵۳ اول است .

روش شناسایی اعداد اول:

برای پیدا کردن اعداد اول کوچکتر از یک عدد مثلاً اعداد اول کوچکتر از ۱۰۰ راهی بنام روش غربال اراتستن وجود دارد به این ترتیب که اعداد ۱ تا ۱۰۰ را به ترتیب می نویسیم پس اولین عددی که مشاهده می کنیم ۱ می باشد که نه اول است و نه مرکب که خط می خورد عدد بعدی ۲ می باشد عددی اول است. مجذور آن را پیدا کرده آن را خط زده و مضارب ۲ بعد از آن را هم خط می زنیم اولین عدد بعدی همواره عددی اول است باز همان کارهای قبلی را تکرار می کنیم اگر مجذور این عدد در مجموعه وجود داشت آن را به همراه مضارب آن عدد خط می زنیم تا به جایی برسیم که مجذور عدد اول بعدی در مجموعه نباشد در این لحظه عملیات تمام می شود و کلیه اعداد باقی مانده اول هستند در مورد تعیین اعداد اول ۱ تا ۱۰۰ مجذور ۱۱ که ۱۲۱ می باشد در مجموعه اعداد ما وجود ندارد پس کلیه اعداد باقی مانده اول می باشند.

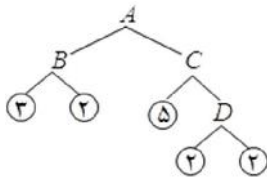
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir



۱- آیا حاصل $1000 + (1 + 3 + 5 + \dots + 999)$ بر ۲ بخش پذیر است؟ چرا؟

۲- بزرگترین عدد چهاررقمی را بیابید که اگر بر ۸ و ۹ و ۱۲ تقسیم شود ۴ واحد باقی مانده بیاورد.



۳- با توجه تجزیه درختی روبرو به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) مقدار عدد A را بدست آورید؟

ب) تعداد مقسوم علیه های آن چندتا می باشد؟

ج) تعداد مقسوم علیه های مرکب آن چندتا می باشد؟

۴- جملات درست را با ✓ و نادرست را با × مشخص کنید.

الف) تعداد اعداد اول کمتر از ۲۰، هفت تا است.

ب) ۴۹ عددی اول است.

ج) یک نه اول است نه مرکب.

د) هر عدد طبیعی حداقل یک شمارنده اول دارد.

و) همه اعداد اول فرد هستند.

ه) تنها مضرب اول ۵ خود ۵ است.

ن) کلیه اعداد مرکب زوج هستند.

م) اعداد مرکب ۳ شمارنده دارند.

ی) اعداد اول دو شمارنده دارند.

۵- کوچکترین عددی را نام ببرید که حاصل ضرب

الف) دو عدد اول باشد. ب) دو عدد اول مختلف باشد.

ج) سه عدد اول باشد. د) سه عدد اول مختلف باشد.

۶- کوچکترین عدد فردی را نام ببرید که حاصل ضرب

الف) دو عدد اول باشد ب) سه عدد اول باشد.

ج) دو عدد اول مختلف باشد. د) سه عدد اول مختلف باشد.

۷- اگر دو عدد $2^a \times 3^{b+3}$ و $2^{a+1} \times 3^b$ نسبت به هم اول باشند a و b را بدست آورید.

۸- بزرگترین شمارنده مشترک هر دسته از اعداد زیر را بدست آورید.

۲۱۴ و ۱۲۴ و ۶۴ (ب)

۸۴ و ۷۲۰ (الف)

۱۸^۲ × ۱۵^۳ × ۲۰^۳ , ۲۴^۳ × ۱۸^۴ × ۴۰^۲ (ج) ۱۰^۴ × ۲۵^۲ × ۱۶^۳ , ۱۵^۳ × ۲۰^۲ × ۴۴^۳ (د)

۹- تمام شمارنده‌های مشترک سه عدد ۷۲ و ۱۲۰ و ۱۶۸ را بنویسید.

۱۰- اگر بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد a و b برابر ۲۸۰ باشد، عدد a را بدست آورید. می‌دانیم a یک عدد طبیعی و مخالف ۲ و ۷ می‌باشد.

۱۱- در هر یک از مجموعه‌های زیر اعداد مرکب را مشخص کنید.

{۲۹ و ۲۰۵۷ و ۶۷ و ۷۷} (الف) {۲ و ۹۱ و ۵۳ و ۴۷ و ۵۱} (ب) {۵۱ و ۳۱ و ۹۷ و ۸۸ و ۴۳} (ج)

{۸۷ و ۱۰۱ و ۷۳ و ۱۱۹} (د) {۶۱ و ۷۱ و ۸۱ و ۹۱} (م) {۱۱۳ و ۵۹ و ۹۷ و ۱۷۱ و ۱۲۱ و ۱۰۱} (ن)

{۱۴۳ و ۲۹ و ۶۳ و ۲ و ۳۹} (و) {۳^۴ و ۹۱ و ۷۱ و $\sqrt{16}$ و ۱۲ و ۵۱} (ی)

۱۲- با استفاده از الگوریتم تعیین کنید عدد ۱۹۷ اول است یا نه؟

۱۳- با استفاده از الگوریتم تشخیص اول بودن یا نبودن یک عدد تعیین کنید عدد ۱۳۳ اول است یا مرکب؟

۱۴- تحقیق کنید که ثلث عدد $(۲^۲+۳^۳+۵^۲+۷^۳)$ عددی اول است یا مرکب؟

۱۵- تحقیق کنید $(\frac{۲}{\sqrt{۳}})^۲ + (\frac{۳}{\sqrt{۳}})^۲ + (\frac{۵}{\sqrt{۳}})^۲ + (\frac{۷}{\sqrt{۳}})^۲$ عددی اول می‌باشد.

۱۶- کوچکترین عدد مرکب که چهار شمارنده دارد، چه عددی است؟

۱۷- سه عدد اول کوچکتر از ۱۰۰ پیدا کنید به طوری که حاصل جمع آنها نیز یک عدد اول باشد و هیچ رقمی در این سه عدد و حاصل جمع آنها یک بار بیشتر تکرار نشده باشد.

۱۸- تحقیق کنید کدامیک از اعداد زیر اول است.

۱۳^{۱۰} + ۱۴^۶ (ه) ۳۲^۷ - ۶۵^۸ (د) ۹۳۱ (ج) ۲۸۱ (ب) ۳۴۷ (الف)

۳۷^{۲۰} - ۱۸^۸ (ح) ۷^۰ + ۷^۱ + ۷^۲ + ۷^۳ + ۷^۴ - ۳^۴ (ز) ۳۰^{۱۰} + ۲۹^{۱۱} + ۲۸^{۱۲} (و)

۱۹- بین اعداد زیر چند عدد اول وجود دارد؟

$$۱۹۷ + ۱۹۷ + ۲ + ۱۹۷ + ۳ + \dots + ۱۹۷$$

۲۰- مجموع مربعات دو اعداد اول ۹۶۵ می باشد. تفاضل مربعات آنها را بدست آورید.

۲۱- تفاضل مربعات دو عدد اول ۱۰۱۹۷ می باشد. مجموع مربعات آنها را بدست آورید.

۲۲- اگر x, y, z مضاربی از ۷ باشند، تحقیق کنید $x^2 + y^2 + z^2$ اول است یا مرکب؟

۲۳- تحقیق کنید آیا با قراردادن مقادیر مختلف به جای n در رابطه $n^2 + n + 41$ می توان فقط اعداد اول رابدست آورد. (فرمول اولر)

۲۴- حاصل عبارت زیر اول است یا مرکب؟

الف) $۱ + ۲ + ۳ + ۴ + \dots + ۲۳۵۱$

ب) $۱۷ + ۱۹ + ۲۳ + \dots + ۹۷$

۲۵- اگر a, b, c اعداد اول دو رقمی باشند، حاصل عبارت زیر اول است یا مرکب؟ چرا؟

$$a^4 + b^6 + c^8 + a^2 b^3 c^4$$

۲۶- مجموع اعداد طبیعی اول کوچکتر از ۱۰۰ اول است یا مرکب؟ چرا؟

۲۷- در روش غربال برای شناسایی اعداد اول کوچکتر از ۱۰۰ چهل و هفتمین عددی که خط می خورد کدام است؟

۲۸- به روش غربال اعداد اول کمتر از ۲۰۰ را بدست آورده ایم. به سوالات زیر پاسخ دهید. (بارائه دلیل)

الف) آخرین عدد اولی که مضرب هایش در جدول خط می خورد چیست؟

ب) عدد ۹۹ چندمین عددی است که خط می خورد؟

پ) ترتیب خط خوردن اعداد ۱۴۳ و ۱۸۵ و ۹۱ را بنویسید.

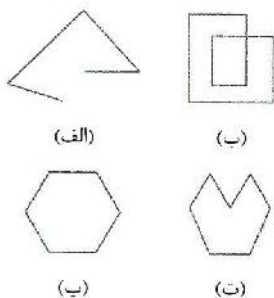
۲۹- الف) مجموع مربعات دو عدد اول ۵۳ است. حاصل ضرب آنها را بدست آورید

ب) دو عدد اول نام ببرید که ۳ برابر مجموعشان ۴۵۹ باشد.

۳۰- اعداد اول بین ۱۱۰ تا ۱۳۰ را به روش غربال بدست آورید.

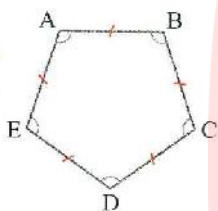
فصل سوم: چندضلعی‌ها

چندضلعی:



به هر خط شکسته‌ی بسته، که اضلاع آنها شکل را قطع نکند چندضلعی می‌گویند. به طور مثال، شکل (الف) چندضلعی نیست چون بسته نیست.

شکل (ب) چند ضلعی نیست زیرا ضلع‌هایش یک‌دیگر را قطع کرده‌اند. بقیه شکل‌ها چندضلعی هستند.



چند ضلعی‌ای که ضلع‌هایش با هم و زاویه‌هایش با هم مساوی باشند، منتظم است.

به طور مثال پنج ضلعی $ABCDE$ منتظم است.

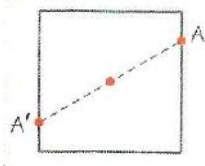
اگر شکلی را 180° درجه حول نقطه‌ی که درون خودش قرار دارد، دوران دهیم و شکل جدید روی شکل اولیه

قرار بگیرد، می‌گوییم شکل مرکز تقارن دارد و آن نقطه را مرکز تقارن می‌نامیم. به طور مثال، مثلث مرکز

تقارن ندارد اما محل برخورد قطرهای مربع مرکز تقارنش است.

توجه:

۱- برای آنکه بر روی یک نقطه‌ای مرکز تقارن شکل است یا نه، کافی است از هر نقطه‌ی دلخواه روی



محیط شکل به نقطه‌ی مورد نظر وصل کنیم و آن را به اندازه پاره خط ایجاد شده

امتداد دهیم. اگر نقطه‌ی حاصل با هم روی شکل بود می‌گوییم آن نقطه، مرکز

تقارن شکل است.

۲- در هر n ضلعی منتظم، اگر n زوج باشد، شکل مرکز تقارن دارد اما اگر n فرد باشد شکل مرکز تقارن

ندارد. به طور مثال هشت ضلعی منتظم، مرکز تقارن دارد ولی هفت ضلعی منتظم، مرکز تقارن ندارد.

۳- هر n ضلعی منتظم n خط تقارن دارد. به طور مثال، پنج ضلعی منتظم پنج خط تقارن دارد.

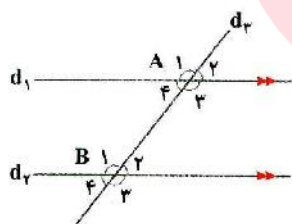
۴- اگر خطی مورب (مایل) دو یا چند خط موازی را قطع کند درباره زاویه‌هایی که از برخورد این خط

مورب با خط‌های موازی ایجاد می‌شود، می‌توان گفت:

الف) همه‌ی زاویه‌های تند ایجاد شده با هم مساوی‌اند. (ب) همه‌ی زاویه‌های باز ایجاد شده با هم مساوی‌اند.

پ) هر زاویه تند با هر زاویه باز مکمل یک‌دیگرند.

مثال ۱:



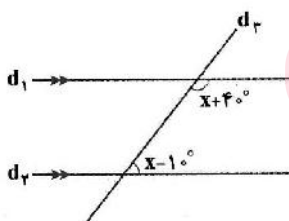
در شکل، $d_1 \parallel d_2$ و d_3 مورب است.

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_3 = \hat{B}_1 = \hat{B}_3$$

$$\hat{A}_2 = \hat{A}_4 = \hat{B}_2 = \hat{B}_4$$

$$\hat{A}_2 + \hat{B}_1 = 180^\circ, \dots$$

مثال ۲:



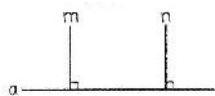
در شکل، $d_1 \parallel d_2$ و d_3 مورب است. مقدار x را حساب کنید.

$$(x + 40^\circ) + (x - 10^\circ) = 180^\circ$$

$$2x + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow 2x = 180^\circ - 30^\circ$$

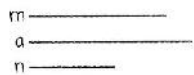
$$\Rightarrow 2x = 150^\circ \Rightarrow x = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$$

توجه:



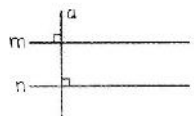
$$\left. \begin{array}{l} m \perp a \\ n \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow m \parallel n$$

۱- دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند.



$$\left. \begin{array}{l} m \parallel a \\ n \parallel a \end{array} \right\} \Rightarrow m \parallel n$$

۲- دو خط موازی با یک خط با هم موازی اند.



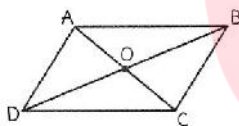
$$\left. \begin{array}{l} a \perp m \\ m \parallel n \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp n$$

۳- خطی که بر یک از دو خط موازی عمود باشد، بر خط دیگر هم عمود است.

متوازی الاضلاع: چهارضلعی ای است که ضلع‌های روبه‌رو با هم موازی اند.

توجه:

۱- در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با هم مساوی‌اند. $AB = DC$, $AD = BC$



۲- در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های روبه‌رو با هم مساوی‌اند. $\hat{A} = \hat{C}$, $\hat{B} = \hat{D}$

۳- در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مجاور به یک ضلع، با هم مکمل‌اند.

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ , \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ , \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ , \hat{C} + \hat{D} = 180^\circ$$

۴- در هر متوازی‌الاضلاع، قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند. $OB = OD$, $OA = OC$

مستطیل: متوازی‌الاضلاعی که زاویه قائمه داشته باشد، مستطیل است.

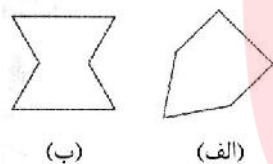
لوزی: متوازی‌الاضلاعی که چهار ضلع مساوی داشته باشد، لوزی است.

مربع: متوازی‌الاضلاعی که چهار ضلع مساوی و زاویه‌های برابر داشته باشد، مربع است.

توجه:

- ۱- همه‌ی ویژگی‌ها و خواص متوازی‌الاضلاع، در مستطیل، لوزی و مربع هم وجود دارد.
- ۲- برای انجام کاشی‌کاری باید توجه کرد که کاشی‌ها طوری کنار هم قرار بگیرند که روی هم قرار نگیرند و جای خالی بین آن‌ها نباشد.
- ۳- برای کاشی‌کاری با شکل‌های منتظم کافی است ۳۶۰ درجه بر اندازه‌ی زاویه شکل منتظم، بخش پذیر باشد. به طور مثال، با پنج‌ضلعی منتظم نمی‌توان همه صفحه را کاشی کرد اما با شش‌ضلعی منتظم می‌توان انجام داد.
- ۴- مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است.

شکل‌های محدب و مقعر: چندضلعی محدب به چندضلعی‌هایی گفته می‌شود که در آن‌ها هیچ زاویه‌ای بزرگ‌تر

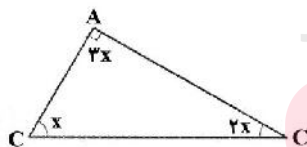


از ۱۸۰° نیست. چندضلعی مقعر به چندضلعی‌هایی گفته می‌شود که در آن دست کم یک زاویه بزرگ‌تر از ۱۸۰° وجود دارد. به طور مثال شکل (الف) یک چندضلعی محدب و شکل (ب) یک چندضلعی مقعر است.

مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی از رابطه‌ی $۱۸۰ \times (n - 2)$ به دست می‌آید.

مای درس

مثال ۱:



در مثلث ABC مقدار x چند است؟

$$x + 2x + 3x = 180^\circ \Rightarrow 6x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$$

www.my-dars.ir

مثال ۲:

مجموع زاویه‌های درونی هر پنج‌ضلعی چند درجه است؟

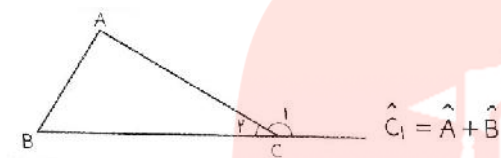
$$n = 5 \Rightarrow (5 - 2) \times 180^\circ = 3 \times 180^\circ = 540^\circ$$

توجه: در n ضلعی منتظم، اندازه هر زاویه داخلی از رابطه $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ به دست می آید.

مثال :

در پنج ضلعی منتظم، اندازه هر زاویه داخلی چند درجه است؟

$$\frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = \frac{3 \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$$



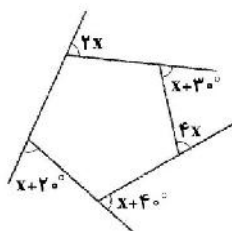
در مثلث، هر زاویه خارجی مساوی مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاورش است.

مجموع زاویه‌های خارجی هر n ضلعی محدب همیشه 360° درجه است. به طور مثال، مجموع زاویه‌های خارجی 10 ضلعی محدب 360° درجه است.

مثال :

در شکل زیر، با نوشتن یک معادله مقدار x را به دست آورید.

جمع زاویه‌های خارجی هر شکل محدب، 360° است.



$$2x + (x + 30^\circ) + 4x + (x + 40^\circ) + (x + 20^\circ) = 360^\circ$$

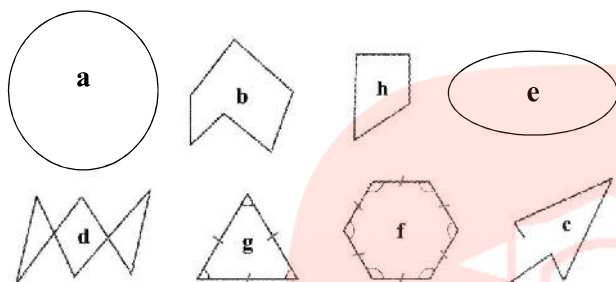
$$\Rightarrow 2x + x + 4x + x + x = 360^\circ - 30^\circ - 40^\circ - 20^\circ \Rightarrow 9x = 270^\circ \Rightarrow x = \frac{270^\circ}{9} = 30^\circ$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir



۱- با توجه به شکل‌ها جدول زیر را کامل کنید.



نام	تعداد	
		خط‌های خمیده
		خط‌های شکسته
		چندضلعی‌ها
		چندضلعی‌های منتظم

۲- الف) یک خط شکسته رسم کنید که چند ضلعی نباشد.

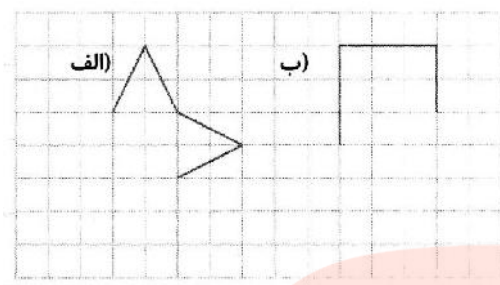
ب) یک خط شکسته رسم کنید که چند ضلعی باشد ولی منتظم نباشد.

پ) یک خط شکسته رسم کنید که چندضلعی منتظم باشد.

۳- هر شکل را از ستون سمت چپ، به توضیح یا توضیحات مناسبشان در ستون سمت راست وصل کنید.

	◆	سه ضلعی با زاویه باز
	◆	پنج ضلعی منتظم
	◆	خط شکسته
	◆	مستطیلی با طول و عرض مساوی
	◆	لوزی با زاویه‌های مساوی
	◆	چهارضلعی با قطرهای عمود بر هم

۴- با توجه به توضیحات داده شده در هر مورد، شکل‌های ناقص را کامل کنید.



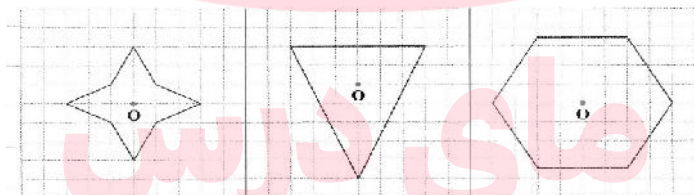
الف) یک هشت ضلعی با چهار زاویه تند و مساوی

ب) یک پنج ضلعی با دقیقاً سه زاویه قائمه

۵- توضیحات ستون سمت راست را به نام شکل مربوطه در ستون سمت چپ وصل کنید.

- | | | | |
|---|----------------------|---|---|
| ● | مثلاً متساوی‌الاضلاع | ● | لوزی با حداقل یک زاویه قائمه |
| ● | مربع | ● | متوازی‌الاضلاعی با حداقل یک زاویه قائمه |
| ● | لوزی | ● | متوازی‌الاضلاعی با چهار ضلع مساوی |
| ● | مستطیل | ● | سه ضلعی منتظم |

۶- هر شکل را حول نقطه‌ی O ، 180° دوران دهید و مشخص کنید در کدام شکل یا شکل‌ها، نقطه‌ی O مرکز تقارن است.



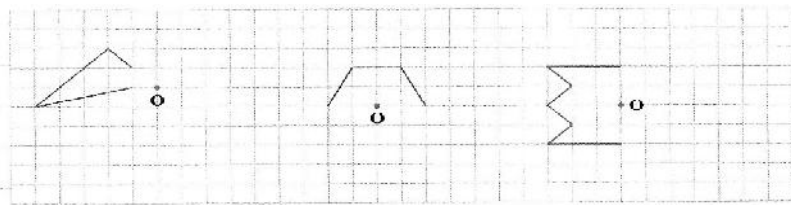
۷- کدامیک از شکل‌های زیر، پس از دوران 90° حول مرکز تقارن خود، تغییر نمی‌کنند؟

- الف) شش ضلعی منتظم ب) هشت ضلعی منتظم ج) بیست ضلعی منتظم

۸- هر یک از شکل‌های زیر با چه دوران‌هایی روی خودشان قرار می‌گیرند؟

- الف) سه ضلعی منتظم ب) پنج ضلعی منتظم ج) هشت ضلعی منتظم

۹- چندضلعی‌های زیر ناقص‌اند. آن‌ها را طوری کامل کنید که نقطه‌ی O مرکز تقارن آن‌ها باشد.



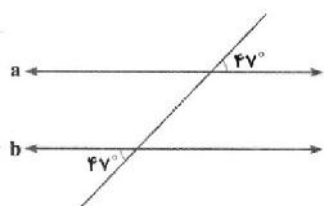
۱۰- در کدام شکل، مرکز دایره، مرکز تقارن شکل هم است؟

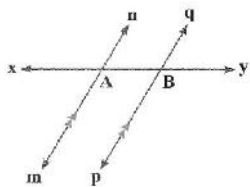


۱۱- جدول زیر را کامل کنید.

نام شکل	تعداد محور تقارن	مرکز تقارن (دارد یا ندارد)
مثلث متساوی الاضلاع		
مربع		
لوزی		
متوازی الاضلاع		
مستطیل		
پنج ضلعی منتظم		
دوزنقه		
دوزنقه متساوی الساقین		

۱۲- آیا می‌توان ادعا کرد خط‌های a و b موازی‌اند؟ چرا؟

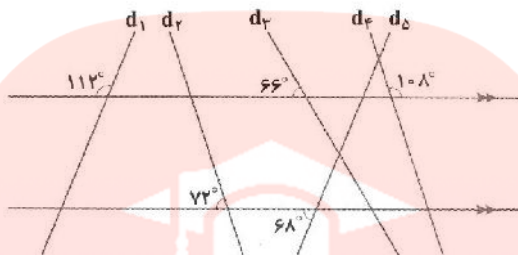




۱۳- در شکل، خط‌های موازی مشخص شده اند.

چرا زاویه‌های \hat{xAn} , \hat{yBp} مساوی‌اند؟

۱۴- با توجه به اندازه‌های روی شکل، مشخص کنید کدام خط‌ها با هم موازی‌اند؟



۱۵- در شکل‌های زیر زاویه‌های مجهول را بیابید.

(الف) $x = \dots$ $y = \dots$

(ب) $x = \dots$ $y = \dots$

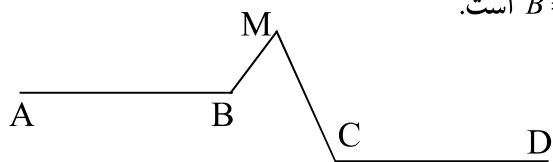
(پ) $x = \dots$ $y = \dots$

(ت) $x = \dots$ $y = \dots$

$x = \dots$

$x = \dots$

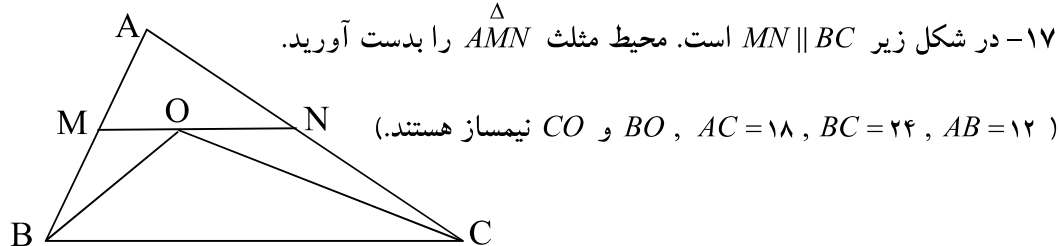
www.my-dars.ir



۱۶- در شکل مقابل $AB \parallel CD$ ، $\hat{M} = 15^\circ$ و $\hat{B} = 95^\circ$ است.

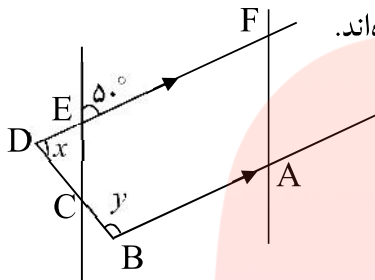
اندازه‌ی زاویه \hat{C} را حساب کنید.

۱۷- در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. محیط مثلث $\triangle AMN$ را بدست آورید.



(BO و CO نیمساز هستند.)

۱۸- در شکل مقابل $DC = DE$ است و خطوط موازی نشان داده شده‌اند.



$x+y$ را محاسبه کنید.

۱۹- عبارت ریاضی زیر را به فارسی روان بنویسید و شکل فرضی برای آن رسم کنید. (جمله را کامل کنید).

خطی که بر یکی از دو خط موازی

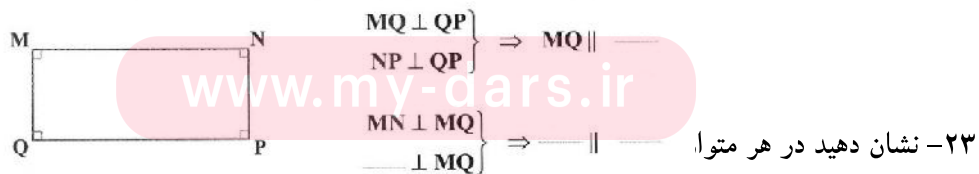
$$\left. \begin{array}{l} a \perp b \\ b \parallel c \end{array} \right\} \Rightarrow a \perp c$$

۲۰- جمله فارسی « دو خط موازی با یک خط با هم موازی‌اند. » را با نماد ریاضی نشان دهید. (شکل فرضی

رسم کنید.)

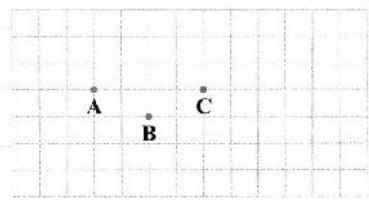
$$\left. \begin{array}{l} m \perp a \\ n \perp a \end{array} \right\} \Rightarrow \text{نتیجه‌گیری مقابل را با رسم شکل فرضی کامل کنید.}$$

۲۲- در چهارضلعی زیر موازی بودن اضلاع روبرو را بررسی کنید.



۲۴- نشان دهید در هر متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های روبرو با هم مساوی‌اند.

۲۵- محل نقطه‌ی D را طوری تعیین کنید که چهارضلعی ABCD لوزی باشد.

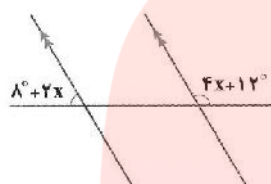


الف) آیا BD عمود منصف AC است؟

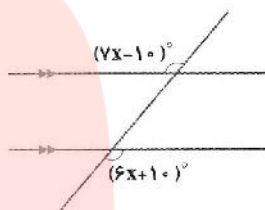
ب) آیا BD خط تقارن شکل است؟ AC چطور؟

۲۶- در هر مورد، مقدار x را با تشکیل معادله به دست آورید؟

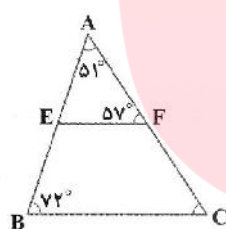
الف)



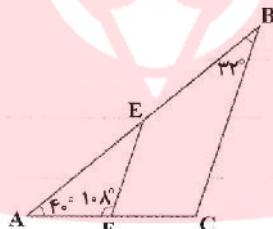
ب)



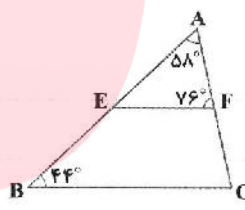
۲۷- در هر مثلث مشخص کنید که آیا EF و CB با هم موازی هستند یا خیر؟



الف)



ب)



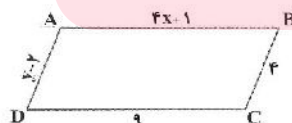
پ)

۲۸- با خط کش و نقاله متوازی الاضلاعی رسم کنید که اندازه قطرهایش ۴ و ۲ سانتی متر بوده و زاویه بین

دو قطر آن ۴۰ درجه باشد.

۲۹- در همه‌ی شکل‌ها چهارضلعی ABCD، متوازی الاضلاع است. برای هر شکل مقادیر x و y را بیابید.

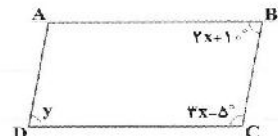
الف)



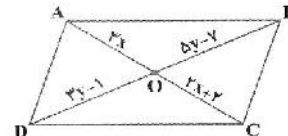
ب)



پ)



ت)

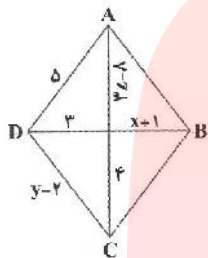


۳۰- متوازی الاضلاعی رسم کنید که یکی از زاویه‌هایش قائمه باشد. نام دیگر این شکل چیست؟

۳۱- متوازی الاضلاعی رسم کنید که هر یک از دو ضلع مجاور آن ۲ سانتی‌متر باشند، نام دیگر این شکل

چیست؟

۳۲- چهارضلعی ABCD لوزی است. مقادیر مجهول را به دست آورید.

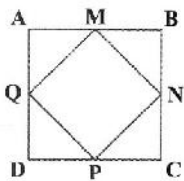


۳۳- هر توضیح از ستون سمت راست را به نام شکل مناسب در ستون سمت چپ وصل کنید.

- | | | | |
|----------------|---|---|--|
| متوازی‌الاضلاع | ● | ● | چهارضلعی که اضلاع آن دویبه‌دو با هم موازی‌اند. |
| مستطیل | ● | ● | چهارضلعی که فقط دو ضلع موازی دارد. |
| لوزی | ● | ● | متوازی‌الاضلاعی که زاویه‌های آن قائمه هستند. |
| مربع | ● | ● | لوزی که زاویه قائمه دارد. |
| دوزنقه | ● | ● | متوازی‌الاضلاعی که همه ضلع‌هایش مساوی‌اند. |

۳۴- جدول زیر را کامل کنید.

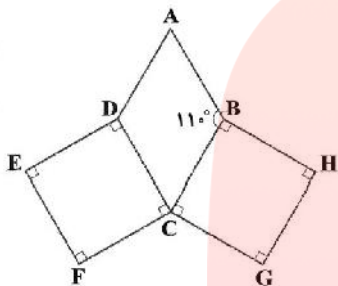
نام شکل	شکل حاصل از وصل شدن وسط اضلاع متوالی	شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی	شکل حاصل از برخورد نیمسازهای خارجی
متوازی‌الاضلاع			
مستطیل			
مربع			
لوزی			
دوزنقه متساوی‌الساقین			
مثلث متساوی‌الاضلاع			



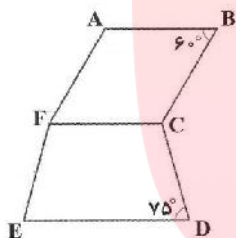
۳۵- اگر وسط های اضلاع مربعی را به هم وصل کنیم چه شکلی به دست می آید؟
جوابتان را با دلیل بیان کنید.

۳۶- یک لوزی رسم کنید که قطرهایش به ترتیب ۴ و ۲ سانتی متر باشند.

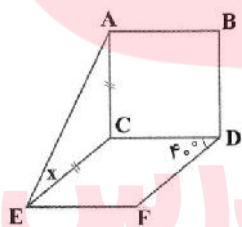
۳۷- مربعی رسم کنید که اندازه قطرهایش ۳ سانتی متر باشند.



۳۸- چهار ضلعی ABCD لوزی و چهار ضلعی های BHGC و DCFE مربع هستند. زاویه FCG چند درجه است؟



۳۹- شکل ABCF لوزی و FCDE ذوزنقه متساوی الساقین است.
با توجه به اندازه ها، زاویه AFE چند درجه است؟

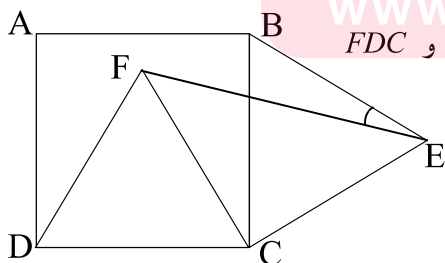


۴۰- شکل ABDC مربع و EFDC لوزی است.
اندازه زاویه X را محاسبه کنید.



۴۱- الف) مجموع زاویه های درونی هر مثلث چند درجه است؟

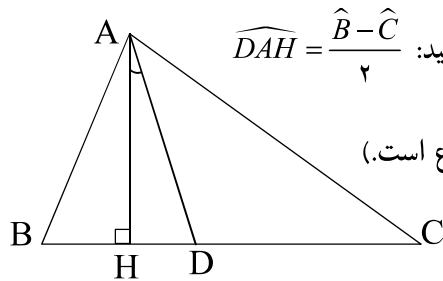
ب) در مثلث ABC، مقدار X را بیابید.



۴۲- در شکل مقابل چهارضلعی ABCD مربع و دو مثلث FDC و BEC

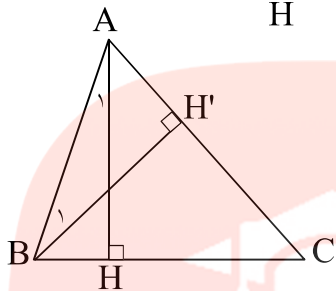
متساوی الاضلاع هستند. زاویه \widehat{BEF} چند درجه است؟

۴۳- در شکل مقابل ثابت کنید: $\widehat{DAH} = \frac{\widehat{B} - \widehat{C}}{2}$



(AD نیمساز و AH ارتفاع است.)

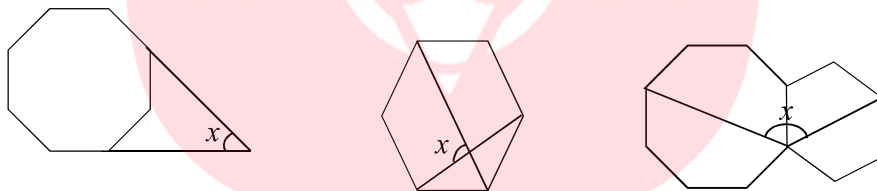
۴۴- در شکل مقابل اگر $\widehat{A_1} = \widehat{B_1} = 40^\circ$ باشد،



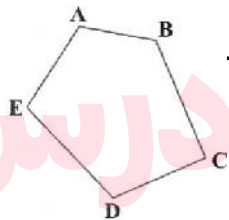
تفاضل دو زاویه \widehat{B} و \widehat{C} چند درجه است؟

۴۵- زاویه‌های مثلثی با اعداد ۸، ۵ و ۲ متناسب می‌باشند. اندازه‌ی کوچکترین زاویه خارجی این مثلث چند درجه است؟

۴۶- در شکل‌های زیر زوایای خواسته شده را بدست آورید. (چندضلعی‌ها منتظم هستند.)



۴۷- مجموع زاویه‌های داخلی شکل مقابل را حساب کنید



۴۸- الف) مجموع زاویه‌های داخلی یک هشت ضلعی منتظم چقدر است؟

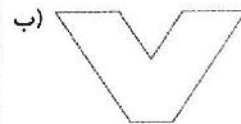
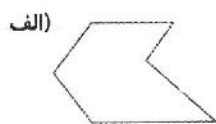
ب) اندازه هر زاویه داخلی در یک هشت ضلعی منتظم چند درجه است؟

www.my-dars.ir

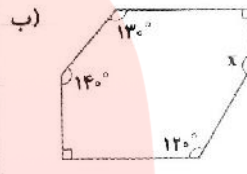
۴۹- در یک n ضلعی، مجموع زاویه‌های داخلی مساوی ۷۲۰ درجه است. مقدار n را حدس بزنید.

۵۰- در یک n ضلعی منتظم، اندازه هر زاویه داخلی ۱۰۸ درجه است. مقدار n را حدس بزنید.

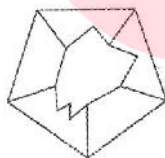
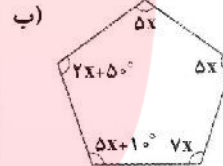
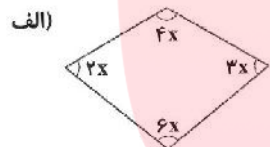
۵۱- شکل های زیر چند ضلعی هایی مقعر هستند. مجموع زاویه های داخلی هر کدام را حساب کنید.



۵۲- در هر شکل، با توجه به جمع زاویه های داخلی، مقدار x را محاسبه کنید.



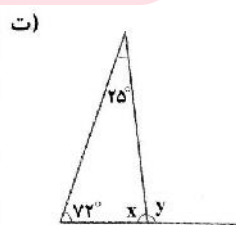
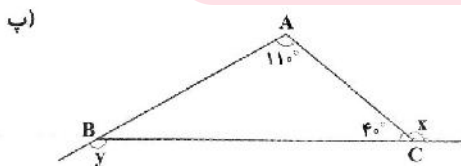
۵۳- در هر شکل، با توجه به جمع زاویه های داخلی، با نوشتن معادله، مقدار x را محاسبه کنید.



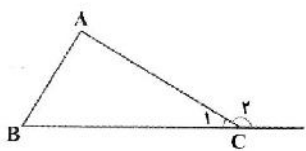
۵۴- در شکل زیر چند شکل محدب و چند شکل مقعر وجود دارد؟



۵۵- در هر یک از شکل های زیر، اندازه زاویه مجهول را بیابید.

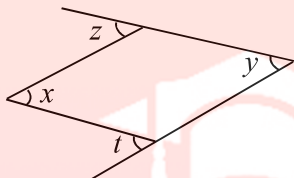


۵۶- جاهای خالی را کامل کنید و نشان دهید در هر مثلث اندازه هر زاویه خارجی مساوی مجموع دو زاویه داخلی دیگر آن است.

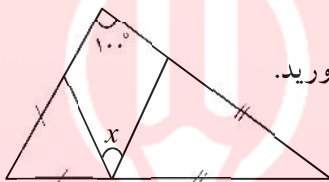


$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_1 + \hat{B}_1 &= 180^\circ \\ \hat{C}_1 + \hat{A}_1 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

۵۷- در یک چهارضلعی، اندازه سه تا از زاویه ها، 90° ، 110° و 45° است. اندازه هر یک از زاویه های خارجی آن چند درجه است؟

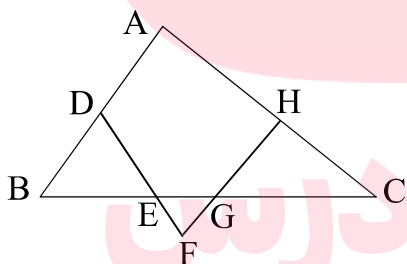


۵۸- در شکل مقابل ثابت کنید $x + y = z + t$.

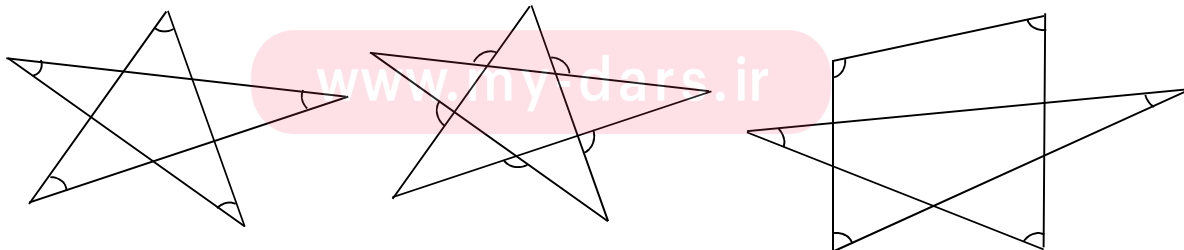


۵۹- در شکل مقابل زاویه x را بدست آورید.

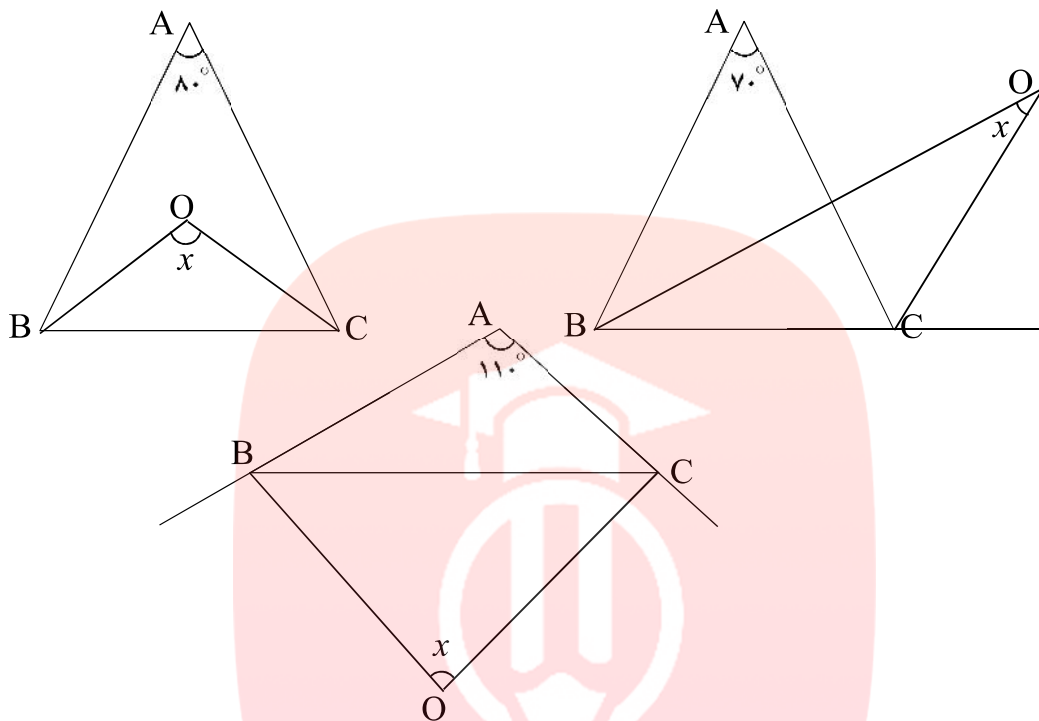
۶۰- در شکل مقابل $\hat{A} = 80^\circ$ ، $BD = DE$ و $CH = HG$ می باشد. اندازه ی زاویه ی F چند درجه است؟



۶۱- در شکل های زیر مجموع زوایای مشخص شده را بدست آورید.



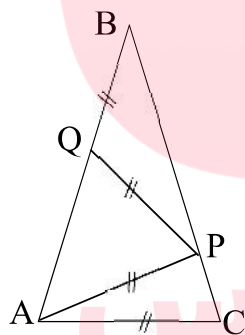
۶۲- در شکل‌های زیر زاویه‌ی مجهول را بدست آورید. (در تمام شکل‌ها CO و BO نیمساز هستند.)



۶۳- AC قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین ABC است.

نقاط P و Q به ترتیب روی ساق‌های BC و AB قرار دارند و

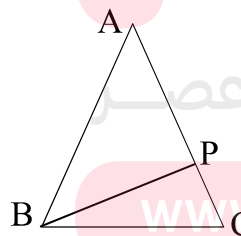
$AC = AP = PQ = QB$ می‌باشد. زاویه‌ی B چند درجه است؟



۶۴- مثلث ABC متساوی‌الساقین ($AB = AC$) است.

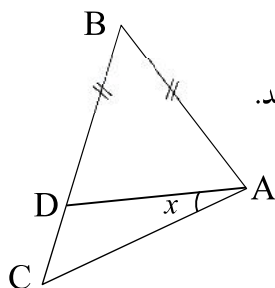
اگر $\widehat{BPC} = 120^\circ$ و $\widehat{ABP} = 50^\circ$ باشد، اندازه زاویه‌ی

\widehat{PBC} چقدر است؟



۶۵- در مثلث ABC ، $AB = BD$ و $\widehat{A} = \widehat{C} + 20^\circ$ می‌باشد.

اندازه زاویه x چند درجه است؟



۶۶- در یک متوازی الاضلاع، اندازه یکی از زاویه های تند، 42° درجه است. اندازه هر یک از زاویه های خارجی آن چند درجه است؟

۶۷- مجموع زاویه های خارجی یک مربع چند درجه است؟ شکل فرضی رسم کنید.

۶۸- مجموع زاویه های خارجی در یک هفت ضلعی چند درجه است؟

۶۹- فقط پاسخهای نهایی هر قسمت را بنویسید.

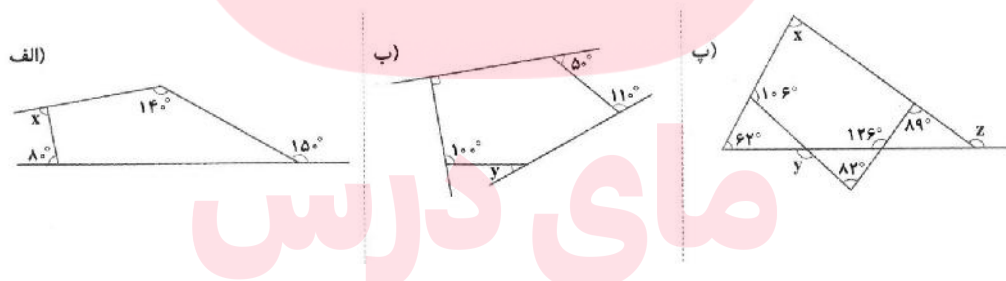
الف) اندازه هر زاویه ی خارجی یک ۹ ضلعی منتظم چند درجه است؟

ب) در کدام شکل منتظم اندازه هر زاویه ی خارجی 12° است؟

پ) در یک متوازی الاضلاع، اندازه ی یک زاویه ی خارجی، 112° است. اندازه تمامی زاویه های داخلی و خارجی آن را بنویسید.

ت) اندازه ی هر زاویه ی داخلی یک ۱۸ ضلعی منتظم چند درجه است؟

۷۰- در هر شکل، اندازه زاویه هایی که با حروف مشخص شده اند را محاسبه کنید.



۷۱- در یک مثلث متساوی الاضلاع، اندازه هر زاویه خارجی چند درجه است؟

۷۲- در یک پنج ضلعی منتظم، اندازه هر زاویه خارجی چند درجه است؟

۷۳- مجموع زاویه های داخلی و خارجی در یک لوزی چند درجه است؟

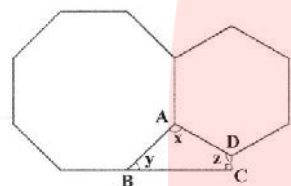
۷۴- اندازه هر زاویه داخلی ۱۲ ضلعی منتظم، چند درجه بیش تر از اندازه هر زاویه خارجی یک ۳۰ ضلعی منتظم است؟

۷۵- در کدام شکل منتظم اندازه هر زاویه خارجی 15° است؟

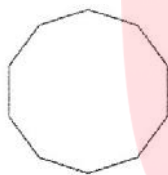
۷۶- در همه قسمت ها، شکل هایی که با حروف **A** و **B** مشخص شده اند، منتظم هستند. اندازه زاویه هایی که با حروف مشخص شده اند را محاسبه کنید.



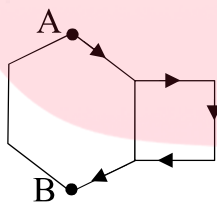
۷۷- در شکل زیر، ۸ ضلعی و ۶ ضلعی منتظم هستند. در ۴ ضلعی **ABCD** اندازهی زاویه هایی که با حرف مشخص شده اند را محاسبه کنید.



۷۸- اگر یک خودرو یک دور کامل روی مسیر زیر که ۱۰ ضلعی منتظم است حرکت کند، در کل چند درجه را طی می کند؟



۷۹- اگر یک لاک پشت از نقطه **A** تا نقطه **B** روی مسیر شکل زیر حرکت کند، در کل چند درجه طی کرده است؟ (شش ضلعی منتظم و چهارضلعی مربع است.)



۸۰- در شکل های زیر، مقدار **x** را با نوشتن معادله برای جمع زاویه های خارجی، محاسبه کنید.

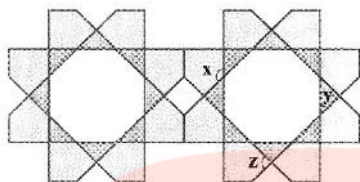


۸۱- چرا با کاشی هایی به شکل هفت ضلعی منتظم نمی توان یک سطح را به طور کامل کاشی کرد؟

۸۲- آیا می توان فقط با استفاده از هشت ضلعی منتظم کاشی کاری کرد؟ چرا؟

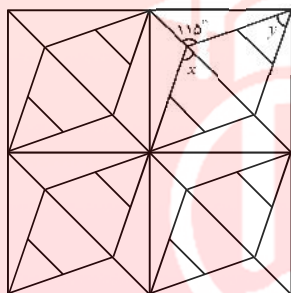
۸۳- با ترکیب دوازده ضلعی منتظم و چه شکل منتظمی می توان یک سطح را کاشی کرد؟

۸۴- با ترکیب کاشی‌هایی به شکل دوازده ضلعی منتظم و مربع و چه شکل منتظم دیگری، می‌توان یک سطح را کاشی کرد؟



۸۵- در کاشی‌کاری مقابل اندازه‌ی زاویه‌های x و y و z را محاسبه کنید.

۸۶- در کاشی‌کاری از سه نوع کاشی گوناگون استفاده شده است. زوایای مجهول را محاسبه کنید.



۸۷- به چند طریق می‌توان شکل زیر را با موزاییک‌های 2×1 کاشی‌کاری کرد؟

۸۹- ابعاد کف یک اتاق مستطیل شکل برابر 710×430 است. حداقل با چند موزاییک 20×25 می‌توان کف اتاق را پوشاند، بدون آنکه هیچ موزاییکی را بشکنیم؟

۹۰- در کف اتاق 5×5 حداکثر چند کاشی 1×3 می‌توان قرار داد به طوری که کاشی‌ها هم‌پوشانی نداشته باشند؟

فصل چهارم: جبر و معادله

چند جمله‌ای‌ها

تعریف یک جمله‌ای

یک جمله‌ای بر حسب x به صورت ax^m است که در آن a یک عدد دلخواه و m یک عدد صحیح نامنفی است. a را ضریب یک جمله‌ای گوئیم.

اگر به تعریف دقت کنیم، ملاحظه می‌کنیم که a هر عدد دلخواهی می‌تواند باشد و m عددی است عضو

$$مجموعه \quad W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

مثلاً $4x^2$ ، $\frac{5}{2}x$ و $3x^4$ ، $\frac{2}{5}$ و $\sqrt{2}$ مثالهایی از یک جمله‌ای می‌باشند و عبارتهایی نظیر $x^3 - x$ ، $\frac{5}{x^3}$ ، $\frac{3}{x-1}$ ، $\frac{4}{x}$ یک جمله‌ای نیستند.

✓ تست: کدام یک از عبارتهای زیر، از دو یک جمله‌ای تشکیل شده است؟

$$(2) \quad \frac{x}{5} + \frac{5}{x}$$

$$(1) \quad 4x + \frac{1}{x}$$

$$(4) \quad \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{4x^3}{3}$$

$$(3) \quad 4x^3 + \sqrt{x}$$

پاسخ: اگر به تعریف بالا دقت کنیم، گزینه (۴) درست است؛ زیرا در گزینه (۱)، $\frac{1}{x}$ و در گزینه (۲)، $\frac{5}{x}$ و در

گزینه (۳)، \sqrt{x} یک جمله‌ای نمی‌باشد. **رو به آموزشی عصر**

درجه یک جمله‌ای

اگر ax^m یک جمله‌ای باشد، عدد m را درجه یک جمله‌ای گوئیم.

مثلاً، یک جمله‌ای $4x^3$ از درجه سوم، یک جمله‌ای $5x^2$ از درجه دوم، یک جمله‌ای $2x$ از درجه اول و یک جمله‌ای (۷) از درجه صفر است.

توجه: ممکن است یک جمله ای از چند متغیر تشکیل شده باشد.

$$\text{مثلاً } \frac{2}{5} y^2 z^3, -2x^2 z, 5x^3 y^4$$

برای تعیین درجه یک جمله ای $5x^3 y^4$ نسبت به متغیرهای y, x ، باید توانهای y, x را با هم جمع کرد و برای یک جمله ای $5x^3 y^4$ باید گفت که این یک جمله ای نسبت به x از درجه سوم، نسبت به y از درجه چهارم و نسبت به xy از درجه هفتم است.

پس:

درجه یک جمله ای با چند متغیر برابر است با مجموع توانهای متغیرهای آن یک جمله ای

مثال: یک جمله ای $3x^2 z$ نسبت به xz از درجه سوم است و یک جمله ای $7x^4 y^3 z^4$ نسبت به xyz از درجه نهم است.

یک جمله‌ای‌های متشابه

چند یک جمله ای را وقتی متشابه می‌گوییم که در آنها متغیرها یکسان و توانهای هر متغیر برابر باشد.

مثلاً سه یک جمله ای $5a^2 b^5 c^3$ ، $-2a^2 b^5 c^3$ و $\frac{11}{2} a^2 b^5 c^3$ متشابهند، یک جمله ایهای متشابه را می‌توان با هم جمع جبری کرد؛ به این ترتیب که ضریبهای یک جمله ای متشابه را با هم جمع می‌کنیم، آن‌گاه در سمت راست عدد حاصل یک بار متغیرهای متشابه را می‌نویسیم؛

مثال:

$$4x^2 y - 7x^2 y - 3x^2 y = (4-7-3) x^2 y = -6x^2 y$$

مثال: حاصل عبارت زیر را بیابید.

www.my-dars.ir

$$5ab + 3a^2 - 4ab - 15ab + 2a^2 + 7a^2 + 14ab - 9a^2$$

$$= (5-4-15+14)ab + (3+2+7-9)a^2 = (0)ab + 3a^2 = 3a^2$$

ضرب یک جمله‌ای‌ها

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

می‌دانیم، اگر a عددی حقیقی و n, m اعداد طبیعی باشند، داریم:

برای ضرب یک جمله‌ای‌ها، اول ضرایب آنها را در هم ضرب می‌کنیم، سپس توانهای هر متغیر را با هم جمع می‌کنیم.

$$(-4x^2)(-5x^2)(3x^2) = (-4)(-5)(3)x^{2+2+2} = 60x^6$$

مثال:

$$\left(\frac{2}{3}ab\right)\left(-\frac{1}{4}a^2b\right)\left(-\frac{3}{2}a^2b^2\right) = \left(\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{1}{4}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)a^5b^4$$

$$= +\frac{2 \times 1 \times 3}{3 \times 4 \times 2}a^5b^4 = \frac{1}{4}a^5b^4$$

مثال:

$$(\Delta a^2 b^2 c)(-2 a^2 b)(-3 b a^3 c^2) = (\Delta)(-2)(-3)a^6 b^6 c^5 = 3 \cdot a^6 b^6 c^5$$

مثال:

به توان رساندن یک جمله‌ای

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

می‌دانیم، اگر a یک عدد حقیقی و n و m اعداد طبیعی باشند، داریم:

$$(a^2)^3 = a^6$$

مثال:

$$(a^2 b^2 c)^5 = a^{10} b^{10} c^5$$

• نکته: آیا تساوی $(2)^{3^2} = (2^3)^2$ درست است؟

جواب: خیر

$$(2)^{3^2} = (2)^{(3^2)} = 2^9$$

$$(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$$

$$\begin{cases} (a^2)^3 = a^6 \\ (a^2)^3 = a^8 \end{cases} \Rightarrow (a^2)^3 \neq (a^2)^3$$

مثال:

مثال: مقدار n را در تساوی $2^{4n+1} = 2^3 \times 2^2$ بیابید.

حل: $2^{4n+1} = 2^{2+2} \Rightarrow 2^{4n+1} = 2^5 \Rightarrow 4n+1=5$

$\Rightarrow 4n+4 \Rightarrow \boxed{n=1}$

مثال: مقدار n را در تساوی $4^{2n-1} = 2(8^3)$ بیابید.

حل:

$4^{2n-1} = 2(8^3) \Rightarrow (2^2)^{2n-1} = 2(2^3)^3$

$\Rightarrow 2^{2(2n-1)} = 2(2^9) \Rightarrow 2^{2(2n-1)} = 2^{1+9} \Rightarrow 2^{4n-2} = 2^{10}$

$\Rightarrow 4n-2 = 10 \Rightarrow 4n = 12 \Rightarrow \boxed{n=3}$

تست: اگر $4(8^n) = 32(8^2)$ ، کدام است n ؟

$n = 2$ (۲)

$n = 1$ (۱)

$n = 4$ (۴)

$n = 3$ (۳)

حل: گزینه (۳)؛ زیرا:

$4(8^n) = 32(8^2) \Rightarrow 2^2(2^3)^n = 2^5(2^3)^2$

$\Rightarrow 2^2(2^{3n}) = 2^5(2^6) \Rightarrow 2^{3n+2} = 2^{11} \Rightarrow 3n+2=11 \Rightarrow 3n=9 \Rightarrow n=3$

چند جمله‌ای

مجموع چند یک جمله ای غیرمتشابه را چند جمله ای می نامند.

مثال: هر یک از عبارتهای زیر، چند جمله ای است.

$x^2 - y + 5$ و $4x^3 + 2x$ و $2x^3 - 5x^2 + x$

جمع جبری چند جمله‌ای‌ها

برای جمع چند، چند جمله‌ای، جمله‌های متشابه آنها را با هم جمع جبری می‌کنیم.

مثال: اگر $A = 3x^3 - 5x^2 + 4x - 1$ و $B = x^3 + 6x^2 + x - 4$ و $C = -2x^3 + x^2 + 3$.

حاصل $A+B+C$ را بیابید.

$$A+B+C = (3x^3 + x^3 - 2x^3) + (-5x^2 + 6x^2 + x^2) + (4x + x) +$$

$$(-1 - 4 + 3) \Rightarrow A+B+C = 2x^3 + 2x^2 + 5x - 2$$

ضرب چند جمله‌ای‌ها

$$\text{می دانیم: } \begin{cases} a(b+c) = ab+ac \\ (a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac+ad+bc+bd \end{cases}$$

مثال: حاصل عبارت $(x^2 - 4x)(x^2 + x + 1)$ را بیابید.

حل:

$$x^2(x^2 + x + 1) - 4x(x^2 + x + 1) =$$

$$x^4 + x^3 + x^2 - 4x^3 - 4x^2 - 4x =$$

$$x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x$$

معادله‌ها

تعریف: هر تساوی، بین دو عبارت جبری که به ازای جمیع مقادیر متغیر یا متغیرها در دو طرف تساوی، همواره

برقرار باشد، یک اتحاد نامیده می‌شود. مثلاً $x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$ یک اتحاد است و اگر تساوی فقط به ازای

چند مقدار از متغیر برقرار باشد، آن را یک معادله می‌نامند؛ مثلاً $x^2 = 1$ یک معادله است که فقط به ازای

$x = 1$ یا $x = -1$ برقرار است.

معادله درجه اول یک مجهولی

هر معادله به صورت $ax+b=0$ را معادله درجه اول یک مجهولی یا معادله درجه اول گویند. X را مجهول معادله و a, b را ضرایب معادله گویند.

این تساوی فقط به ازای یک مقدار از X برقرار است؛ یعنی اگر به جای X هر عددی قرار دهیم، تساوی درست نخواهد شد؛ مگر یک عدد خاص، که این عدد خاص را ریشه یا جواب معادله گویند.

این جواب در حالت کلی، به صورت $x = -\frac{b}{a}$ است.

معادله‌های هم‌ارز

برای حل هر معادله، با استفاده از خواص تساویها، آن را بتدریج به معادله‌های ساده تری تبدیل می‌کنیم، که با آن معادله، هم درجه، ولی از آن ساده تر است، و مجموعه جواب هر دو معادله، یکی است. این معادله‌ها را معادله‌های هم‌ارز گویند.

توجه: اگر یک جمله از یک تساوی را به طرف دیگر انتقال دهیم، علامت آن جمله عوض می‌شود.

مثال: معادله (۱) $4x - \frac{5}{2}x + 1 = 2x - \frac{3}{2}x + 4$ را حل کنید.

حل: دو طرف تساوی بالا را در (۲) ضرب می‌کنیم:

$$8x - 5x + 2 = 4x - 3x + 8 \quad (2)$$

$$3x + 2 = x + 8 \quad (3)$$

سپس جمع جبری می‌کنیم:

X ها را به سمت چپ و اعداد را به سمت راست انتقال می‌دهیم:

$$3x - x = 8 - 2 \quad (4)$$

$$2x = 6 \quad (5)$$

سپس جمع جبری می‌کنیم:

$$x = 3$$

دو طرف را بر (۲) تقسیم می‌کنیم: (۶)

کلید معادله‌های (۱)، (۲)، (۳)، (۴)، (۵) و (۶) را معادله‌های هم‌ارز گوئیم.

اگر $x \times y \times z = 0$ ، آن گاه $x = 0$ یا $y = 0$ یا $z = 0$

مثال: معادله $(2x-8)(3x+12)(4x-40)=0$ را حل کنید.

$$2x - 8 = 0 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$3x + 12 = 0 \Rightarrow 3x = -12 \Rightarrow x = -4$$

$$4x - 40 = 0 \Rightarrow 4x = 40 \Rightarrow x = 10$$

جوابهای این معادله $\{4, -4, 10\}$ می باشند.

مثال: معادله $(2x+3)^2 - (2x+5)^2 = 4$ را حل کنید.

$$(2x+3)^2 - (2x+5)^2 = 4$$

$$4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 + 20x + 25) = 4$$

$$4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 20x - 25 = 4$$

$$-8x - 16 = 4 \Rightarrow -8x = 20 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

حل بعضی از مساله ها به کمک ساختن معادله

مساله (۱): عددی بیابید که اگر از ۵ برابر آن عدد، ۳۰ واحد کم کنیم، حاصل برابر ۲۰ شود.

حل: آن عدد را x می نامیم. پس:

$$5x - 30 = 20$$

$$5x = 30 + 20$$

$$5x = 50 \Rightarrow x = \frac{50}{5} \Rightarrow x = 10$$

مساله (۲): از میوه فروش محله، ۳ کیلو سیب و ۲ کیلو پیاز خریدیم و یک اسکناس ۱۰۰۰ تومانی دادیم. میوه

فروش ۵۰ تومان به ما پس داد. اگر قیمت هر کیلو پیاز ۱۰۰ تومان باشد، قیمت یک کیلو سیب چه قدر است؟

حل: قیمت هر کیلو سیب را x تومان فرض می کنیم. در ضمن، قیمت ۲ کیلو پی + از هم ۲۰۰ تومان شده است؛ پس می توان نوشت:

$$3x + 200 + 50 = 1000$$

$$3x = 1000 - 200 - 50$$

$$3x = 750 \Rightarrow x = \frac{750}{3} \Rightarrow x = 250 \quad \text{تومان}$$

مسئله (۳): پدر علی ۴۰ ساله است. سن پدر علی مساوی ۵ برابر سن علی به اضافه ۵ سال است. وقتی علی به سن ۲۰ سالگی برسد، پدر علی چند ساله خواهد شد؟

حل: سن علی را x سال فرض می کنیم؛ پس:

$$5x + 5 = 40 \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow x = \frac{35}{5} \Rightarrow x = 7 \quad \text{سال}$$

$$20 - 7 = 13 \quad \text{پس علی ۷ ساله است.}$$

$$40 + 13 = 53 \quad \text{سن پدر علی، وقتی علی ۲۰ ساله است.}$$

مسئله (۴): مجموع ۵ عدد زوج متوالی ۷۰ است، بزرگترین عدد این مساله چند است؟

حل: فرض می کنیم بزرگترین عدد زوج این ۵ عدد، x باشد؛ پس:

$$x + (x-2) + (x-4) + (x-6) + (x-8) = 70$$

$$x + x - 2 + x - 4 + x - 6 + x - 8 = 70$$

$$5x - 20 = 70 \Rightarrow 5x = 90 \Rightarrow x = \frac{90}{5} \Rightarrow x = 18$$

مسئله (۵): زمینی داریم به شکل مستطیل که طول آن از ۳ برابر عرض آن ۴ متر کمتر است. اگر محیط این زمین ۴۰ متر باشد، مساحت آن چند مترمربع است؟

حل: عرض مستطیل را x متر فرض می کنیم؛ پس:

$$2(x + 3x - 4) = 40$$

(عرض + طول) × ۲ = محیط مستطیل

$$40 = 2(3x - 4 + x) \Rightarrow 40 = 2(4x - 4)$$

$$40 = 8x - 8 \Rightarrow 40 + 8 = 8x \Rightarrow 48 = 8x \Rightarrow x = \frac{48}{8}$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ متر} \Rightarrow \begin{cases} \text{عرض} = 6m \\ \text{طول} = 14m \end{cases}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = 6 \times 14 = 84$$

مسئله (۶): مساله معروف دسته کبوتران .

از دسته ای کبوتر سوال شد، شما چند نفرید؟ سرپرست کبوتران گفت:

«ما و ما و نصف ما و نیمه ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما جملگی ۱۰۰ می شویم.»

حل: فرض می کنیم تعداد کبوترها x کبوتر باشد؛ پس:

$$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

$$2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

$$8x + 2x + x + 4 = 400$$

$$11x = 400 - 4 \Rightarrow 11x = 396 \Rightarrow x = \frac{396}{11} \Rightarrow x = 36$$

دو طرف معادله را در ۴ ضرب می کنیم:

بحث در معادله درجه اول

به مثالهای زیر دقت کنید.

$$(x+2)^2 + (x-2)^2 = 2x^2$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 4x + 4 = 2x^2 \quad \text{مثال (۱): معادله } (x+2)^2 + (x-2)^2 = 2x^2 \text{ را حل کنید.}$$

$$2x^2 + 8 = 2x^2 \Rightarrow 8 = 0 \quad \text{به این تساوی حاصل رابطه غیرممکن گویند.}$$

$$\text{مثال (۲): معادله } 2x - 1 + -4 = 3x - 5 \text{ را حل کنید.}$$

$$2x - 1 + x - 4 = 3 - 5$$

$$3x - 5 = 3x - 5$$

به این تساوی، یک اتحاد گویند.

= ۰

و به ازای هر x دو طرف مساویند. آن را می توان چنین نوشت:

$$0(x)$$

هرگاه معادله ای به فرم $0(x) = 0$ در آید، می گویند معادله به اتحاد تبدیل شده است و بی شمار جواب دارد.

مثال (۳): معادله $4x - 2 - x = -2$ را حل کنید.

$$4x - 2 - x = -2 \Rightarrow 3x - 2 = -2 \Rightarrow 3x = 0 \Rightarrow x = 0$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir



۱- هر یک از عبارات جبری زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

۱) $2a + 3a + a$

۱۱) $x^2 - 3x + 2 - 3x^2 - 5 + x$

۲) $3a - a + 5a + 2b$

۱۲) $ab^2 - a^2b + 3a^2b - 4a^2b$

۳) $4a - 3b + b - 2a$

۱۳) $ab + a - 3ba + 2a$

۴) $2ab + 3a - 5a + 4ab$

۱۴) $2a^2 + 3x^2 - 5a^2 - 4x^2 + 2a^2$

۵) $6x - 2y + 3x + 2y$

۱۵) $3x - 2y + x + 2x$

۶) $x - 2y + 5x - y$

۱۶) $5(a+b) - 3(a+b) + (a+b)$

۷) $2x^2 - 3x - 5x^2 + 3x$

۱۷) $-2(2x - 3y) + 7(2x - 3y) + (2x - 3y)$

۸) $3x^2 - 2x + 4x + 5x^2 - 3x$

۱۸) $2(x+2y)^2 - 3(x+2y)^2 - 4(x+2y)^2$

۹) $2xy - 3yx + 5xy - 2yx$

۱۹) $3(a-b) + 5(a+b) - 4(a+b) - (a-b)$

۱۰) $3a - 2b + 4a + ab + a$

۲۰) $4(5x-2) + 3(5x-2) + 7(5x-2)$

۲- هر یک از عبارات زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$۱) ۳x \times ۵x$$

$$۱۱) \left(\frac{۳}{۴}x^۲y\right)\left(\frac{۲}{۳}xy^۳b^۲\right)$$

$$۲) ۴xy \times ۲x^۲$$

$$۱۲) \left(-\frac{۵}{۲}x^۲bc\right)\left(\frac{۵}{۴}xb^۳y^۲\right)$$

$$۳) \left(-\frac{۳}{۵}xb\right)\left(\frac{۵}{۹}x^۲\right)$$

$$۱۳) \left(\frac{۳}{۸}xy^۲\right)\left(\frac{۴}{۳}x^۲yb^۳\right)$$

$$۴) -۲x^۳y \times ۳xy^۴$$

$$۱۴) (-۲a^۲)^۳(۳ab^۲)^۲$$

$$۵) (-۲x^۳)(۳x^۲)$$

$$۱۵) (-۳a^۳b^۲c)^۳(۲ab^۳c^۲)^۲$$

$$۶) (۵x^۲y)(-۳xy^۲)$$

$$۱۶) (a^۲b^۳c)^۳(-a^۳b^۲c^۵)^۴(a^۲bc^۴)^۲$$

$$۷) -۲(۱۳a^۲bc)$$

$$۱۷) \left(\frac{۲}{۵}x^۲y\right)^۳\left(\frac{۵}{۴}x^۳y^۴\right)^۲$$

$$۸) (۱۱m^۴n^۵)^۲$$

$$۱۸) \left(\frac{x^۲y}{b^۲c^۵}\right)^۳\left(\frac{a^۲b^۴c^۳}{x^۳y^۲}\right)^۲$$

$$۹) (-۲a^۲b^۳c^۴)^۳$$

$$۱۹) (-۲x^۲y^۳z)^۳(۵x^۳yz^۲)^۲$$

$$۱۰) (-۴xy^۲z^۳)^۲$$

$$۲۰) \left(\frac{۳}{۱۴}x^۲y^۳z^۴\right)\left(\frac{۲۱}{۲}xy^۲z\right)$$

۳- هر یک از عبارات زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

- | | |
|---|---|
| ۱) $x + 2y$ | ۱۵) $-4xy(2x^2 - 3x + y^2)$ |
| ۲) $-2(2a - 3b)$ | ۱۶) $2ab(3a - b + 2) - 4ab(3b - a - 3)$ |
| ۳) $3a(2a + 3)$ | ۱۷) $2x^2(3x - 1) - 2x^2(3x + 4) - 3x(2x^2 + x - 3)$ |
| ۴) $-4ab(2a - 3b)$ | ۱۸) $3x^2(2x^2 - 3x + 1) - x(2x^2 + 5x^2 - 2x - 4)$ |
| ۵) $3a(2a - b + 3)$ | ۱۹) $\frac{x}{y}(3\frac{y^2}{x^2} - 2\frac{y}{x} + 4y^2)$ |
| ۶) $-2a^2(a^2 - 2a - 1)$ | ۲۰) $2a^2b(3a - 2b + 3) - 4ab(3a - 2a^2 + 4ab)$ |
| ۷) $3a^2b(2a - 3ab + b^2)$ | ۲۱) $18(\frac{2}{3}xy - \frac{4}{9}x + \frac{1}{6})$ |
| ۸) $-\frac{3}{5}ab^2(\frac{15}{6}a^2b - \frac{25}{3}ab + \frac{10}{3})$ | ۲۲) $3a(2a - 1) - 5(2a^2 + a - 1)$ |
| ۹) $3x^2y^2(2xy^2 - 3xy + 5x^2y - 2x)$ | ۲۳) $4ab(2a - 3b - 1) - 3a(2ab + 4b^2 + 2b)$ |
| ۱۰) $4a^2b(2a^2 - 3b + 2ab^2 - 1)$ | ۲۴) $-3a^2(2a + 1) - 3(2a^2 + 4a^2 - 11a + 1)$ |
| ۱۱) $2x(3x + 2) + 5(x^2 - 3x + 2) - 8$ | ۲۵) $-3\frac{a^2b^3}{c}(\frac{a^2c}{b^2} - \frac{2ac^2}{3b^3} + \frac{1}{6}\frac{c^3}{ab^2})$ |
| ۱۲) $2x^2y^2z \times (-\frac{5}{2})xy^2z$ | |

۴- حاصل هر یک از عبارات زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

- | | |
|--------------------------------|--|
| ۱) $(a - b)(a + b)$ | ۹) $(2x - 4)(x^2 - 2x^2 - 3x + 1)$ |
| ۲) $(x + 2)(x + 3)$ | ۱۰) $(t - 4)(2t^2 + 3t - 6)$ |
| ۳) $(x - 4)(x - 5)$ | ۱۱) $(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2x - 1)$ |
| ۴) $(x - y)(x^2 - xy + y^2)$ | ۱۲) $(3x + 2)(9x^2 + 12xy + 4y^2)$ |
| ۵) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ | ۱۳) $(x^2 - y^2)(x^6 + x^2y^2 + y^6)(x^6 + y^6)$ |
| ۶) $(a + b + c)(2a + 3b + 4c)$ | ۱۴) $(2x - y)^2(2x + y)^2$ |
| ۷) $(2x - y)(2x + y)$ | ۱۵) $(3x - 1)(2x + 5) + (2x - 3)(x - 2)$ |
| ۸) $(3x - 4y)(3x + 4y)$ | ۱۶) $(2x + y)(x - 2y) - (x + 2y)(3x + y)$ |
| | ۱۷) $(3x - 1)(x - 2) - 2x^2 + 3x - 5$ |
| | ۱۸) $(2x + 3y)(x - y) - 2x(x + 2y) + 4y$ |

۵- مقدار عددی عبارات جبری زیر را به ازای مقادیر داده شده حساب کنید.

- ۱) $(x - y)^2 - 2xy$ $(x = -2, y = -3)$
- ۲) $\frac{6(x - y)}{x^2 - y^2}$ $(x = 2, y = -1)$
- ۳) $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $(a = -3, b = 4, c = -1)$
- ۴) $(a + b)(a^2 + b^2 - ab)$ $(a = 3, b = 5)$
- ۵) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^2 + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2$ $(x = 2, y = -1)$
- ۶) $\frac{x^{-1} + y}{x + y^{-1}} + \frac{x + y^{-1}}{x^{-1} - y}$ $(x = 2, y = -1)$
- ۷) $\frac{x}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$ $(x = -3)$

۶- هر عبارت را بصورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید.

- ۱) $ab - ac$ ۱۱) $ab^2 - a^2b + ab$
- ۲) $3x - 6$ ۱۲) $6xy - 12x$
- ۳) $a^2 - a$ ۱۳) $3^{x+5} - 3^{x+2}$
- ۴) $6x^2y^3 - 9x^3yz^2$ ۱۴) $7 \times 3^x - 5 \times 3^x$
- ۵) $12x^2y^3 - 8x^3y^2$ ۱۵) $2x \times 5^y - 3y \times 5^y$
- ۶) $2ab - 4a$ ۱۶) $2(a + b) - 3x(a + b)$
- ۷) $3a^2bc - 9ab^2$ ۱۷) $2ab - 3a$
- ۸) $2x^2y^3 + 4x^3y^2z$ ۱۸) $2a^2b - 4$
- ۹) $3a^7 + 2a^5 - a^4$ ۱۹) $a^2b - 3ab + ab^2$
- ۱۰) $3x^3 - x^2$ ۲۰) $x^3 - 2x^2 + x$

۷- حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

$$۱) \frac{۲a+۳}{۲} + \frac{a-۱}{۳}$$

$$۲) \frac{۳a-۱}{۵} - \frac{۲a+۱}{۲}$$

$$۳) \frac{a+۲b-۱}{۳} + \frac{۲a-b-۳}{۲}$$

$$۴) \frac{۲a-b}{۳} - \frac{a+۲b}{۵} + \frac{۲b+۳a}{۱۵}$$

$$۵) \frac{۲a-b}{a} + \frac{۳a+۲b}{b} - \frac{۴a+b}{a} - \frac{۳a}{b}$$

$$۶) (1 - \frac{۲a+b}{b})(۲ - \frac{a-۲b}{۳})$$

$$۷) (۳a + \frac{۲a+۱}{۲})(a - \frac{a+۲}{۳})$$

$$۸) (\frac{۲a+b-۱}{۳} + 1)(۲ - \frac{a-۲b+۱}{۲})$$

$$۹) (\frac{x-y}{۲x} + \frac{۲x+y}{۳y})(\frac{x+۳y}{۲x} - \frac{x-y}{y})$$

$$۱۰) (x+۲y - \frac{۱}{۳})(\frac{۲x-y}{۲} + ۳)$$

۸- مجموع دو عدد ۴ و حاصلضرب آنها ۳- است . مجموع معکوس آنها چند است؟

۹- هر یک از معادلات زیر را حل کنید و مقدار مجهول را بدست آورید.

$$۱) ۲x - ۳ = ۵$$

$$۲) -۳x + ۱ = ۷x - ۴$$

$$۳) ۲ = ۳x - ۱$$

$$۴) ۴ = ۲ - ۵x$$

$$۵) ۲x - ۴ = ۳ - ۵x$$

$$۶) ۳x - ۲ = ۳x + ۷$$

$$۷) ۵x - ۳ = ۲x - ۳$$

$$۸) ۳x + ۲(x-۳) = ۵ + ۳x$$

$$۹) ۴x - ۲(۳x-۱) = ۲(-۲x+۳) - ۴$$

$$۱۰) ۲x - ۵ = ۳(۲-x) + ۳x - ۴$$

$$۱۱) \frac{۳}{۴}x = \frac{۲}{۵}$$

$$۱۲) \frac{۲}{۳x} - \frac{۱}{۲} = ۰$$

$$۱۳) ۳x - \frac{۴}{۳} = ۰$$

$$۱۴) \frac{۲}{۳}x - \frac{۱}{۲} = ۳$$

$$۱۵) \frac{۲}{۵} - \frac{۱}{۲}x = ۱ - x$$

$$۱۶) \frac{۳}{۴}x - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۴} + x$$

$$۱۷) ۲(x - \frac{۱}{۴}) = ۳(۲ - \frac{x}{۵})$$

$$۱۸) ۲x - \frac{۳}{۴} = ۲x + \frac{۳}{۵}$$

۱۰- هر یک از معادلات زیر را حل کنید و مقدار مجهول را بدست آورید.

$$۱) \frac{۳x}{۲} - \frac{۱}{۳} = \frac{۲x}{۵} + ۱$$

$$۲) \frac{۳x}{۵} - ۱ = \frac{x}{۲} + \frac{۲}{۳}$$

$$۳) \frac{x-۱}{۲} + ۳ = \frac{۱}{۴} - x$$

$$۴) \frac{۲x}{۷} - ۱ = x + \frac{۱}{۲}$$

$$۵) \frac{x}{۲} + \frac{۲x+۳}{۵} = ۱ - \frac{x}{۴}$$

$$۶) \frac{x-۱}{۲} - \frac{۳x+۱}{۵} = ۱ - \frac{x}{۱۰}$$

$$۷) \frac{۲x-۳}{x+۴} = \frac{۳}{۷}$$

$$۸) \frac{۲x-۳}{۵} + \frac{x-۱}{۲} = ۱ - \frac{۳x-۱}{۷}$$

$$۹) \frac{۴x-۳}{-۲x+۷} = -۵$$

$$۱۰) \frac{۳x-۱}{-۲x+۴} = \frac{-۱}{۳}$$

$$۱۱) \frac{۲x-۵}{۴} = \frac{۳x+۱}{۷}$$

$$۱۲) \frac{۳x-۲}{۳} = \frac{x+۷}{-۴}$$

$$۱۳) \frac{۲x-۵}{۳x+۴} = \frac{۴x+۷}{۶x-۱}$$

$$۱۴) \frac{۳x-۱}{x+۵} = \frac{۶x-۲}{۲x-۷}$$

$$۱۵) \frac{-۲x-۱}{۵x+۳} = \frac{-۴x-۳}{۱۰x-۱}$$

$$۱۶) \frac{۳x-۱}{۲x+۵} = \frac{۶x-۱}{۴x-۳}$$

$$۱۷) \frac{\frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۲}x}{\frac{x}{۳} + \frac{۱}{۴}} = \frac{۳}{۵}$$

$$۱۸) \frac{\frac{۲}{۳}x - \frac{۱}{۲}}{x + \frac{۳}{۵}} = -۱$$

$$۱۹) \frac{\frac{۲}{۵}x - \frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۳}x - ۳} = \frac{\frac{۱}{۲}x - ۳}{\frac{۲}{۳}}$$

$$۲۰) \frac{\frac{۳}{۲} - \frac{۱}{۳}x}{\frac{۲}{۵}} = \frac{۵}{۶}$$

$$۲۱) (۲x-۳)(x+۴) = ۰$$

$$۲۲) (۳x-۷)(x+۲)(۳x+۵) = ۰$$

$$۲۳) (-۲x-۱)(-۳x+۴) = ۰$$

$$۲۴) (۲x-۳y+۵)(۲y-۱) = ۰$$

$$۲۵) (۳x+۲)(x-۳y+۱)(۲x-۳y+۴z-۱) = ۰$$

$$۲۶) (۲x+۵)(y-۲x+۳)(۳z-۲y+x-۴) = ۰$$

$$۲۷) (-۲y-۳)(۳x+۴y-۱)(۲x-۳z+۵) = ۰$$

$$۲۸) (۳x-۱)(۲x+۵)(۳x-۴)(-۲x-۱) = ۰$$

$$۲۹) (۲x-۵)(-x-۱) = ۰$$

$$۳۰) \left(\frac{۲}{۳}x - \frac{۱}{۲}\right) \left(\frac{۳}{۴}x + \frac{۱}{۵}\right) \left(x - \frac{۱}{۴}\right) = ۰$$

۱۱- هر یک از معادلات زیر را حل کنید و مقدار مجهول را بدست آورید.

$$۱) ۲x^2 - ۳ = ۵$$

$$۹) (۲x - ۳)^2 = ۴$$

$$۲) -x^2 + ۳ = -۱$$

$$۱۰) (-۳x + ۱)^2 = ۱۶$$

$$۳) ۲x^2 - ۵ = ۳x^2 + ۱$$

$$۱۱) (۵x - ۱)^2 = ۹$$

$$۴) ۴x^2 - ۱ = x^2 + ۲۶$$

$$۱۲) (۲x^2 - ۱)^2 = ۹$$

$$۵) ۲x^2 - ۳ = x^2 + ۱$$

$$۱۳) (-۳x + ۱)^2 = ۱$$

$$۶) \frac{۲x^2}{۵} - ۱ = x^2 - ۳ \frac{۲}{۵}$$

$$۱۴) (۵x - ۳)^2 - ۴ = ۰$$

$$۷) \frac{x^2}{۳} + ۵ = \frac{۲x^2 + ۲۲}{۵}$$

$$۱۵) (۳x - ۱)^2 = x^2$$

$$۸) \frac{۲x^2 - ۳}{۵} - \frac{x^2 + ۲}{۳} = x^2 - ۵$$

$$۱۶) (۲x - ۳)^2 = (x + ۱)^2$$

۱۲- هر یک از معادلات زیر را حل کنید و مقدار مجهول را بدست آورید.

$$۱) ۲x - ۳(۲x - ۱) = -۷x + ۳$$

$$۲) (۳x - ۵)(۲x + ۱) - ۴ = ۶x^2 + ۷x - ۱$$

$$۳) \frac{۳x - ۱}{۲x + ۵} = \frac{۳x - ۱}{۲x}$$

$$۴) \frac{۲x}{۳} - \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۵} + x$$

$$۵) ۲ / ۵ - ۳ / ۲۵x = ۴ / ۷۵x - ۷ / ۵$$

$$۶) \frac{x}{۲} - \frac{۲ - ۳x}{۵} = ۱ - \frac{x}{۱۰}$$

$$۷) \frac{۳x}{۲} - \frac{۲ - x}{۳} - \frac{۱}{۴} = ۰$$

$$۸) \frac{\frac{۲}{۳}x - \frac{۱}{۲}}{\frac{۳}{۲}} = \frac{\frac{۲}{۵}x + ۱}{\frac{۳}{۲}}$$

$$۹) x^2 - ۳ = ۵x^2 - ۱۹$$

$$۱۰) \frac{۲x^2}{۵} - \frac{۳}{۲} = x^2 - \frac{۳۳}{۱۰}$$

$$۱۱) \frac{۲x^2 - ۵}{-x^2 - ۳} = \frac{۳x^2 - ۲}{x^2 - ۱}$$

$$۱۲) (۲x - ۳)(x + ۵x + ۹x + ۱) = ۰$$

$$۱۳) (۲x - ۱)(x + ۲y - ۳)(۲x - y - z + ۱) = ۰$$

$$۱۴) \frac{\frac{۳}{۲}x - ۱}{\frac{۳}{۲}x + ۱} = \frac{x - \frac{۱}{۲}}{۲x + \frac{۳}{۴}}$$

$$۱۵) \frac{\frac{x}{۲}}{\frac{۲}{۳}} = -۱$$

$$۱۶) \frac{\frac{۲}{-۵}}{\frac{۱}{۳}} = \frac{۱}{۳}$$

$$17) \frac{x + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = 3x - \frac{1}{2} + \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$23) \frac{3}{\frac{1}{2} - \frac{x}{3}} = \frac{3}{x+1}$$

$$24) x^2 + 1 = 0$$

$$25) 2x^2 + 5 = 0$$

$$26) 3x^4 + 1 = 0$$

$$27) 2x^2 + 4y^4 + 1 = 0$$

$$28) x^{100} + x^{98} + x^{96} + \dots + x^4 + x^2 + 1 = 0$$

$$18) (2x-3)^2 + (3y-1)^2 = 0$$

$$19) (4x-2)^2 + (3y-1)^2 = 0$$

$$20) (2x-3)^{20} + (x-\frac{3}{2})^{20} = 0$$

$$21) (3x-4)^{50} + (2y-1)^{20} = 0$$

$$22) (-3x+2)^{24} + (2y-3)^2 = 0$$

۱۳- هر یک از مسائل زیر را به وسیله تشکیل معادله حل کنید.

۱) عددی را بدست آورید که اگر به آن ۵ واحد اضافه کنیم حاصل برابر ۱- می شود.

۲) سه برابر عددی با ۵- برابر است. آن عدد چیست؟

۳) دو برابر عددی به اضافه ۷ با ۳- برابر است. آن عدد را بیابید.

۴) به سه برابر عددی ۲ واحد اضافه نمودیم. حاصل برابر ۱۰ شد. آن عدد را بیابید.

۵) از ۵ برابر عددی ۷ واحد برداشتیم. حاصل برابر ۵- شد. آن عدد چیست؟

۶) قرینه عددی برابر $\frac{-2}{5}$ است. آن عدد کدام است؟

۷) قرینه معکوس عددی برابر ۳- شده است. آن عدد را بیابید.

۸) از قرینه عددی ۴ واحد کم کرده ایم. حاصل برابر ۷ شده است. آن عدد چیست؟

۹) به دو برابر قرینه عددی ۳ واحد اضافه کردیم. حاصل با همان عدد برابر شد. آن عدد چیست؟

۱۰) از سه برابر عددی ۲ واحد برداشتیم. حاصل با قرینه آن عدد به علاوه ۵ برابر شد. آن عدد چیست؟

۱۱) حاصل ضرب عددی در ۵ برابر همان عدد است. آن عدد را پیدا کنید.

۱۲) از سه برابر عددی دو واحد کم کرده ایم. حاصل با چهار برابر آن عدد منهای پنج برابر شده است. آن عدد را بدست آورید.

۱۳) عددی را بدست آورید که تفاضل نصف و ثلث آن ۵ باشد.

۱۴) عددی را بدست آورید که اگر از ربع آن سه واحد کم کنیم حاصل برابر است با دو برابر ثلث آن بعلاوه

یک.

- ۱۵) در تقسیم عددی بر ۹ به باقیمانده ۲ و خارج قسمت ۳- رسیده ایم. ثلث آن عدد چیست؟
- ۱۶) عدد ۲۵- را به چه عددی تقسیم کنیم تا خارج قسمت ۳ و باقیمانده ۲ باشد.
- ۱۷) نصف ثلث ربع عددی برابر ۵ است. آن عدد چیست؟
- ۱۸) نصف مجموع عددی با ۳ را با ۵ جمع کرده ایم. حاصل با ثلث تفاضل آن عدد با ۲ برابر شده است. آن عدد چیست؟
- ۱۹) سه کارگر، کاری را در ۱۵ روز انجام می دهند. ۵ کارگر آن کار را در چند روز انجام می دهند؟
- ۲۰) ۲۵٪ دانش آموزان یک کلاس که عینک می زنند ۷ نفرند. آن کلاس چند نفر است؟
- ۱۴- مجموع دو عدد ۵ و تفاضل آنها ۱۱ است. تفاضل مربعات آنها چند است؟
- ۱۵- هر یک از مسایل زیر را به روش تشکیل معادله حل کنید.
- ۱) مجموع سه عدد طبیعی متوالی برابر ۴۸ شده است. آنها را بدست آورید.
 - ۲) مجموع سه عدد طبیعی فرد متوالی برابر ۴۵ شده است. آنها را بیابید.
 - ۳) مجموع $\frac{۲}{۳}$ عددی با $\frac{۱}{۴}$ آن عدد و خود آن عدد برابر ۶۹ شده است. آن عدد چیست؟
 - ۴) کسری مساوی $\frac{۳}{۷}$ پیدا کنید که تفاضل صورت و مخرج آن عدد ۴۴ باشد.
 - ۵) مجموع پنج عدد صحیح زوج متوالی برابر ۷۰ است. آنها را پیدا کنید.
 - ۶) مجموع سه عدد طبیعی متوالی ۱۰۵ است. این اعداد را پیدا کنید.
 - ۷) به صورت و مخرج کسر $\frac{۷}{۱۶}$ چه عددی به طور مساوی اضافه کنیم تا کسر حاصل معادل $\frac{۴}{۷}$ شود.
 - ۸) در یک چهارضلعی به اضلاع $(X+۲)$ و $(X-۲)$ و $(X+۴)$ و $(X-۷)$ محیط برابر ۴۱ می باشد. اندازه هر ضلع را بیابید.
 - ۹) پروین هفت شاخه گل خرید و ۱۰۰ تومان پرداخت نمود. اگر ۱۶۰ تومان پس گرفته باشد. قیمت هر شاخه گل چقدر است؟
 - ۱۰) مقدار X را چنان تعیین کنید که عدد سه رقمی $(X-۳)(X-۲)(X-۱)$ بر ۹ بخشپذیر باشد.
 - ۱۱) مبلغ ۵۴۰۰ ریال را بین سه نفر چنان تقسیم کنید که سهم دومی، دو برابر سهم اولی و سهم سومی دو برابر سهم اولی و دومی باشد.
 - ۱۲) دو زاویه مکمل یکدیگرند. اگر اندازه یکی، ۵ برابر اندازه دیگری باشد. هر کدام چقدرند.

۱۳) در مثلث قائم الزاویه ای یکی از زاویه های حاده چهار برابر دیگری است. اندازه هر زاویه مثلث را بیابید.

۱۴) در مثلث متساوی الساقین اندازه زاویه راس نصف اندازه زاویه های مجاور به ساق است. زاویه های مثلث را پیدا کنید.

۱۵) دو زاویه مکمل به نسبت ۳ به ۵ هستند هر کدام را بدست آورید.

۱۶) محیط مربعی $\frac{4}{8}$ سانتی متر است. مساحت آن چقدر است؟

۱۷) می خواهیم ۹۶۰ تومان را میان سه نفر به نسبت ۵ و ۹ و ۱۲ تقسیم کنیم. سهم هر کدام چقدر است؟

۱۸) عرض مستطیلی $\frac{1}{6}$ طول آن است. محیط این مستطیل ۱۴۰ متر است. طول و عرض آن چقدر است؟

۱۹) پول محمود ۳ برابر پول احمد است. محمود ۲۰ ریال از احمد بیشتر دارد. احمد چند ریال پول دارد؟

۱۶- کسری را تعیین کنید که اگر به صورت و مخرج آن ۳ واحد بیافزاییم معادل $\frac{4}{5}$ شود و اگر از صورت و مخرج آن ۳ واحد بکاهیم معادل $\frac{1}{2}$ شود.

۱۷- اختلاف دو عدد ۱۹۹ می باشد و اگر یکی از این دو عدد را بر دیگری تقسیم کنیم خارج قسمت ۴ و باقیمانده ۱۰ می شود. این دو عدد کدامند.

۱۸- مجموع ارقام یک عدد دو رقمی ۱۱ می باشد. اگر جای ارقام این عدد را عوض کنیم ۴۵ واحد از آن کاسته می شود این عدد کدام است؟

۱۹- عددی را بر اعداد ۷ و ۵ و ۸ تقسیم کردیم باقیمانده ها به ترتیب ۲ و ۵ و ۷ و مجموع خارج قسمتها برابر ۲۰ شد. این عدد چیست؟

۲۰- نیلوفر به نوید می گوید اگر تو به من ۳۰ ریال بدهی پول من سه برابر پول تو می شود و نوید به نیلوفر می گوید اگر تو به من ۳۰ ریال بدهی پول من از پول تو ۲۰ ریال بیشتر می شود. تعیین کنید هر کدام چقدر پول دارند؟

۲۱- در یک کلاس تعدادی نیمکت وجود دارد اگر دانش آموزان آن کلاس به صورت سه نفری بنشینند برای ۸ نفر جا نمی ماند و اگر به صورت ۴ نفری بنشینند یک نیمکت اضافه می آید تعداد دانش آموزان و تعداد نیمکتها را حساب کنید.

- ۲۲- چند نفر مبلغی را بین خود تقسیم کردند. اولی ۱۰۰۰ ریال برداشت به اضافه $\frac{1}{9}$ باقیمانده دومی ۲۰۰۰ ریال برداشت به اضافه $\frac{1}{9}$ باقیمانده و همینطور نفرات بعدی. چنانچه سهم این چند نفر مساوی باشد کل پول و تعداد نفرات و سهم هر یک را تعیین کنید.
- ۲۳- در ساعت ۱۲ عقربه ساعت شمار بر عقربه دقیقه شمار منطبق است تعیین کنید پس از چند دقیقه و در چه ساعتی مجدداً دو عقربه روی هم قرار می گیرند؟
- ۲۴- عدد ۴۶ را به دو جزء طوری تقسیم کنید که مجموع خارج قسمتهای آنها بر ۷ و ۳ برابر ۱۰ شود.
- ۲۵- مطلوبست تعیین یک عدد سه رقمی بطوریکه رقم صدگان آن سه برابر رقم یکان و $\frac{2}{3}$ رقم دهگان باشد و اگر ارقام عدد را بطور برعکس بنویسیم ۳۹۶ واحد کوچک شود.
- ۲۶- اضلاع مثلث قائم الزاویه ای سه عدد صحیح می باشند. طول اضلاع مثلث را حساب کنید.
- ۲۷- مجموع سن سه نفر ۴۱ سال است سن دومی ۳ سال از اولی بیشتر و سن سومی چهار سال از سن اولی کمتر است سن هر یک را حساب کنید.
- ۲۸- نسبت دو سرمایه ۳ به ۴ است. اگر به آن که کمتر است ۱۰۰۰ ریال و به آن که بیشتر است ۲۰۰۰ ریال افزوده شود نسبت آنها ۲ به ۳ خواهد شد. مبلغ هر سرمایه چقدر است؟

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir