

## فصل اول

# اعداد صحیح و اعداد گویا

# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

همیشه آغاز راه دشوار است، عقاب در لحظه ای پر کشیدن گاه پر می ریزد اما در اوج، حتی از بال زدن

هم بی نیاز است.

## هوالحق

مجموعه اعداد صحیح

$$\mathbb{Z} \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$$

مجموع هر دو عدد صحیح یک عدد صحیح است.  $(-5) + (+6) = +1$

تفریق هر دو عدد صحیح یک عدد صحیح است.  $7 - 9 = -2$

ضرب هر دو عدد صحیح یک عدد صحیح است.  $(-8) \times (-5) = +40$

اما تقسیم هر دو عدد صحیح یک عدد صحیح نیست. چرا؟

جواب: زیرا تقسیم عدد بر صفر تعریف نشده است. تعریف نشده  $(-6) \div 0 = 0$

همچنین .....

اعداد گویا

کسر متعارفی: هر کسری که صورت و مخرج آن یک عدد صحیح باشد و مخرج آن صفر نباشد.

عدد گویا: هر عددی را که بتوان به صورت کسر متعارفی نوشت، عدد گویا می گویند.

مجموعه اعداد گویا را با  $Q$  نشان می دهند و به زبان ریاضی به صورت زیر می نویسند.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N} \right\}$$

www.my-dars.ir

مثال) اعداد  $0$  و  $5$  و  $1/7$  و  $-0.2$  و  $\sqrt{25}$  و  $3/14$  و  $2^3$  و  $5/7$  ... گویا هستند.

↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{20}{4}$	$\frac{-2}{10}$	$\frac{17}{10}$	$\frac{15}{3}$	$\frac{0}{7}$

\* اما عدد  $\pi$  گویا نیست.

کسرهای ساده نشدنی (تحویل پذیر) مثال:  $\frac{12}{18}$

کسرهای گویا دو گروه هستند

کسرهای ساده نشدنی (تحویل ناپذیر) مثال:  $\frac{7}{8}$

\* در کسرهای ساده نشدنی اگر صورت را بر مخرج تقسیم کنیم یک عدد اعشاری به دست می آید که ۳ حالت دارد

(۱) اعداد اعشاری مختوم (تحقیقی): اعدادی که تعداد ارقام اعشاری آنها متناهی است و کسر مولد این عدد در مخرجشان یکی از عوامل ۲ یا ۵ یا هر دو عدد را دارا هستند.

مثال 

$$\frac{3}{20} = 0.15 \quad \rightarrow \quad \frac{3}{20} = \frac{3}{2^2 \times 5^1} \quad \frac{17}{2} = 8.5$$


(۲) اعداد اعشاری متناوب ساده: تعداد ارقام اعشاری این اعداد، نامتناهی و دارای دوره گردش می باشند. در تجزیه مخرج کسر مولد این اعداد عامل ۲ و ۵ یافت نمی شود.

$$\frac{1}{3} = 0.3333\dots = 0.\bar{3} \quad \frac{3}{7} = 0.428571\dots = 0.\overline{428571}$$

(۳) اعداد اعشاری متناوب مرکب: کسر مولد این اعداد در مخرج شان علاوه بر عامل ۲ یا ۵، عوامل دیگر دارند. جزء اعشاری آنها دو قسمت است. بدون گردش و با گردش

$$\frac{2}{15} = 0.13333\dots = 0.1\bar{3}$$

\* به جز اعداد اعشاری گویا، اعداد اعشاری هستند که تعداد اعشارشان نامتناهی و بدون گردش می باشد و این اعداد گویا نیستند و گنگ نامیده می شوند.

مثال 

$$\dots, \sqrt{3} = 1.7320508075\dots, \pi, 7/376329\dots$$

\* عددی که گویا نباشد گنگ یا امم نامیده می شود که با  $Q'$  یا  $Q^c$  نمایش داده می شوند.

چند مثال از اعداد گنگ:

$$5 - \pi, \sqrt{2} + \sqrt{19}, 3 - \sqrt{10}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{12}, 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$\left. \begin{array}{l} \text{متناوب ساده } 2/14 \\ \text{مختوم } 0/18 \\ \text{متناوب مرکب } 3/542 \\ \text{اعشاری گنگ مثل } \pi \end{array} \right\} \text{اعشاری گویا}$

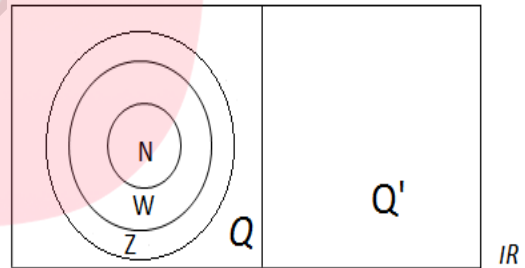
خلاصه: اعداد اعشاری دو دسته مهم هستند

$\Leftarrow$  **نتیجه:** هر عدد گویا را می توان به صورت یک عدد اعشاری مختوم یا متناوب نوشت و برعکس هر عددی را که بتوان به صورت اعشاری متناوب نوشت گویا می نامند.

$\text{نکته مهم:}$  مجموعه اعداد گویا و اعداد گنگ با هم، مجموعه اعداد حقیقی را تشکیل می دهند و با نماد  $\mathbb{R}$  نشان می دهند.

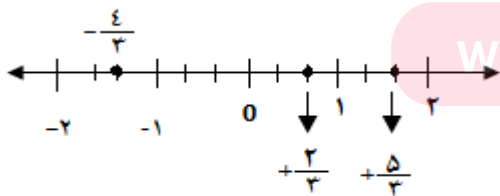
$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{W} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}, \mathbb{Q}' \subset \mathbb{R}$$

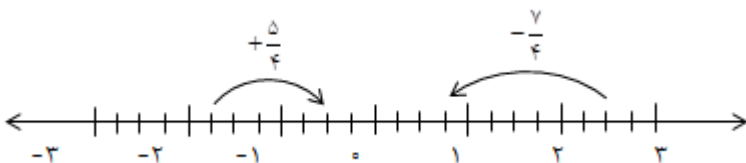


### نمایش عدد گویا روی محور

مکان هر نقطه روی محور از صفر شمرده می شود (نقطه به مکان و به صفر وابسته است)



\* عدد حرکت به جهت و مقدار حرکت بستگی دارد به مکان و صفر وابسته نیست.



$$-\frac{a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} \rightarrow \frac{-3}{7} = \frac{3}{-7} = -\frac{3}{7}$$

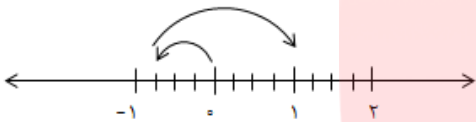
نکته:

عدد مخلوط دو جزء صحیح و کسری دارد که هر دو جزء هم علامت هستند یعنی:

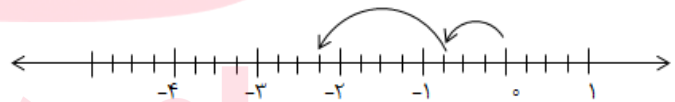
$$\begin{cases} +2\frac{5}{9} = +2 + \frac{5}{9} \\ -3\frac{1}{7} = -1 - \frac{1}{7} \end{cases}$$

\* اما  $(-7 + \frac{1}{3})$  مخلوط نیست.

### جمع و تفریق اعداد گویا روی محور



$$(-\frac{2}{4}) + (+\frac{7}{4}) = +\frac{5}{4}$$



$$(-\frac{2}{3}) - (+\frac{5}{3}) = (-\frac{2}{3}) + (-\frac{5}{3}) = -\frac{7}{3}$$

\* اول به جمع تبدیل کرده و سپس حرکت آن را رسم می کنیم

$$(-\frac{2}{15}) - (-\frac{1}{12}) = \frac{-8+5}{60} = -\frac{3}{60}$$

جمع و تفریق اعداد کسری به منخرج مشترک نیاز دارد.

www.my-dars.ir

### ضرب و تقسیم اعداد گویا

معکوس  $\frac{a}{b}$  به صورت  $\frac{b}{a}$  می باشد. معکوس کردن علامت عدد را تغییر نمی دهد.

$$\frac{7}{25} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{25}{7}$$

$$-\frac{5}{11} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{11}{5}$$

$$+\frac{4}{7} \xrightarrow{\text{معکوس}} +\frac{7}{11}$$

مثال:

اول به کسر تبدیل می کنیم

مثال (کتابچه) قرینه معکوس  $-\frac{5}{7}$  برابر  $+\frac{7}{47}$

نکته: معکوس عدد  $\frac{a}{b}$  را به صورت  $(\frac{a}{b})^{-1}$  نیز می نویسند.

نکته:  $(\frac{3}{7})^{-1}$  یعنی معکوس  $\frac{3}{7}$  را بنویس  $\left(\frac{3}{7}\right)^{-1} = \frac{7}{3}$  و  $(\frac{10}{4})^{-1} = \frac{4}{10}$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

ضرب و تقسیم اعداد گویا به مخرج مشترک نیاز ندارد.

تقسیم را ابتدا به ضرب تبدیل کرده و سپس ساده کرده و حاصل را می نویسیم.

$$\frac{2 \cancel{18}}{24 \cancel{8}} \times \left( -\frac{5 \cancel{3}}{27 \cancel{3}} \right) = -\frac{10}{24} \quad \text{و} \quad \left( -\frac{3}{7} \right) \times \left( \frac{4}{5} \right) = -\frac{12}{35}$$

مثال (کتابچه)

$$+\frac{4}{9} \div \left( -\frac{12}{18} \right) = \frac{4}{9} \times -\frac{18}{12} = -\frac{2}{3}$$

$$\left( -2\frac{3}{5} \right) \div \left( -1\frac{1}{2} \right) = \left( -\frac{13}{5} \right) \div \left( -\frac{3}{2} \right) = \left( -\frac{13}{5} \right) \times \left( \frac{2}{3} \right) = +\frac{26}{15}$$

در ضرب و تقسیم اعداد مخلوط، ابتدا آنها را به کسر تبدیل می کنیم.

نکته: بین هر دو عدد گویا، بی شمار عدد گویا وجود دارد.

## روش پیدا کردن چند عدد گویا بین دو عدد دیگر

۱) مخرج مشترک گرفتن و بزرگ کردن صورت و مخرج

مثال (کتابچه): ۱۰۰ عدد بین  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{300}{600} \Rightarrow \frac{200}{600} < \frac{201}{600}, \frac{202}{600}, \frac{203}{600}, \frac{204}{600}, \frac{205}{600}, \dots < \frac{300}{600}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{200}{600}$$

۲) روش میانگین (میانگین هر دو عدد بین آنها دو قرار دارد)

مثال: سه عدد بین  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{3} \rightarrow \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \div 2 = \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{2} < \frac{5}{12} < \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{5}{12}\right) \div 2 = \frac{9}{24}$$

$$\left(\frac{5}{12} + \frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{11}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}, \frac{9}{24}, \frac{5}{12}, \frac{11}{24}, \frac{1}{2}$$

۳) برای هر دو کسر  $\frac{c}{d} < \frac{a}{b}$  می توان نوشت:  $\frac{c}{d} < \frac{c+a}{d+b} < \frac{a}{b}$

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1+1}{3+2} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{2}{5} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1+2}{3+5} < \frac{2}{5} < \frac{2+1}{5+2} < \frac{1}{2}$$

### کسرهای تلسکوپی

اگر مخرج یک کسر از حاصلضرب دو عدد تشکیل شود و تفاضل دو عدد در صورت باشد می شود آن کسرها را به صورت تفاضل دو کسر به صورت زیر نوشت.

$$\frac{7}{2 \times 9} = \frac{1}{2} - \frac{1}{9} \quad \frac{5}{3 \times 8} = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} \quad \frac{b-a}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

مثال کاربردی:  $\frac{3}{1 \times 4} + \frac{3}{4 \times 7} + \dots + \frac{3}{31 \times 34} = \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{31} - \frac{1}{34} = \frac{1}{1} - \frac{1}{34}$

گروه آموزشی عصر

### کسرهای مصری

هرگاه بتوان یک کسر را به صورت مجموع چند کسر نوشت به طوری که صورت همه آنها ۱ باشد و مخرجشان مختلف باشد می گوئیم آن کسر را به صورت مجموع کسرهای مصری نوشته ایم.

مثال ۱)  $\frac{5}{6} = \frac{2+3}{6} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

\* باید صورت کسر را به صورت مجموع شمارنده های منخرج

$$\frac{7}{10} = \frac{2+5}{10} = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$$

(مثال ۲)

$$\frac{11}{30} = \frac{1+2+3+5}{30} = \frac{1}{15} + \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{6}$$

(مثال ۳)

نوشت.

### روشنی برای حل مسأله های فصل (۱)

اگر شخص A کاری را در زمان  $T_1$  و شخص B همان کار را در زمان  $T_2$  انجام دهد آن گاه کل کار توسط هر دو به

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$$

طور مشترک در زمان T و به صورت زیر محاسبه می شود.

**مثال** (📖) مریم یک قالیچه را در ۱۰ روزه و فاطمه همان قالیچه را به تنهایی ۶ روزه می بافند. اگر هر دو با هم به

طور مشترک کار کنند کار چند روزه تمام می شود؟

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{6} = \frac{8}{30} \rightarrow \frac{1}{T} = \frac{8}{30} \rightarrow T = \frac{30}{8} = 3\frac{6}{8} \Rightarrow \left( \frac{6}{8} \times 24 = 18 \right)$$

زمان
مشترک
ساعت
عت

یعنی ۳ روزه و ۱۸ ساعت.

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



## تمرین های فصل اول

(۱) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$3 - 8^2 \div 2 \times 4 =$$

$$1 - [-2(-2+8) - 3] - 5 =$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 60 =$$

$$-2 + 6(3 - 4 \times 2) =$$

$$(1-30)(2-30)(3-30) \dots (50-30) =$$

$$2^5 - 2^4(2^3 - 2^2(2-2)) =$$

$$(-35) + (-32) + (-29) + \dots + 52 + 55 =$$

$$3 - 6 + 9 - 12 + \dots + 33 - 36 =$$

$$-5 - 10 - 15 \dots - 75 =$$

(۲) قرینه ی نقطه ۷- را نسبت به نقطه ۶+ بدست آورید.

(۳) مجموع بزرگترین عدد صحیح دو رقمی و کوچکترین عدد صحیح سه رقمی را بنویسید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

(۴) نمایش اعشاری دو کسر زیر را بنویسید.

$$\frac{3}{5} =$$

$$\frac{5}{4} =$$

$$\frac{7}{8} =$$

$$\frac{5}{12} =$$

۵) هر کسر زیر مولد چه نوع عدد اعشاری است (بدون تقسیم کردن) با تجزیه مخرج جواب دهید.

$$\frac{25}{60} \rightarrow$$

$$\frac{24}{56} \rightarrow$$

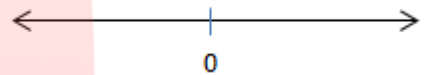
$$\frac{18}{45} \rightarrow$$

۶) کدام گویاست؟ چرا؟

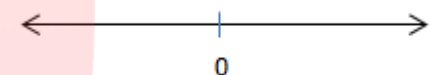
$$3^\circ \text{ و } 2^{-2} \text{ و } 5 + \sqrt{7} \text{ و } \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} \text{ و } \frac{\sqrt{3}}{5} \text{ و } \sqrt{2} \text{ و } \frac{1/5}{3} \text{ و } 3/14 \text{ و } \pi \text{ و } 0 \text{ و } +7$$

۷) متناظر با جمع و تفریق حرکت رسم کنید.

$$\left(-1\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{4}{3}\right) =$$



$$\left(-\frac{5}{4}\right) - \left(-\frac{2}{4}\right) =$$



۸) جملات زیر را کامل کنید.

قرینه معکوس  $\left(-2\frac{3}{5}\right)$  برابر.....

عبارت  $(0/125)^{-1}$  برابر.....

قرینه  $(0/25)^{-1}$  برابر عدد.....

اگر عددی بین صفر و یک باشد معکوس آن از عدد یک.....

اگر عددی بین صفر و ۱- باشد و معکوس آن از عدد ۱-،.....

اگر عددی بزرگتر از یک باشد معکوس آن بین..... و..... قرار دارد.

اگر عددی کمتر از ۱- باشد معکوس آن.....

قرینه معکوس  $\left[-\left(-3\frac{2}{5}\right)\right]$  برابر.....

(۹) حاصل عبارات زیر را بنویسید.

$$(۱) -۳/۷ - ۴/۵ =$$

$$(۲) -۲/۵۸ - (-۱۲/۰۳) + ۴۲/۹ =$$

$$(۳) \frac{۵}{۱۲} - (-\frac{۱۱}{۱۸}) =$$

$$(۴) \frac{۳}{۱۴} + \frac{-۵}{۲۱} =$$

$$(۵) -۹۷/۳ + ۰/۰۸۱ =$$

$$(۶) -\frac{۱۰}{۵۱} + \frac{۳}{۳۴} - ۱ =$$

$$(۷) \left(-۳\frac{۱}{۵}\right) \times \left(-۷\frac{۵}{۸}\right) =$$

$$(۸) \frac{۳}{۴} \div (۰/۲۵) =$$

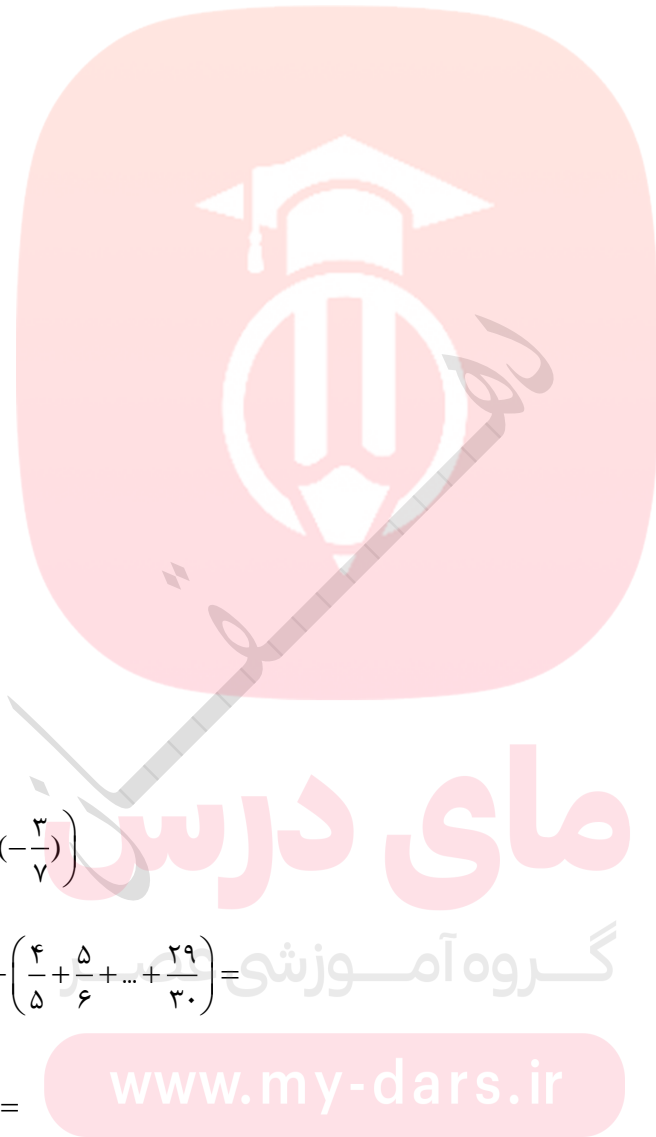
$$(۹) -\frac{-۸۴}{۱۹} \div \frac{۱۴}{۱۹} =$$

$$(۱۰) \left(-۲\frac{۱}{۳} \div ۴\frac{۵}{۱۲}\right) - \left(۱\frac{۲}{۵} \times \left(-\frac{۳}{۷}\right)\right)$$

$$(۱۱) \left(\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶} + \dots + \frac{۱}{۳۰}\right) + \left(\frac{۴}{۵} + \frac{۵}{۶} + \dots + \frac{۲۹}{۳۰}\right) =$$

$$(۱۲) \left[-\frac{۵}{۱۲} - \left(-\frac{۱}{۲۰}\right)\right] \div \left(-\frac{۲}{۳}\right) =$$

$$(۱۳) \frac{\left(-۲\frac{۱}{۴} \div ۴\right)}{-۱ - \frac{۲}{۳}} =$$



$$(14) \frac{2\frac{3}{8} - \frac{1}{3} \times 3\frac{5}{2}}{(1\frac{5}{6} + \frac{2}{3} - 2/4) \div \frac{72}{10}} =$$

$$(15) \frac{1}{42} - (-\frac{3}{35}) =$$

$$(16) -1393 + \frac{1391}{1392} =$$

$$(17) -27\frac{2}{3} - 35\frac{1}{8} + 18\frac{1}{6} =$$

$$(18) (2 - \frac{2}{3})(2 - \frac{2}{4})(2 - \frac{2}{5}) \dots (2 - \frac{2}{100})$$

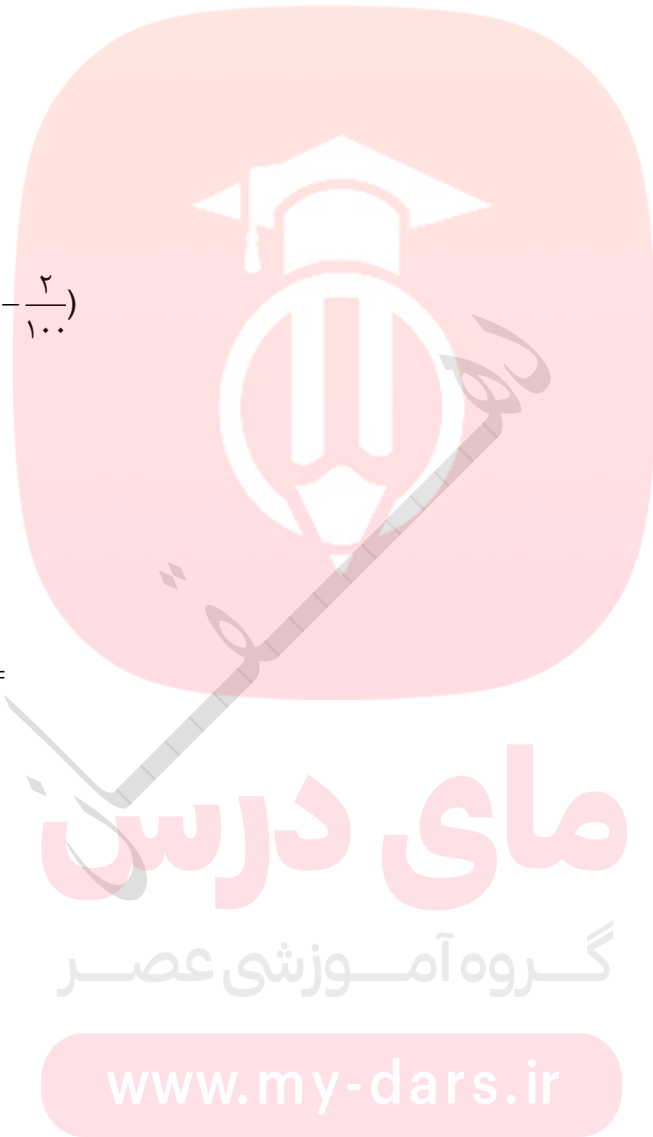
$$(19) \frac{5}{72} + \frac{1}{54} + \frac{1}{27} =$$

$$(20) \frac{1}{21} + \frac{1}{14} - \frac{1}{35} =$$

$$(21) \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right) \right] =$$

$$(22) \frac{\frac{1}{2}}{\frac{-\frac{2}{3}}{-\frac{5}{4}}}$$

$$(23) \frac{\frac{8}{5}}{\frac{2}{6}} \times \frac{-10}{\frac{1}{2}} =$$



$$-\frac{1.25}{1.60} + \frac{741}{739} - \frac{2.1}{6.00} + \frac{99}{1.00}$$

۱۰ مقدار تقریبی عبارت زیر را بدست آورید.

(۱۱) کسرهای زیر را به صورت مجموع کسرهای مصری بنویسید.

$$\frac{7}{12} =$$

$$\frac{11}{20} =$$

$$\frac{3}{5} =$$

$$\frac{2}{7} =$$

(۱۲) حاصل عبارات زیر را بنویسید.

الف)  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{11 \times 12} =$

ب)  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{2}{2 \times 4} + \frac{3}{4 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{5}{11 \times 16} =$

ج)  $\frac{4}{1 \times 5} + \frac{4}{5 \times 9} + \frac{4}{9 \times 13} + \dots + \frac{4}{41 \times 45} =$

د)  $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{21 \times 23} =$

ه)  $\frac{2}{3 \times 8} + \frac{2}{8 \times 13} + \frac{2}{13 \times 18} + \dots + \frac{2}{53 \times 58} =$

ز)  $\frac{6+8}{6 \times 7 \times 8} + \frac{8+10}{8 \times 9 \times 10} + \dots + \frac{18+20}{18 \times 19 \times 20} =$

و)  $\frac{3}{1 \times 2} - \frac{5}{2 \times 3} + \frac{7}{3 \times 4} - \frac{9}{4 \times 5} + \frac{11}{5 \times 6} - \frac{13}{6 \times 7} =$

م)  $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} =$

$$ن) \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+100} =$$

۱۳) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

ب)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$

ج)  $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}} =$

د)  $2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{2 + \frac{3}{\dots}}}} =$

۱۴) بین  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{3}{4}$  ، ۵ عدد گویا بیابید.

۱۵) کسرهای مقابل به ترتیب صعودی بچینید.  
 $\frac{11}{9}$  و  $\frac{13}{11}$  و  $\frac{15}{13}$  و  $\frac{17}{15}$  و  $\frac{19}{17}$

www.my-dars.ir

۱۶) در یک استخر سه شیر آب به صورت زیر عمل می کنند.

اولی استخر را ۴ ساعته و دومی به تنهایی ۶ ساعته پر می کنند و سومی به تنهایی در ۸ ساعت تخلیه می کند. اگر هر

سه با هم کار کنند پس از چند ساعت استخر پر می شود؟

(۱۷) علی کاری را ۲ ساعته تمام می کند. اگر لازم باشد آن کار را در  $\frac{2}{3}$  ساعت انجام دهد به کمک رضا احتیاج پیدا می کند. رضا به تنهایی آن کار را در چند ساعته انجام می دهد؟

(۱۸) شادی کاری را ۶ ساعته و شهرزاد ۸ ساعته و شیرین ۱۲ ساعته انجام می دهند. هر سه با هم شروع به کار کردند اما بعد از ۲ ساعت کار مشترک، شادی رفت. بقیه کار توسط دو نفر مانده چند ساعته تمام می شود؟

(۱۹) اگر  $3 + \frac{1}{x} = \frac{53}{17} + \frac{1}{y}$  باشد مقدار  $x$  و  $y$  را بدست آورید.

(۲۰) احمد  $\frac{2}{3}$  کاری را در ۴ ساعت و رضا  $\frac{3}{4}$  کار را در ۶ ساعت و علی ثلث این کار را در ۴ ساعت انجام می دهد. احمد ۳ ساعت و رضا ۲ ساعت کار کردند و دست از کار کشیدند. بقیه کار را علی به تنهایی در چند ساعت انجام می دهد؟

(۲۱) کسر  $\frac{2}{39}$  و  $\frac{3}{36}$  را در نظر بگیرید.

الف) کوچکترین کسر ساده نشدنی را بیابید که در تقسیم بر دو کسر، عدد طبیعی شود.

ب) بزرگترین کسر ساده نشدنی را بیابید که در تقسیم بر هر دو کسر، عدد طبیعی شود.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

(۲۲) کوچکترین عدد طبیعی که در تقسیم بر  $\frac{45}{36}$  عدد طبیعی شود چند است؟

(۲۳) کوچکترین عدد طبیعی که در تقسیم بر  $\frac{42}{28}$  و  $\frac{20}{70}$  عددی طبیعی شود چند است؟

(۲۴) کسری مساوی  $\frac{91}{13}$  پیدا کنید که مجموع صورت و منخرجش ۳۴ شود؟

(۲۵) کسری مساوی  $\frac{۶۵}{۹۱}$  بیابید که بزرگترین شمارنده صورت و منخرج آن ۱۹ شود.

(۲۶) بین دو کسر  $\frac{۳}{۱۰}$  و  $\frac{۱}{۳}$  سه کسر بیابید که منخرج آنها ۲۵ باشد.

(۲۷) اگر دو شیر A و B همزمان باز باشند استخری را ۴ ساعته پر می کنند.

اگر شیر A آب وارد استخر کند و B با همان توان و قدرت قبلی اش عمل تخلیه را انجام دهد.

استخر پس از ۵ ساعت پر می شود. قدرت شیر A به شیر B را بدست آورید.

(۲۸) حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$\frac{۲۰ \times (-۳۵) \times ۶۵}{-۷۵ \times ۲۸ \times (-۳۹)}$$

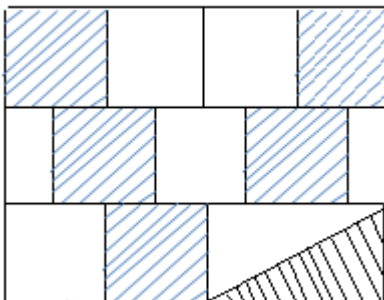
$$\frac{(-۷۲) \times ۱۴۳ \times (-۱۰۵)}{۲۱ \times ۱۴۴ \times (-۸۸)} =$$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{۹۹}\right) \left(1 - \frac{1}{۱۰۰}\right) =$$

$$1 \frac{1}{2} \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{4} \times 1 \frac{1}{5} \times \dots \times 1 \frac{1}{۱۰۰} =$$

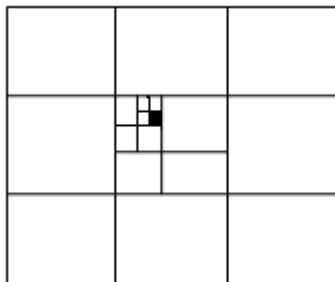
$$\left(1 + \frac{1}{۲}\right)^۲ \times \left(1 - \frac{1}{۲}\right)^۲ \times \left(1 + \frac{1}{۳}\right)^۲ \times \left(1 - \frac{1}{۳}\right)^۲ \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{۱۰۰}\right)^۲ \times \left(1 - \frac{1}{۱۰۰}\right)^۲ =$$

(۲۹) چه کسری از شکل هاشور خورده

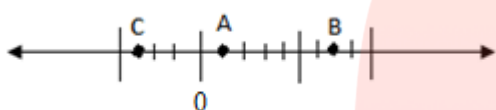




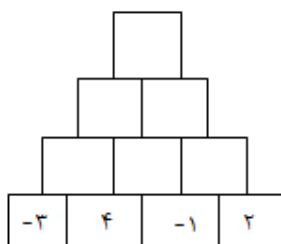
۳۰) مساحت مربع بزرگ ۱۰۰ است. مساحت مربع کوچک رنگی چقدر است؟



۳۱) با توجه به نقاط روی محور حاصل عبارت  $5A - B^2 + 4C$  را بدست آورید.



۳۲) با توجه به شکل هر مربع خالی رابطه ی دو عدد زیر آن را نشان می دهد. یعنی عدد سمت راست منهای دو برابر



سمت چپ. کامل کنید.

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

هوالحق


اداره کل آموزش و پرورش  
آزمون ریاضی فصل اول پایه هشتم فرزندانگان

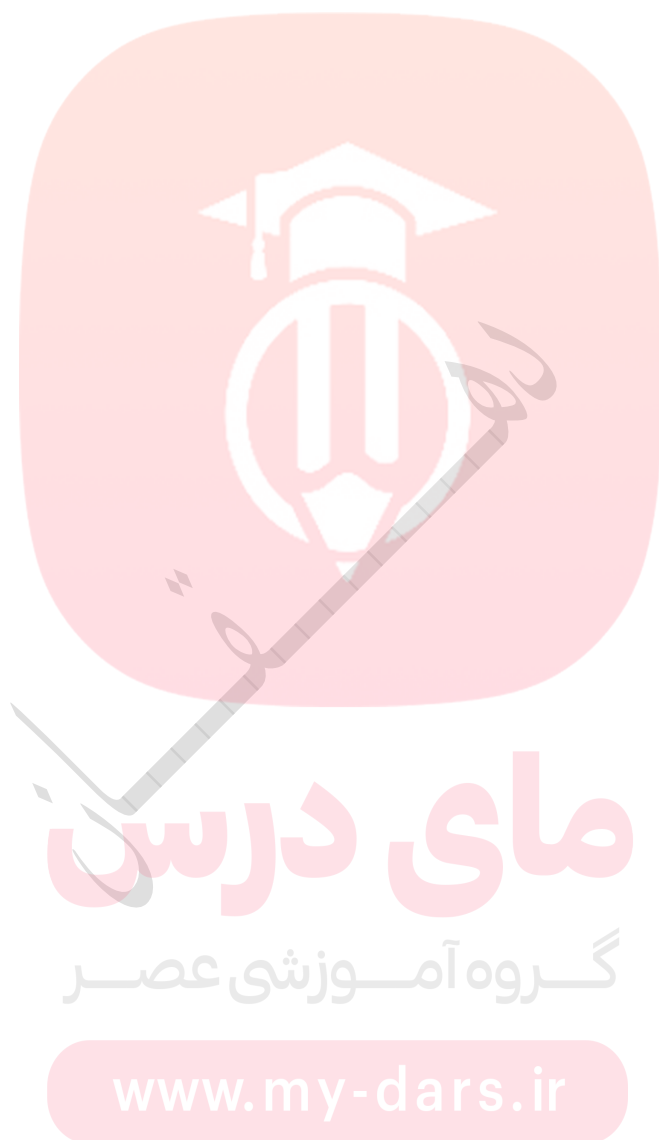
زمان : ۵۰ دقیقه

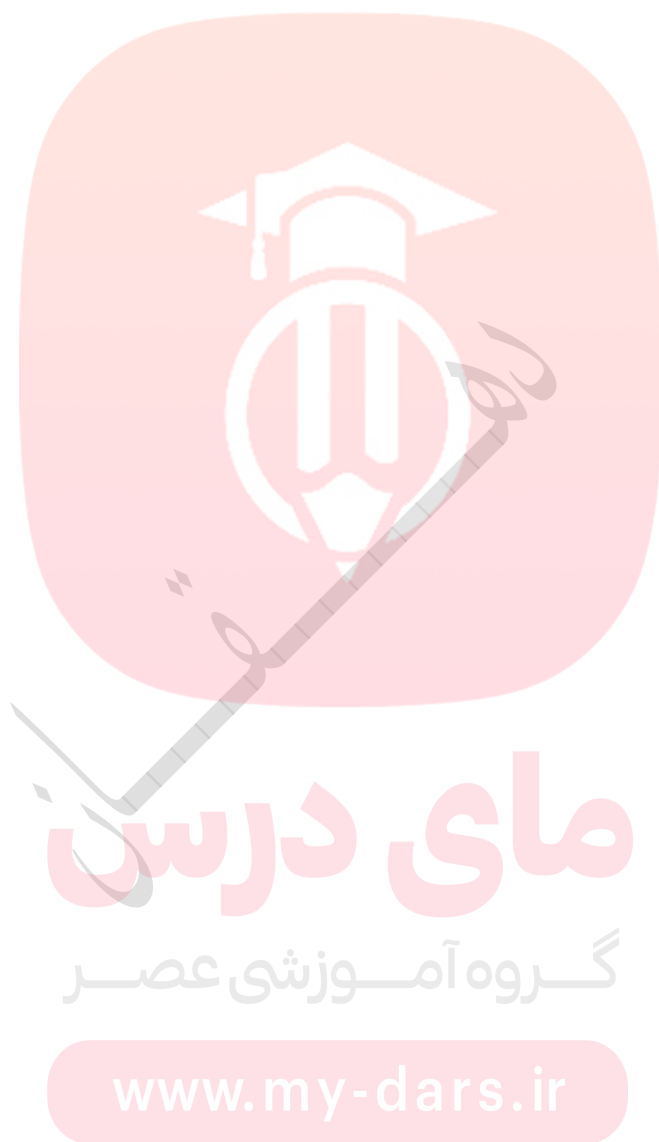
نام و نام خانوادگی :

دهقان مهرماه ۱۳۹۳

نام کلاس :

۲	$A = -\frac{۷۳۵}{۱۰۰۰}$ $B = \frac{-۱۹۰۹}{۱۰۰۰}$	$C' = \frac{-۹۵}{۲۰۰}$ $D = -\frac{۳۵۵}{۸۲۰}$	<p>جای تقریبی هر نقطه داده شده را روی محور نشان دهید.</p> 	۱	
۲	$\frac{\sqrt{۷۵}}{\sqrt{۵}}$	$\left(\frac{۳}{۵}\right)^{-۱}$	$\frac{۲/۵}{۳}$	$۳/۷۰۷۰۰۷۰۰۰۷۰۰۰۰۷۰۰۰۰۰۰۰$	۲
۱/۵	$\left(\frac{۷}{۳۰} - \frac{۱۱}{۴۵} - \frac{۱}{۶}\right) \div \left(-\frac{۱}{۷۲}\right) =$	<p>حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.</p>		۳	
۱/۵	$\frac{۱}{۵ \times ۸} + \frac{۱}{۸ \times ۱۱} + \frac{۱}{۱۱ \times ۱۴} + \dots + \frac{۱}{۳۵ \times ۳۸} =$				
۱	$\frac{۱}{۶}$	<p>الف) کسر مقابل را به صورت مجموع کسره‌های مصری بنویس.</p> <p>ب) هر کسر زیر مولد چه نوع عدد اعشاری می باشد؟</p>		۴	
۱	$\frac{۶}{۷۵} \rightarrow$	$\frac{۱۵}{۵۵} \rightarrow$			
۱/۵	$۱\frac{۱}{۳۰} + ۲\frac{۲}{۳۰} + ۳\frac{۳}{۳۰} + \dots + ۲۹\frac{۲۹}{۳۰} =$	<p>حاصل عبارت مقابل را محاسبه کنید.</p> <p>(در پشت برگه بنویسید)</p>		۵	
<p>پروردگارا «دست» مجروح رهبر عزیزمان را به دستان پر برکت امام زمان برسان ... آمین!</p>					

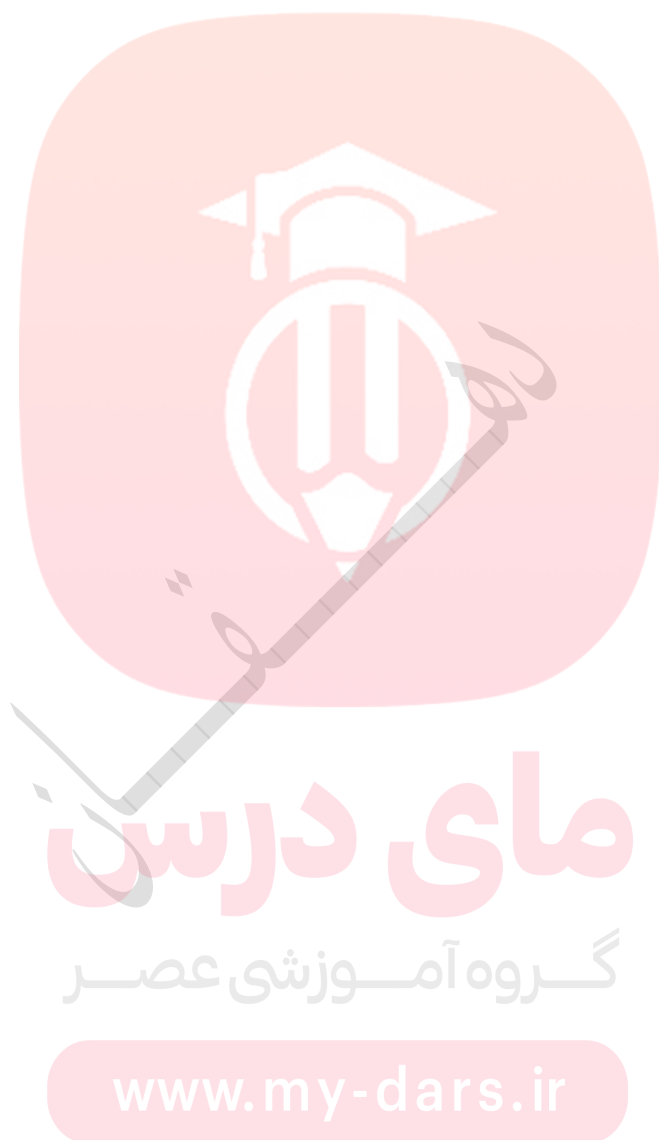




مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)





مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

## فصل دوم

# مجموعه اعداد طبیعی و خواص آن

## (نظریه اعداد)

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

رابطه پشتکار با شخصیت انسان مثل : رابطه ی کربن است با فولاد

«هوالحق»

سینه ای که خالی از ذکر خداست، چون محکمه ای است که قاضی در آن ندارد ...

## حساب و مجموعه های اعداد

### نظریه ی اعداد

شاخه ای از ریاضیات است که درباره ی مجموعه ی

اعداد طبیعی و خواص آنها بحث می کند

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{N} = \{1\} \cup \{\text{اعداد اول}\} \cup \{\text{اعداد مرکب}\}$$

1	17	13	15	18	16
1	اعداد اول	11	اعداد مرکب	14	12
2	3	5	7	4	6
			8	10	

### عدد اول

هر عدد طبیعی که فقط ۲ مقسوم علیه داشته باشد را عدد اول می گویند. به عبارتی هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که

فقط بر خودش و یک بخش پذیر باشد را اول گویند.

$$P = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$$

### عدد مرکب

هر عدد طبیعی که بیشتر از ۲ مقسوم علیه داشته باشد را عدد مرکب گویند.

$$M = \{4, 6, 8, 9, 10, \dots\}$$

توجه کنید که :

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots\}$									
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
نه اول نه مرکب	اول	اول	$2^2$	اول	$3 \times 3$	اول	$2^3$	$3 \times 3$	$2 \times 5$



## قضیه ی بنیادی حساب

هر عدد طبیعی بزرگتر از یک یا اول است و یا اینکه به عوامل اول تجزیه می شود و شکلی منحصر به فرد دارد.

📖 مثال : عدد ۳۵۰۰۰ و ۴۲۰ و ۳۷۰ و ۱۰۰۰۰ را تجزیه کنید.

## تمرین

(۱) اول یا مرکب بودن هر عدد زیر را مشخص کنید.

۱۰۳ و ۱۲۳۲۱ و ۹۱ و ۹۷ و ۵۳ و ۱۱۰۱ و ۸۱ و ۲۶

(۲) شمارنده های ۴۲ را بنویسید.

(۳) شمارنده های صحیح ۵۱ را بنویسید.

(۴) مضارب طبیعی ۷ را بنویسید.

(۵) مضارب صحیح دو رقمی ۶ را بنویسید.

(۶) حاصل عبارات زیر را بنویسید.

$$(۱۲ \text{ و } ۱۳) = \quad (۷ \text{ و } ۸) = \quad (۱ \text{ و } ۲۰) = \quad (۴۲ \text{ و } ۲۴) =$$

$$(۱۳ \text{ و } ۱۷) = \quad (۳ \text{ و } ۷) = \quad (۳۶ \text{ و } ۱۸) =$$

(۷) جملات زیر را کامل کنید.

تنها مضرب اول ۷ عدد ..... است.

شمارنده های اول عدد ۳۰ برابر ..... است.

شمارنده های اول  $9^6$  برابر عدد .....

شمارنده های اول عدد  $A = 25^4 \times 8^7$  برابر ..... می باشد.

اگر مجموع دو عدد اول عددی فرد شود حتماً یکی از آن ها عدد ..... می باشد.

دو عدد متوالی طبیعی نسبت به هم ..... هستند.

دو عدد اول نسبت به هم ..... هستند.

۸) کوچکترین عدد طبیعی را بنویسید که فقط ۴ عامل اول داشته باشد.

کوچکترین عدد طبیعی فرد را بنویسید که فقط ۳ عامل اول داشته باشد.

کوچکترین عدد طبیعی فرد را بنویسید که ۳ عامل اول داشته باشد و مضرب ۱۱ باشد.

۹) سه عدد مرکب بنویسید که نسبت به هم اول باشند.

دو عدد مرکب بنویسید که ب.م.م آن ها بزرگترین عدد اول یک رقمی باشد.

**ویژگی های اعداد اول :** **ویژگی های اعداد مرکب :**

۱ - تجزیه پذیرند.

۲ - نامتناهی اند.

۱ - تجزیه ناپذیرند.

۲ - نامتناهی اند.

۳ - الگوی ساخت ندارند.

www.my-dars.ir

الگوی ساخت اعداد اول به روش اولر

$$n \in w \rightarrow A = n^2 + n + 41$$

$$n = 0 \rightarrow$$

$$n = 1 \rightarrow$$

$$n = 2 \rightarrow$$

$$\vdots$$

$$n = 41 \rightarrow$$

دلیل رد فرمول اولر

«تعیین اعداد اول در یک سری از اعداد متوالی به روش غربال ابوعلی سینا»

می خواهیم اعداد اول ۱ تا ۶۰ را پیدا کنیم :

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰
۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰

مای درس  
گروه آموزشی عصر

مراحل کار :

۱ - عدد یک را حذف می کنیم. [www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

۲ - مضارب عدد ۲ را به غیر از خودش خط می زنیم ← اولین مضرب خط خورده ی ۲ عدد.....

۳ - مضارب عدد ۳ را به غیر از خودش خط می زنیم ← اولین مضرب خط خورده ی ۳ عدد.....

۴ - مضارب عدد ۵ را به غیر از خودش خط می زنیم ← اولین مضرب خط خورده ی ۵ عدد.....

۵ - مضارب عدد ۷ را به غیر از خودش خط می زنیم ← اولین مضرب خط خورده ی ۷ عدد.....

← نتیجه اینکه :

۱- اولین مضرب خط خورده ی هر عدد اول .....

۲- عمل خط زدن را تا جایی ادامه می دهیم که .....

📖 مثال : به روش غربال اعداد اول ۱۰۰ تا ۱۲۵ را بیابید.

← نتیجه مهم : اگر عدد  $x$  بر هیچکدام از اعداد اول کوچکتر یا مساوی  $\sqrt{x}$  بخش پذیر نباشد، آن عدد اول است.

📖 مثال : مرکب یا اول بودن اعداد زیر را مشخص کنید.

→ ۳۱۷ (الف)

→ ۳۱۱ (ب)

→ ۲۰۳ (ج)

چند رابطه ی کاربردی برای تشخیص اعداد اول :

$$= \text{"(فرد)} \quad 12 = 5 + 7 \rightarrow \text{فرد} = \text{فرد} + \text{فرد}$$

$$= \text{"(زوج)} \quad 12 = 8 + 4 \rightarrow \text{زوج} = \text{زوج} + \text{زوج}$$

$$\text{زوج} + \text{فرد} = \text{فرد} \rightarrow 19 = 9 + 10$$

## فاکتوریل

نوعی خلاصه نویسی در ضرب اعداد متوالی به شرط شروع از ۱ می باشد.

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 5! \rightarrow \text{می خوانیم پنج فاکتوریل}$$

$$7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7$$

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$2! = 2 \times 1$$

$$1! = 1 \quad 0! = 1$$

\* هر  $n!$  ( $n > 1$ ) زوج می باشد.  $3!$  و  $5!$  و  $4!$  و ... زوج می باشند.

\* هر  $n!$  ( $n > 2$ ) مرکب می باشد.

📖 **مثال** عدد  $3!$  مرکب است چون برابر ۶ می باشد.

📖 **مثال** عدد  $17!$  مرکب است زیرا بر ۱۷ و ۱۶ و ... بخش پذیر است.

📖 **مثال** حاصل عبارت  $18! + 19!$  مرکب است زیرا هر دو بر ۱۸ بخش پذیرند و می توان از ۱۸ فاکتور گرفت.

$$\text{مضرب } 18 \leftarrow 19! + 18! = 18k$$

📖 **مثال** حاصل عبارات زیر را بنویسید.

$$\frac{18!}{17!} =$$

$$\frac{25! \times 5!}{20! \times 10!} =$$

$$\frac{13! + 12!}{11! + 10!} =$$

$$\frac{20!}{16! \times 6! \times 17} =$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} =$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

📖 مثال : مرکب یا اول بودن هر عبارت را مشخص کنید.

$$35! \rightarrow$$

$$1391^{1392} + 1393^{1390} \rightarrow$$

$$37! + 37^{10} + 37^{100} \rightarrow$$

$$37! + 57 \rightarrow$$

$$(7^{11} + 7^{15} + 7^{19} + \dots + 7^{91})^{500} + 47 \rightarrow$$

### تعیین یکان اعداد تواندار بزرگ و کاربرد آن در تشخیص اول یا مرکب بودن اعداد

۱- اعدادی که یکان آنها ۰، ۱، ۵، ۶ باشد به هر توانی برسند یکان آنها تغییر نمی کند.  $\rightarrow$  یکان  $75^{10}$

$$305^{76} + 1006^{76} + 421^{176} = \text{ آیا حاصل عبارت مقابل اول است؟}$$

۲- اعدادی که یکان آنها ۴ یا ۹ باشد به صورت زیر یکان حاصل را پیدا می کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \rightarrow 19^{10} \rightarrow (n \text{ زوج}) = 1 \text{ یکان} \\ 9 \rightarrow 39^{17} \rightarrow (n \text{ فرد}) = 9 \text{ یکان} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 6 \rightarrow 4^{18} \rightarrow (n \text{ زوج}) = 6 \text{ یکان} \\ 4 \rightarrow 4^{19} \rightarrow (n \text{ فرد}) = 4 \text{ یکان} \end{array} \right.$$

۳- اگر یکان عددی یکی از اعداد ۲، ۳، ۷، ۸ باشد توان آن عدد را بر ۴ تقسیم کرده و باقی مانده را توان یکان

$$173^{18} \xrightarrow[r=2]{\begin{array}{r} 18 \quad | \quad 4 \\ 16 \quad 4 \\ \hline \end{array}} 3^2 = 9 \rightarrow \text{یکان حاصل} = 9$$

قرار می دهیم.

👉 توجه : اگر باقی مانده ۰ شد توان یکان را ۴ قرار می دهیم.

$$54224 \xrightarrow{\substack{24 \quad | \quad 4 \\ \hline 24 \quad 6 \\ \hline 2=0}} 2^4 = 16 \rightarrow \text{یکان حاصل} = 6$$

$$1357^{1985} + 121^{121} + 1354^{720} + 1! = \quad \text{۴- مرکب یا اول بودن عبارت مقابل را نشان دهید.}$$

### روش یافتن تعداد شمارنده های یک عدد

۱) عدد  $3^4$  بر اعداد  $3^0$  و  $3^1$  و  $3^2$  و  $3^3$  و  $3^4$  بخش پذیر است که ۵ تا می باشند.

$$3^4 \rightarrow \text{تعداد شمارنده های طبیعی} = 5 = (4 + 1)$$

۲) تعداد شمارنده های طبیعی  $a^n$  (a عدد اول) برابر است با  $(n+1)$

۳) تعداد شمارنده های هر عدد مثل A را به صورت  $T(A)$  نشان می دهند.

$$A = 25^7 \rightarrow A = 5^{14} \rightarrow T(A) = 15$$

۴) برای یافتن تعداد شمارنده های طبیعی یک عدد ابتدا عدد را تجزیه می کنیم.

$$A = 36000 = 2^5 \times 3^2 \times 5^3 \rightarrow \text{سه شمارنده ی اول دارد: ۲ و ۳ و ۵}$$

$$\text{تمرین} \quad A = 35^3 \times 49^4$$

الف) چند شمارنده ی اول دارد؟ گروه آموزشی عصر

ب) چند شمارنده ی طبیعی دارد؟

ج) چند شمارنده ی مرکب دارد؟

د) چند شمارنده ی صحیح دارد؟

ز) چند شمارنده ی فرد دارد؟

ر) چند شمارنده ی زوج دارد؟

## تمرین های فصل دهم

(۱) کامل کنید.

تعداد اعداد مرکب ۸۵ تا ۹۹ برابر ..... است.

بزرگترین عدد اول دو رقمی ..... و کوچکترین عدد اول سه رقمی .....

مجموع دو عدد اول ۳۹ شده است آن دو عدد ..... و ..... هستند.

مربع مجموع دو عدد اول ۱۶۹ شده است. تفاضل مربع آن دو عدد ..... می باشد.

در غربال ۱ تا ۱۰۰ آخرین عددی که خط می خورد ..... است.

در غربال ۵۰ تا ۱۵۰، اولین گروه اخراجی مضارب ..... و آخرین گروه اخراجی مضارب ..... می باشند.

(۲) سوالات گزینه ای

(A) کدام عدد زیر اول است؟

- ۹۳       ۱۱۰۱۱۰۱۱       ۱۳<sup>۱۳</sup>       ۱۰۷

(B) در غربال ۱ تا ۱۸۰، آخرین عدد اولی که مضاربش را خط می زنیم کدام است.

- ۷       ۱۱       ۱۳       ۱۷

(C) عدد ۱۰۵ با مضارب کدام عدد اول برای اولین بار خط می خورد و از جدول غربال اخراج می شود.

- ۲       ۳       ۵       ۷



(D) در غربال ۱ تا ۱۰۰، عدد ۹ چندین عدد اخراجی است؟

- ۵۰ مین      ○ ۴۹ مین      ○ ۵۱ مین      ○ ۵۲ مین

(E) در غربال ۱ تا ۳۰۰ کدام عدد دیرتر اخراج می شود؟

- ۳۰۰      ○ ۲۵۵      ○ ۲۹۱      ○ ۹۱

(F) در سوال E کدام عدد زودتر از بقیه خط می خورد؟

(G) در غربال اعداد کمتر از ۱۰۰۰ دومین مضرب خط خورنده ۱۹ کدام عدد زیر است؟

- $19 \times 20$       ○  $19 \times 19$       ○  $19 \times 21$       ○  $19 \times 23$

(H) اگر  $p$  اول باشد کدام گزینه ممکن است اول شود.

- $P^P$       ○  $P^2 - 4$       ○  $P^2 + 2P$       ○  $4P^2 - 3P^2$

(۳) در مجموعه مقابل چند عدد اول وجود دارد.  $\{501$  و  $203$  و  $2 + 5$  و  $53 \times 37$  و  $19^{17}$  و  $7^{13}\}$

(۴) در غربال ۱ تا ۱۰۰

(الف) تعداد کل اخراجی ها (خط خورده ها) را بدست آورید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

(ب) عدد ۲۱ چندمین اخراجی است؟

(ج) ۴۷ مین اخراجی چه عددی است؟

(د) عدد ۲۵، چندمین اخراجی است؟

(ه) آخرین عدد اخراجی کدام است؟

(۵) بزرگترین عدد مرکب دو رقمی را بنویسید که نسبت به ۳ و ۵ اول باشد.

(۶) عدد ۱۲۰۰ را در نظر بگیرید.

(الف) ۱۲۰۰ چند شمارنده ای اول دارد؟

(ب) چند شمارنده ی طبیعی دارد؟

(ج) چند شمارنده ی صحیح دارد؟

(د) چند شمارنده ی مرکب دارد؟

(ه) چند شمارنده ی فرد دارد؟ و چند شمارنده زوج دارد؟

(۷) سه عدد متوالی مرکب بنویسید.

(۸) ۵ عدد طبیعی متوالی مرکب بنویسید؟

(۹) ۳۰ عدد طبیعی متوالی مرکب بنویسید.

(۱۰) اول یا مرکب بودن هر عبارت را با دلیل مشخص کنید.

$$203 \rightarrow$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + 301 \rightarrow$$

$$200103 \rightarrow$$

$$(1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 130) + 17 =$$

$$2^{50} + 1 \rightarrow$$

$$53! + 57 \rightarrow$$

$$14^{8k+6} + 17^{4k+2} \rightarrow$$

$$111 \text{ و } 1111 \text{ و } 111111 \rightarrow$$

$$121 \text{ و } 12321 \text{ و } 1234321 \rightarrow$$

(۱۱) اگر  $A$  زوج باشد آیا  $3A$  بر ۶ بخش پذیر است؟ اگر  $A$  بر ۳ و ۶ و ۱۰ بخش پذیر باشد آنگاه بزرگترین شمارنده مطمئن  $A$  چه عددی است؟

(۱۲) اگر عددی بر ۴ و ۶ بخش پذیر باشد آیا بر ۲۴ نیز بخش پذیر است چرا؟

(۱۳) مجموع ۵ عدد متوالی اول است یا مرکب؟ چرا؟

(۱۴) مقلوب عدد  $\overline{ab}$  به صورت  $\overline{ba}$  است. ثابت کنید که تفاضل هر عدد از مقلوبش برابر مضربی از ۹ است.

(۱۵) مریم و سارا یک بازی ریاضی طراحی کردند. اعداد طبیعی ۱ تا ۶۰ را نوشتند و طبق غربال ابوعلی سینا اعداد غیر

اول را به نوبت خط زدند. هر کس عدد ۴۵ را خط بزند برنده است. سارا بازی را شروع می کند و عدد ۱ را خط می

زند و مریم عدد ۴ را حذف می کند، سارا ۶ را و مریم ۸ را..... و ادامه می دهند تا آخر....

الف) چه کسی برنده می شوند؟ (حذف کننده ۴۵)

(ب) اگر باز هم سارا شروع کننده باشد چه کسی آخرین عدد مرکب را خط می زند؟

(ج) در این بازی چهلمین عدد چه عددی است و چه کسی آنرا خط می زند؟

(۱۶) عدد  $45!$  چند عامل صفر دارد؟

(۱۷) اگر  $37!$  بر  $2^k$  بخش پذیر باشد حداکثر مقدار  $k$ ؟

(۱۸) چند عدد اول سه رقمی داریم که مجموع ارقام آنها ۹ شود؟

(۱۹) در بین اعداد  $170! + 111$  و  $170! + 5$  و  $170! + 4$  و  $170! + 3$  چند عدد اول وجود دارد؟

(۲۰) اگر  $n, m$  دو عدد طبیعی باشد و  $m^n$  یک عدد اول باشد حاصل  $n^m$  چند می شود؟

(۲۱) بزرگترین شمارنده اول عدد  $6! - 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$  چه عددی است.

(۲۲) اگر اختلاف بزرگترین شمارنده ی عددی و کوچکترین شمارنده اول آن ۹ باشد آن عدد حداکثر چند شمارنده ی اول می تواند داشته باشد؟

مای درس  
گروه آموزشی عصر

(۲۳) حاصل عبارت زیر را بنویسید. [www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+10}$$

(۲۴) حاصل ضرب شمارنده های عدد  $36$  را بنویسید.

(۲۵) حاصل ضرب شمارنده های عدد  $49$  و عدد  $24$  را بنویسید.

بسمه تعالی

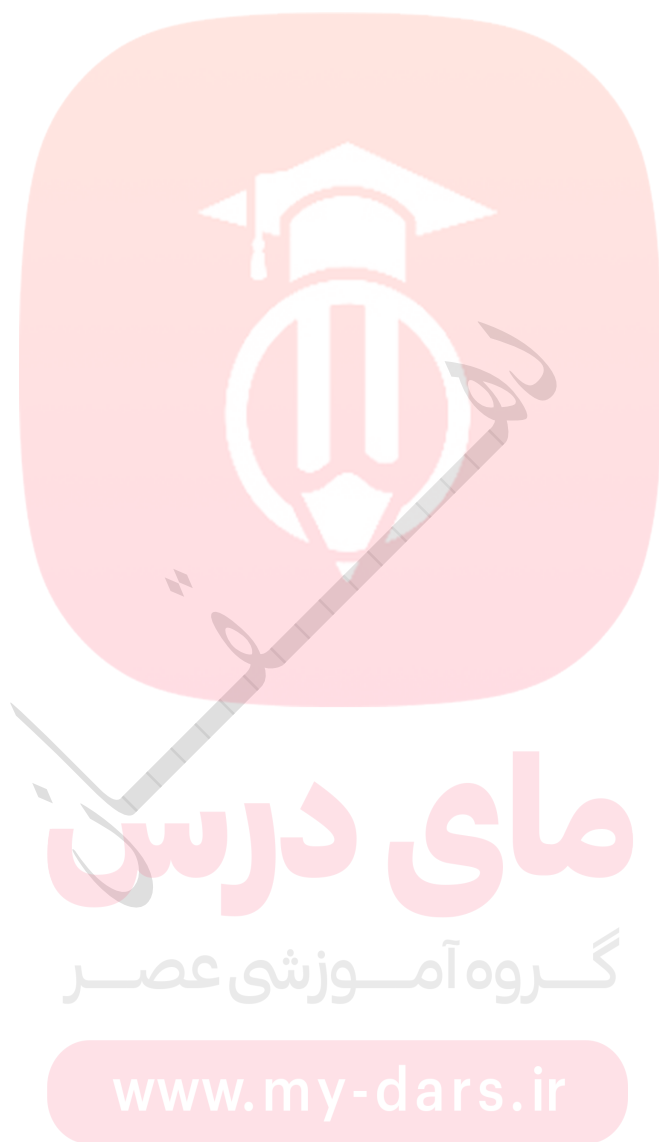
اداره کل آموزش و پرورش استان		نام و نام خانوادگی:	دبیرستان فرزنانگان دوره اول	آزمون آبان ماه
		نام کلاس : هشتم		آزمون فصل دوم
ردیف	بارم			
۱	۱	در غربال اعداد ۱ تا ۲۵۰ آخرین عددی که خط می خورد کدام است؟ چرا؟ الف- ۱۶۹      ب- ۲۲۱      ج- ۲۴۷      د- ۲۵۰		
۲	۱/۵	عددهای ۴ و ۹ دو شمارنده یک عدد هستند. شش عدد دیگر پیدا کنید که به طور حتم شمارنده های این عدد باشند.		
۳	۱	عدد ۲۰۱۵ را به چند صورت می توان به صورت جمع دو عدد اول نوشت؟ چرا؟ به طور کلی یک عدد فرد را حداکثر به چند صورت می توان به صورت جمع دو عدد اول نوشت؟ چرا؟		
۴	۱	حاصل جمع هفت عدد طبیعی متوالی اول است یا مرکب؟ چرا؟		
۵	۱	تعیین کنید که عدد $A = 6^2 \times 15 \times 10^6$ : الف- چند مقسوم علیه زوج دارد؟ ب- چند مقسوم علیه فرد دارد؟		
۶	۱	تعیین کنید عدد $B = 21^5 \times 20^7$ : الف- چند مقسوم علیه اول دارد؟ ب- چند مقسوم علیه مرکب دارد؟		

۷	اول یا مرکب بودن اعداد مقابل را مشخص کنید. الف) $23 = (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10)$ ب) $1 + 89^{96} + 28^{37} + 65^{137} =$
۸	در غربال ابوعلی اعداد ۲۰ تا ۱۲۰ را نوشتیم. الف - عدد ۷۷ چندمین عدد خط خورنده است؟ ب - شصت و ششمین عدد خط خورنده کدام است؟
۹	در یک چاپخانه یک دستگاه چاپ ۳۰۰ کارت ویزیت را در مدت ۶ دقیقه چاپ می کند. اگر بخواهیم دستگاه دیگری همزمان با این دستگاه کار کند به طوری که ۳۰۰ کارت ویزیت در ۲ دقیقه چاپ شوند در این صورت ماشین دوم ۳۰۰ کارت ویزیت را می بایست در چند دقیقه چاپ کند؟

# مای درس

گروه آموزشی عصر

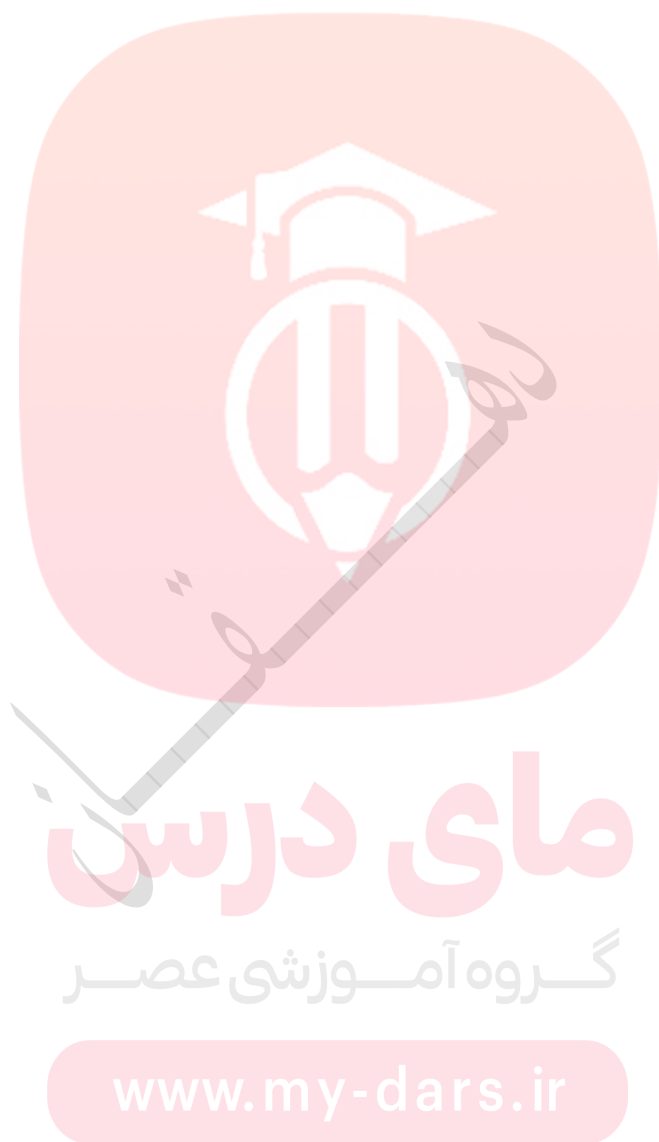
[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



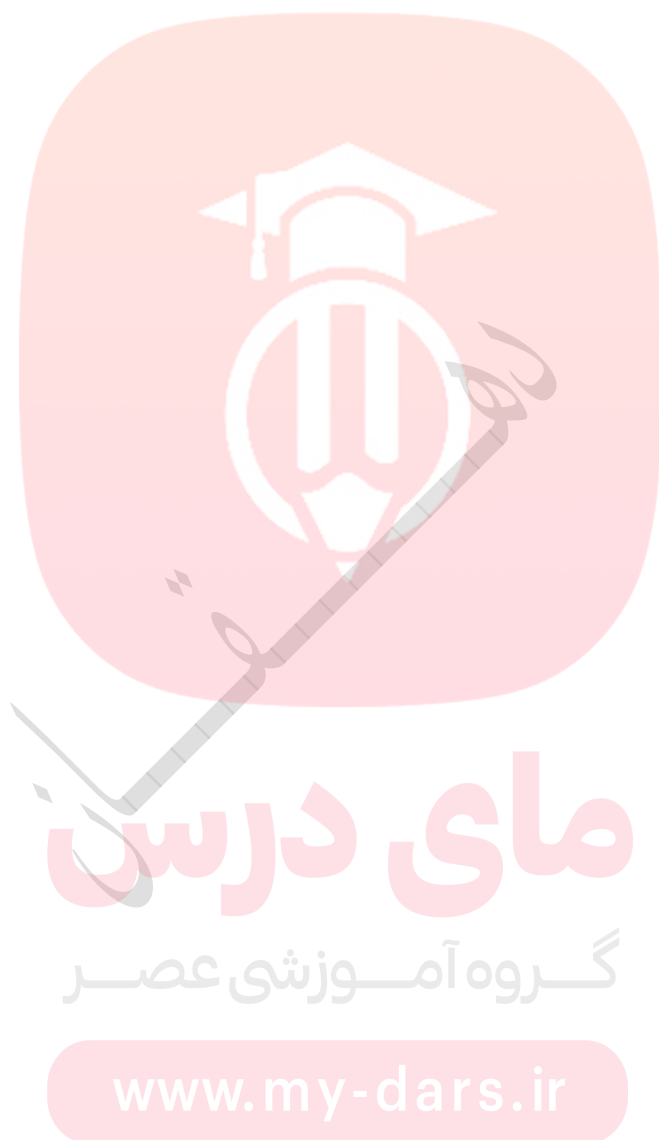
مای درس

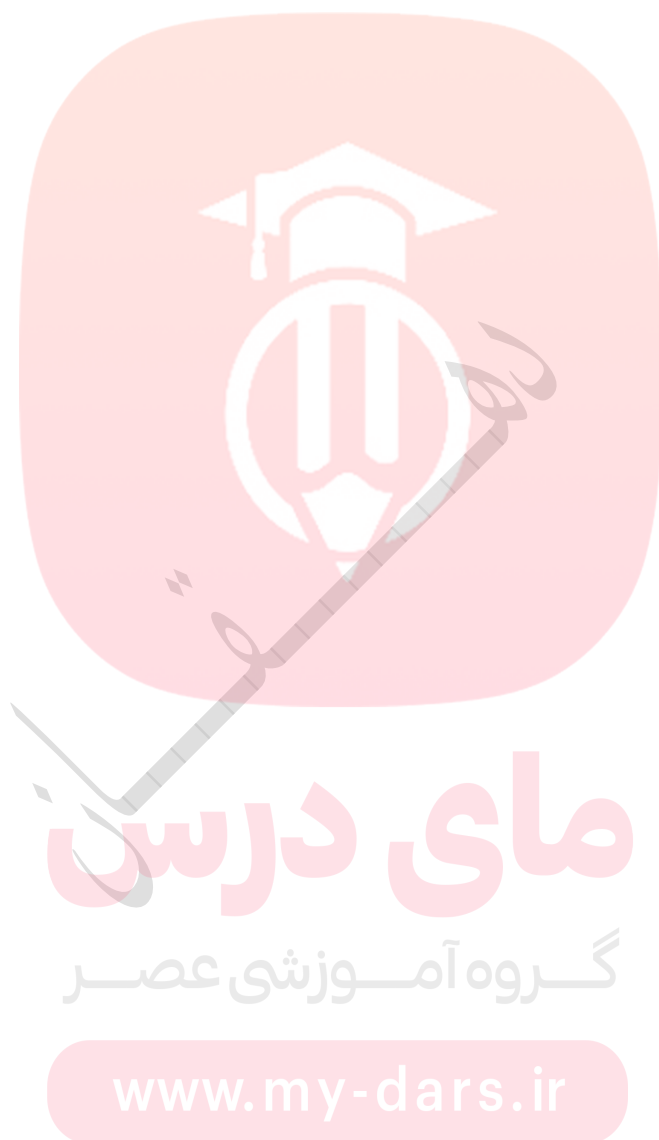
گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)









## فصل سوم



امام علی (ع) می فرماید: اگر بردبار نیستی خود را بردبار نشان بده زیرا کمتر کسی است که خود را شبیه گروهی کند و سرانجام یکی از آنها نشود.

هوالحق

فرزندگان

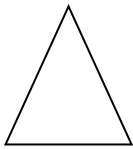
سلام بر شهیدی که برای برپایی دین خدا... سخت زندگی کرد و سخت جان داد... یا حسین!

ریاضی ۸

فصل سوم

هندسه فصل سوم شامل چند بخش است.

بخش اول چند ضلعی ها... هر خط شکسته بسته به شرطی که اضلاعش فقط در رأس ها برخورد داشته باشند را یک چند ضلعی می گویند.



هست

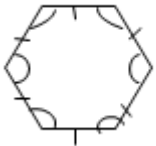


هست



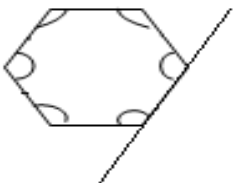
نیست

چند ضلعی منتظم: همه ضلعهایش با هم و همه زاویه هایش نیز با هم برابرند.



چند ضلعی محدب یا کوژ ← هر یک از زاویه هایش از  $180$  درجه کمتر است.

نشانه های دیگر: هر یک از ضلع هایش را امتداد دهی چند ضلعی دقیقاً در یک طرف خط می افتد.

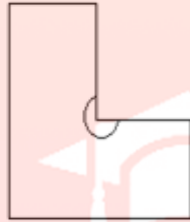


[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

**چند ضلعی مقعر (کاو)** ← حداقل یکی از زاویه هایش از  $180$  درجه بزرگتر است.

**نشانه دیگر:** اگر یکی از ضلع هایش را امتداد دهیم چهار ضلعی در دو طرف فقط قرار می گیرد.

\*در هر  $n$  ضلعی مقعر حداقل یک ضلع با ویژگی بالا وجود دارد.



**برای هر  $n$  ضلعی محدب داریم:**

(۱) مجموع زوایای داخلی  $= (n-2) \times 180$

(۲) مجموع زوایای خارجی هر  $n$  ضلعی  $= 360$

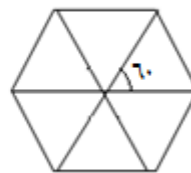
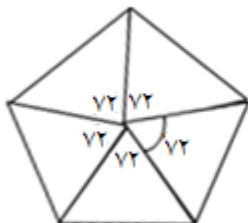
(۳) هر زاویه داخلی  $n$  ضلعی منتظم برابر  $\leftarrow \frac{(n-2) \times 180}{n}$

(۴) هر زاویه خارجی  $n$  ضلعی منتظم برابر  $\leftarrow \frac{360}{n}$

(۵) هر زاویه مرکزی  $n$  ضلعی منتظم برابر  $\leftarrow \frac{360}{n}$

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

**مثال** (📖) هر زاویه مرکزی شکل های منتظم زیر را بنویسید.



$$360 \div 5 = 72$$

$$\frac{360}{4} = 90$$

$$\frac{360}{6}$$

می توانی با الگویابی بدست  
آوری یادت باشد دلیلش را هم  
می خواهم!

۶) تعداد قطرهای هر  $n$  ضلعی دلخواه برابر است با  $\leftarrow$ ؟؟

لطفا خودت بنویس جواب ۶ را

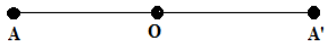
**تمرین:** هر زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم برابر  $144$  درجه است.  $n$ ؟ راه حل؟

\*در هر  $n$  ضلعی منظم حداکثر ۳ زاویه  $90$  درجه می توان رسم کرد چرا؟ ( $n > 4$ )

جواب: مجموع زوایای خارجی هر  $n$  ضلعی  $360$  می باشد. اگر در یک ۵ ضلعی مثلاً، ۴ زاویه  $90$  باشد مجموع زاویه های خارجی آن ۴ تا  $360$  شده و دیگر زاویه ای برای پنجمی نمی ماند.

### تقارن نسبت به یک نقطه

اگر نقطه  $O$  وسط پاره خط  $AA'$  باشد، دو نقطه  $A$  و  $A'$  نسبت به نقطه  $O$  قرینه ی هم هستند.



\*  $A'$  را قرینه  $A$  می گویند نسبت به  $O$

**مرکز تقارن یک شکل:** هرگاه نقطه ای درون یک شکل یافت شود به طوری که قرینه هر نقطه از شکل نسبت به

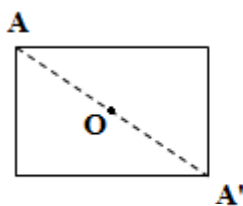
آن، روی خود شکل بیفتد، به آن مرکز تقارن می گویند.

\* هر فرد ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد

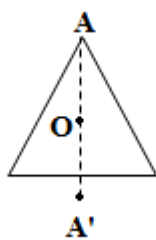
\* هر زوج ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد.

\* متوازی الاضلاع، لوزی، مستطیل مرکز تقارن دارند.

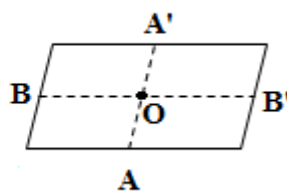
به هر شکل توجه کن



$O$  مرکز تقارن است.

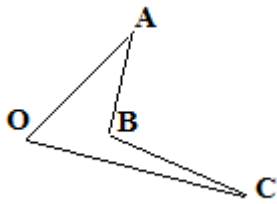


$O$  مرکز تقارن نیست.



$O$  مرکز تقارن است.

مثال (کتاب) شکل زیر را طوری کامل کنید که نقطه  $O$  مرکز تقارن آن شکل شود.

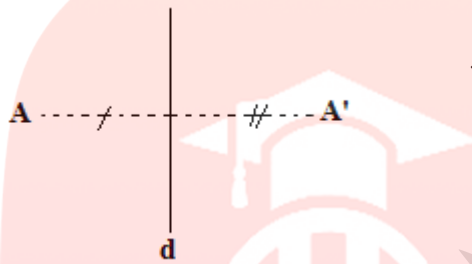


حل : از سه رأس  $C, B, A$  به  $O$  وصل کرده

به اندازه خودش امتداد می دهیم تا  $A', B'$  و  $C'$  را بیابیم

تقارن نسبت به یک خط : اگر خط  $d$  عمود منصف پاره خط  $AA'$  باشد، دو نقطه ای

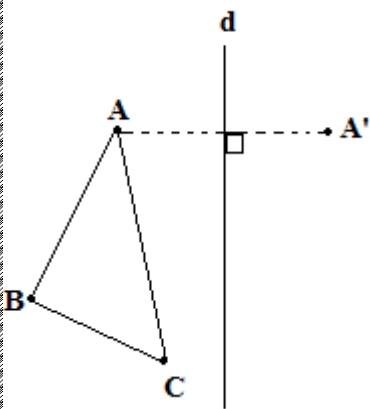
$A$  و  $A'$  نسبت به خط  $d$  قرینه ی یکدیگرند.



قرینه شکل مقابل را نسبت به محور  $d$  رسم کنید.

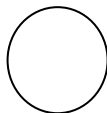
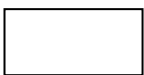
حل : از هر نقطه بر خط  $d$  عمودی رسم می کنیم و به اندازه ی خودش

ادامه می دهیم.



محور تقارن یک شکل : خطی است که شکل را به دو قسمت مساوی و قابل انطباق تقسیم می کند.

\* هر  $n$  ضلعی منتظم  $n$  محور تقارن دارد. گروه آموزشی عصر



www.my-dars.ir

محور تقارن هر شکل را رسم کن.

مستطیل ..... محور تقارن دارد. مربع ..... محور تقارن دارد.

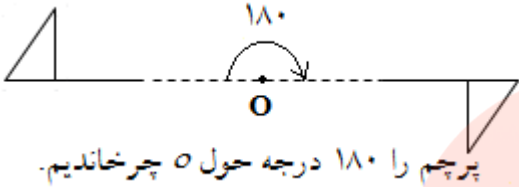
دایره ..... محور تقارن دارد. متوازی الاضلاع ..... محور تقارن دارد.

لوزی ..... محور تقارن دارد. شکلی که مرکز تقارن دارد اما محور تقارن ندارد.....

\*محور تقارن یک زاویه همان نیمساز زاویه می باشد.

\*تقارن مرکزی نسبت به یک نقطه را دوران  $180^\circ$  درجه مرکزی نیز می نامند.

در دوران  $180^\circ$  درجه مرکزی شکل وارونه می شود. زیرا نیم دور در صفحه می چرخد.



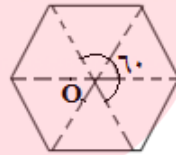
\*هر شکل را دو بار  $180^\circ$  دوران هم بر خودش منطبق می شود.

\*هر شکل را  $360^\circ$  درجه دوران دهیم بر خودش منطبق می شود.

\*هر شکل را 4 بار، دوران  $90^\circ$  درجه دهیم بر خودش منطبق می شود.

در هر  $n$  ضلعی منتظم نقطه  $O$  وجود دارد که از تمام گوشه های به یک فاصله می باشد.

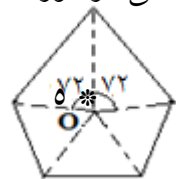
اگر از  $O$  به گوشه های  $n$  ضلعی وصل کنیم زاویه های مساوی ایجاد می شود که هر کدام از طریق  $\frac{360}{n}$  محاسبه می شوند.



\*  $6^\circ$  ضلعی منتظم بعد از دوران  $60^\circ$ ،  $120^\circ$ ،  $180^\circ$ ، ... مضارب  $60^\circ$ ، حول  $O$ ، بر خودش منطبق می شود.

\*  $6^\circ$  ضلعی در دوران  $180^\circ$  درجه هم بر خودش منطبق می شود پس  $O$  مرکز تقارن آن نیز می باشد.

ضلعی منتظم بعد از دوران  $72^\circ$  و مضارب آن حول  $O$  بر خودش منطبق می شود.



$5^\circ$  ضلعی منتظم بعد از  $180^\circ$  درجه بر خودش منطبق نمی شود پس  $O$  مرکز تقارنش نیست.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

\*در هر  $8^\circ$  ضلعی منتظم هر زاویه مرکزی  $45^\circ$  می شود. پس هر  $8^\circ$  ضلعی منتظم بعد از  $45^\circ$  و مضارب آن بر خودش

منطبق می شود.  $\leftarrow 8^\circ$  ضلعی منتظم بعد از  $180^\circ$  درجه نیز بر خودش منطبق می شود. پس  $O$  مرکز تقارنش است.

هر  $n$  ضلعی منتظم بعد از هر دوران  $\frac{360}{n}$  درجه حول  $O$ ، بر خودش منطبق می



## تمرین های فصل (۳) چند ضلعی ها

(۱) کامل کنید.

- اندازه ی هر زاویه داخلی ۸ ض منظم..... درجه می باشد.

- به هر خط شکسته ی بسته ..... می گویند.

- هر زاویه خارجی ۱۰ ضلعی منتظم برابر..... است.

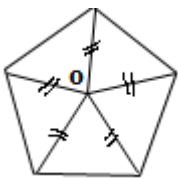
- مجموع زوایای خارجی ۲۰ ضلعی برابر..... است.

- زاویه خارجی یک  $n$  ضلعی منتظم ۱۸ می باشد ،  $n$  برابر عدد..... می باشد.- زاویه خارجی یک  $n$  ضلعی منتظم ۴۵ است  $n$  ضلعی دارای..... قطر است.- زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم ۱۴۴ است. از هر رأس آن..... قطر می گذرد.

- چهار ضلعی که محور تقارن دارد اما مرکز تقارن ندارد..... نامیده می شود.

- چهار ضلعی که مرکز تقارن دارد اما محور تقارن ندارد..... نامیده می شود.

- شکلی که ۵ محور تقارن دارد اما مرکز تقارن ندارد..... نامیده می شود.

- یک ۵ ضلعی منتظم با دوران ۷۲ درجه حول  $O$  بر خودش منطبق.....

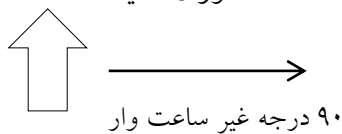
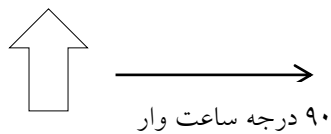
(۲) آیا یک ده ضلعی منتظم بعد از دوران ۱۰۸ درجه حول مرکز تقارنش ، بر خودش منطبق می شود؟ چرا؟

www.my-dars.ir

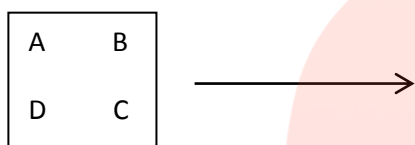
(۳) یک ۶ ضلعی منتظم و یک ۴ ضلعی هر کدام در دوران های چند درجه حول مرکز تقارنشان، بر خود منطبق می شوند؟

(۴) دوران ۲۴۶ درجه ای یک ۵ ضلعی منتظم حول  $O$  با کدام دوران زیر برابر است؟ چرا؟  $۱۸۰^\circ$   $۴۵^\circ$   $۳۰^\circ$   $۶۰^\circ$

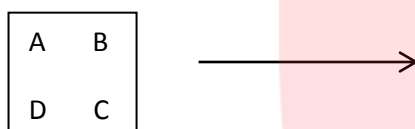
۵) شکل زیر را با دوران خواسته شده، دوران دهید.



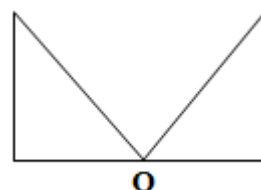
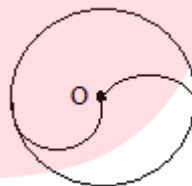
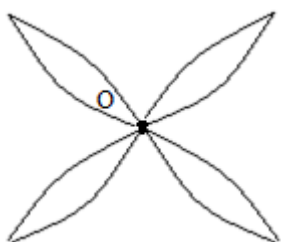
۶) شکل زیر پس از ۲۰۱۵ بار دوران ۹۰ درجه ساعت وار به چه صورت می شود.



۷) شکل زیر بعد از ۱۳۹۳ بار دوران ۱۸۰ درجه به چه صورت می شود.



۸) در کدام شکل O مرکز تقارن هست.



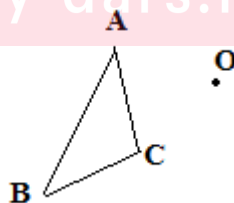
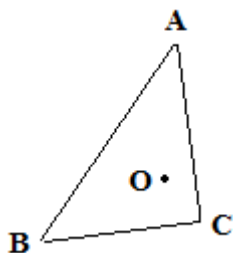
۹) از حروف لاتین بزرگ، حروفی را بنویسید که نماد آنها مرکز تقارن داشته باشد؟

ب) حروفی که محور تقارن دارند را بنویسید.

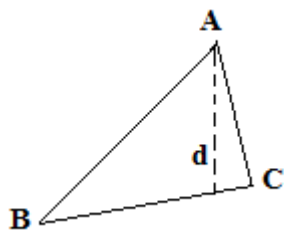
گروه آموزشی عصر

۱۰) قرینه هر شکل را نسبت به نقطه O رسم کنید.

www.my-dars.ir



۱۱) قرینه هر شکل را نسبت به خط  $d$  رسم کنید.



۱۲) در یک ۱۲ ضلعی از هر رأس آن چند تا قطر؟ کل قطرها

۱۳) اگر از هر گوشه یک  $n$  ضلعی ۸ قطر بگذرد، مجموع زوایای داخلی آن چند درجه است؟

۱۳) اگر تعداد قطرهای یک  $n$  ضلعی منتظم ۲۰ باشد هر زاویه خارجی آن چند درجه است؟

۱۴) هر زاویه مرکزی ۲۰ ضلعی منتظم؟

۱۵) اگر زاویه مرکزی یک  $n$  ضلعی منتظم ۴۵ درجه باشد، آن  $n$  ضلعی چند قطر؟

۱۶) هر زاویه داخلی آن؟

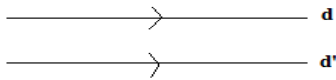
۱۷) هر زاویه خارجی آن؟

۱۸) هر زاویه داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم ۱۳۵ می باشد. هر زاویه مرکزی آن؟

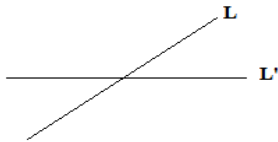
۱۹) مجموع زوایای داخلی یک  $n$  ضلعی ۱۰۸ می باشد. از هر رأس آن چند قطر؟

## بخش دوم : توازی

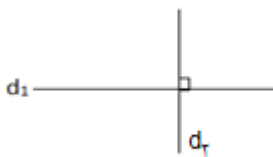
## توازی و تعامد



دو خط  $d$  و  $d'$  موازی هستند و می نویسیم  $d \parallel d'$



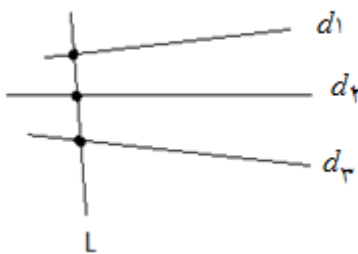
دو خط  $L$  و  $L'$  متقاطع هستند و می نویسیم  $L \not\parallel L'$



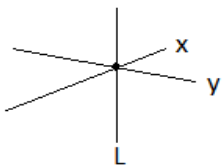
دو خط  $d_1$  و  $d_2$  بر هم عمود هستند و می نویسیم  $d_1 \perp d_2$

**خط مورب:** اگر خطی چند خط دیگر را در نقاط جدا از هم قطع کند به آن خط مورب می گویند.

در شکل خط  $L$  سه خط دیگر را در سه نقطه جداگانه قطع کرده است پس  $L$  مورب است.



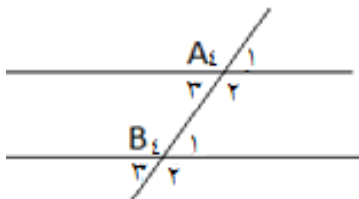
لازم نیست سه خط  $d_1$  و  $d_2$  و  $d_3$  موازی باشند.



در شکل زیر  $L$  دو خط دیگر را در نقطه مشترک قطع کرده پس  $L$  مورب نیست.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

**\*قضیه:** اگر خط موربی دو خط موازی را قطع کند ۸ زاویه ایجاد می شود. ۴ زاویه تند و برابر و ۴ زاویه باز برابر:



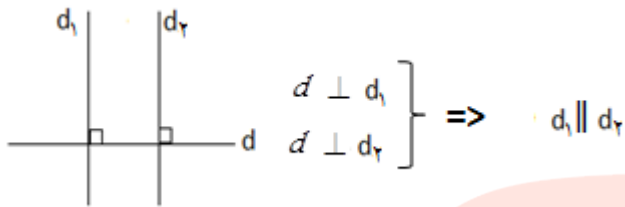
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2$$

$$\hat{B}_3 = \hat{B}_4 = \hat{A}_3 = \hat{A}_4$$

\*یک زاویه باز و یک زاویه تند مکمل هم هستند.  $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ, \hat{A}_3 + \hat{B}_4 = 180^\circ, \dots$

\*  $\hat{A}$  و  $\hat{B}$  را دو زاویه متبادل داخلی برابر گویند.

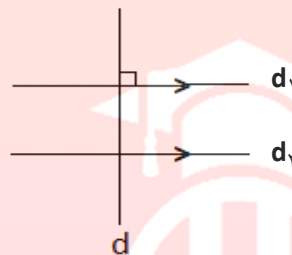
### اصول توازی (معروف به اصول اقلیدس)



اصل (۱) دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند.

اصل (۲) اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شد بر دیگری نیز عمود می شود.

$$\begin{cases} d_1 \parallel d_2 \\ d \perp d_1 \end{cases} \Rightarrow d \perp d_2$$

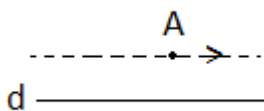


اصل (۳) دو خط موازی با یک خط خودشان با هم موازی اند.

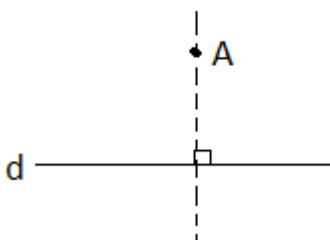
$$\begin{cases} d_1 \parallel d_2 \\ d_2 \parallel d_3 \end{cases} \Rightarrow d_1 \parallel d_3$$



اصل (۴) از یک نقطه خارج خط فقط یک خط موازی با آن می توان رسم کرد.



اصل (۵) از یک نقطه خارج خط فقط یک خط عمود بر آن می توان رسم کرد.



مای دارس  
گروه آموزشی عصر  
www.my-dars.ir

### تمرین توازی و تعامد و چند ضلعی

(۱) نتیجه هر استنتاج روبرو را بنویس.

$$\begin{cases} a \perp b \\ b \perp c \end{cases} \Rightarrow \dots$$

$$\begin{cases} a \parallel b \\ a \parallel c \end{cases} \Rightarrow \dots$$

$$\begin{cases} x \parallel y \\ y \perp z \end{cases} \Rightarrow \dots$$

۲) دو خط عمود بر یک خط با هم.....

اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد بر دیگری نیز.....

دو خط موازی با یک خط خودشان با هم.....

۳) جمله زیر را به صورت ریاضی بنویسید.

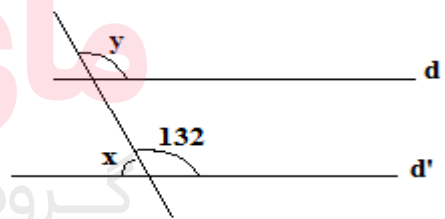
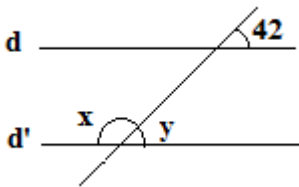
اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد بر دیگری نیز عمود است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dots \\ \dots \end{array} \right. \Rightarrow \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a \parallel b \\ b \parallel c \end{array} \right. \Rightarrow a \parallel c$$

۴) عبارت ریاضی زیر را به صورت کلامی بنویس.

۵) در شکل  $d \parallel d'$  زاویه های خواسته شده را به دست آورید.

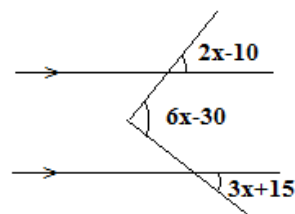
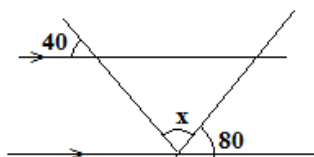
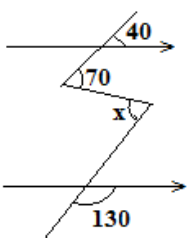


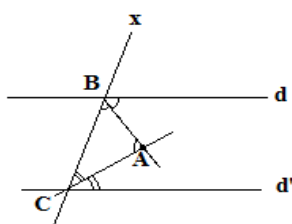
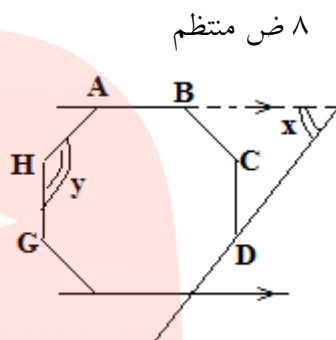
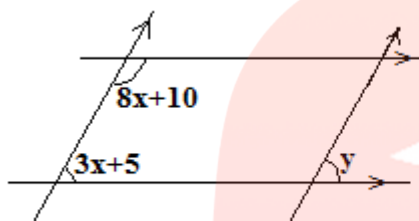
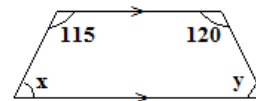
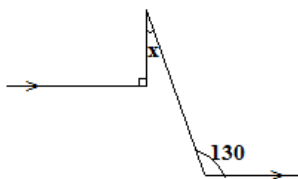
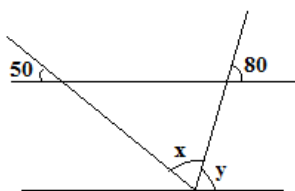
$$\hat{x} = \dots$$

$$\hat{y} = \dots$$

$$\hat{x} + \hat{y} = \dots$$

۶) در هر شکل زیر مقادیر مجهول را به دست آورید.





۷) در شکل  $d \parallel d'$  و نیمساز  $\hat{B}$  و  $AC$  نیمساز  $\hat{C}$  می باشد. ثابت کنید.  $\hat{A} = 90^\circ$

۸) تعداد قطرهای یک چند ضلعی محدب ۱۷۰ می باشد. از هر رأس آن چند قطر می گذرد؟

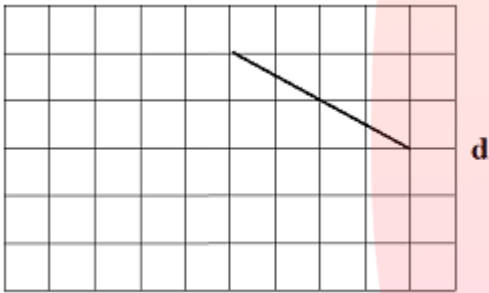
۹) مجموع تعداد قطرهای و ضلع های یک چند ضلعی محدب برابر ۱۹۰ شده است. چند ضلع دارد؟

۱۰) برای تشخیص  $n$  ضلعی مقعر سه نشانه وجود دارد؟ بنویسید.

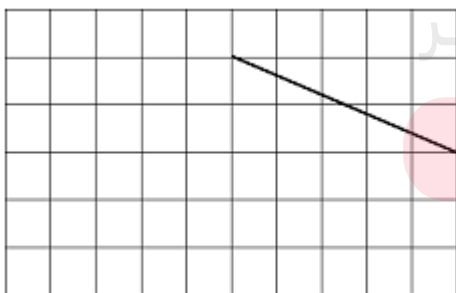
۱۱) در یک  $n$  ضلعی محدب حداکثر چند زاویه  $60^\circ$  درجه می توان رسم کرد چرا؟

۱۲) در صفحه شطرنجی یک مستطیل  $3 \times 5$  رسم کرده و قطر  $AC$  را ترسیم کن حال بدون خط کش و گونیا عمود منصف  $AC$  را رسم کن و توضیح بده!

۱۳) در صفحه شطرنجی مقابل روش ترسیم خط عمود بر خط  $d$  را توضیح بده! بدون خط کش و وسایل ترسیم....



۱۴) در صفحه مقابل روش ترسیم خط موازی با خط  $d$  را توضیح بده! بدون وسایل ترسیم....





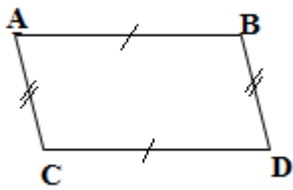
### چهار ضلعی ها

متوازی الاضلاع: چهار ضلعی است که اضلاع آن دو به دو موازی هستند.

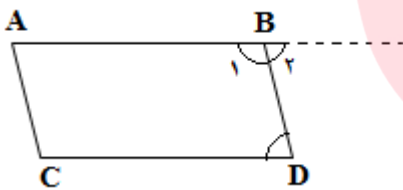
$$AB \parallel DC \text{ و } AD \parallel BC$$

#### ویژگی های متوازی الاضلاع

- اضلاع مقابل دو به دو با هم برابرند.
- زاویه های مقابل برابرند.
- زاویه های مجاور مکمل اند.
- قطرها منصف یکدیگرند.



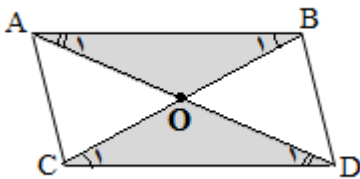
**قضیه**: ثابت کنید در متوازی الاضلاع زاویه های مجاور مکمل اند.



فرض:  $AC \parallel BD$  و  $AB \parallel DC$  حکم:  $B_1 + D = 180$

$$B_1 + B_1 = 180 \quad B_1 = D \Rightarrow B_1 + D = 180$$

**قضیه**: ثابت کنید در متوازی الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند.



متوازی الاضلاع : فرض

حکم:  $Ao = oD$  و  $Bo = oc$

$\overline{AB} = \overline{CD} \rightarrow$  متوازی الاضلاع [www.mydars.ir](http://www.mydars.ir)

$$\triangle oAB, \triangle ocD$$

$$B_1 = C_1 \rightarrow AB \parallel CD$$

مورب BC

رضن



$$Ao = oD, Bo = oc$$

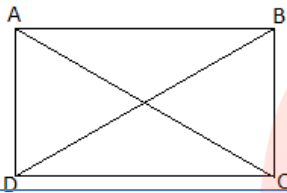
$$A_1 = D_1 \rightarrow AB \parallel CD$$

مورب AD

**مستطیل:** چهار ضلعی است که ۴ زاویه ۹۰ درجه دارد.

+ متوازی الاضلاعی است که یک زاویه ۹۰ درجه دارد.

+ مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است و ۴ خاصیت متوازی الاضلاع را دارد.



$$AC=BD$$

### ویژگی مستطیل

- قطرها با هم برابرند.

**لوزی:** چهار ضلعی است که ۴ ضلع برابر دارد.

\* متوازی الاضلاعی است که دو ضلع مجاورش برابرند.

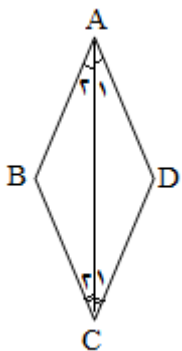
\* لوزی نوعی متوازی الاضلاع است و ۴ خاصیت متوازی الاضلاع را دارد.

### ویژگی لوزی

- قطرها بر هم عمودند.

- قطرها نیمساز زاویه های مقابل اند.

**قضیه:** ثابت کنید در لوزی قطرها نیمساز زاویه های مقابل اند.



لوزی: فرض  $C_1 = C_2$  و  $A_1 = A_2$  : حکم

مشترک  $\rightarrow \overline{AC} = \overline{AC}$  [www.maydars.ir](http://www.maydars.ir)

$$\begin{array}{l} \triangle ADC = \triangle ABC \quad \overline{AB} = \overline{AD} \rightarrow \text{لوزی} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} A_1 = A_2 \text{ و } C_1 = C_2 \\ \overline{BC} = \overline{DC} \rightarrow \text{لوزی} \end{array}$$

**مربع:** چهار ضلعی است که ۴ ضلع برابر و ۴ زاویه ۹۰ درجه دارد.

\* متوازی الاضلاعی است که ۲ ضلع مجاور برابر و زاویه ۹۰ درجه دارد.

\* لوزی است که یک زاویه ی ۹۰ درجه دارد.

\* لوزی است که قطرهاش برابرند.

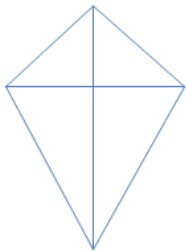
\* مربع ، مستطیلی است که دو ضلع مجاورش برابرند.

### ویژگی مربع

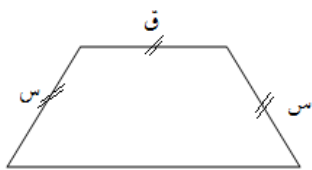
- قطرهاش عمود و منصف و برابرند.

\* مربع نوعی لوزی است زیرا تمام ویژگی های لوزی را دارد اما لوزی ، مربع نیست زیرا تمام ویژگی های مربع را ندارد.

\* اگر در یک چهار ضلعی قطرها بر هم عمود باشند لزوماً لوزی است؟ خیر ممکن است شبه لوزی یا کایت باشد. قطرها عمودند اما شکل لوزی نیست.



دوزنقه: چهار ضلعی است که فقط دو ضلع موازی دارد.



ق  
دوزنقه ایرانی

(سه ضلع برابر دارد.)



مختلف الاضلاع



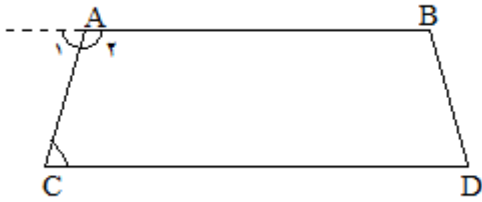
متساوی الساقین



قائم الزاویه

ویژگی مهم: در هر نوع دوزنقه دو زاویه مجاور به هر ساق مکمل اند.

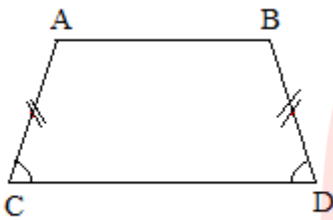
حکم  $B+D=180$  و  $A+C=180$



$A+C$  → مورب  $AB \parallel DC$  و

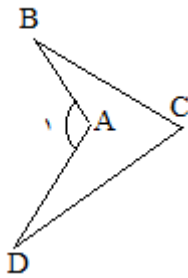
$$\begin{aligned} A+A &= 180 \\ C+A &= 180 \end{aligned}$$

**ویژگی دوزنقه متساوی الساقین:** دو زاویه مجاور به قاعده برابرند.



### نکات فصل ۳ (چهار ضلعی ها)

(۱) در یک ۴ ضلعی مقعر اندازه ی زاویه خارجی  $A$  برابر است با:



$$\hat{A} = C+B+D \quad \text{چرا؟}$$

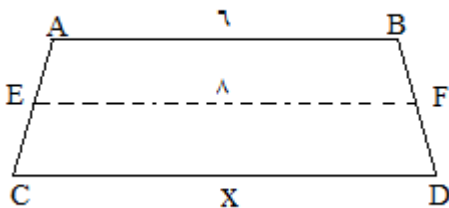
(۲) اگر اوساط اضلاع متوازی الاضلاع را به هم وصل کنید یک متوازی الاضلاع ساخته می شود. شکل بکش

(۳) اگر اوساط یک لوزی را به یکدیگر وصل کنید مستطیل تولید می شود. شکل بکش

(۴) اگر اوساط یک مربع را وصل کنید، مربع ایجاد می شود. شکل بکش

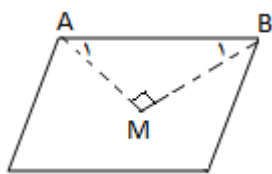
(۵) پاره خطی که وسط های دو ساق دوزنقه متساوی الساقین را بهم وصل می کند موازی قاعده هاست و اندازه ی آن

برابر نصف مجموع دو قاعده است.



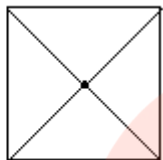
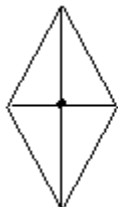
$$EF \parallel AB \parallel CD \quad EF = \frac{1}{2}(AB+CD)$$

مثال)  $\frac{6+X}{2} = 8 \Rightarrow 6+X = 16 \Rightarrow X = 10$



۶) در هر متوازی الاضلاع نیمسازهای دو زاویه مجاور بر هم عمودند.

زیرا:  $A$  و  $B$  مکمل اند. پس  $A + B = 90$  پس  $M = 90$



۷) از برخورد نیمسازهای لوزی و مربع یک نقطه ایجاد می شود.

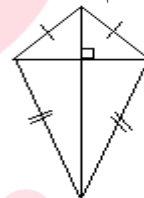
زیرا نیمسازها همان قطرهایش هستند.

۸) از برخورد نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع یک مستطیل درست می شود. شکل بکش

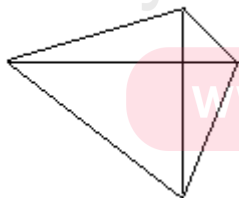
۹) از برخورد نیمسازهای داخلی هر مستطیل، مربع درست می شود. شکل بکش.

۱۰) در لوزی قطرها بر هم عمودند. اما هر چهار ضلعی که دارای دو قطر عمود بر هم باشد همیشه لوزی نیست. مثل

کایت با شبه لوزی برای اینکه لوزی شود حتما باید قطرهای عمود منصف باشند.



۱۱) آیا هر شکل که دو قطر عمود و برابر داشته باشد مربع است؟ خیر باید منصف نیز باشند.



۱۲) مربع نیست اما  $\Rightarrow$  قطرهای برابر و عمودند.

## تمرین چهار ضلعی ها

(۱) جملات صحیح غلط را مشخص کنید.

مربع نوعی لوزی است  ص  غ

لوزی نوعی مربع است  ص  غ

لوزی نوعی متوازی الاضلاع است  ص  غ

مربع نوعی مستطیل است  ص  غ

مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است  ص  غ

در لوزی قطرها عمود منصف هم و برابرند  ص  غ

در هر متوازی الاضلاع قطرها برابرند  ص  غ

(۲) کامل کنید.

مربع لوزی است که .....

مستطیل متوازی الاضلاعی است که .....

مربع مستطیلی است که .....

چهار ضلعی که فقط دو ضلع موازی دارد ..... نامیده می شود.

دو دوزنقه دو زاویه مجاور به ساق .....  
www.my-dars.ir

متوازی الاضلاع که قطرهایش عمود و برابر شوند ..... می شود.

متوازی الاضلاعی که دو ضلع مجاورش برابر باشند ..... است.

لوزی که یک زاویه ۹۰ داشته باشد.....

اگر اوساط یک مستطیل را متوالیاً وصل کنیم ..... تولید می شود.

اگر اوساط اضلاع یک لوزی را متوالیاً وصل کنیم ..... درست می شود.

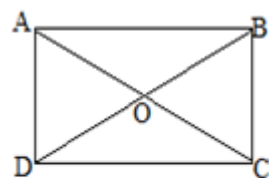
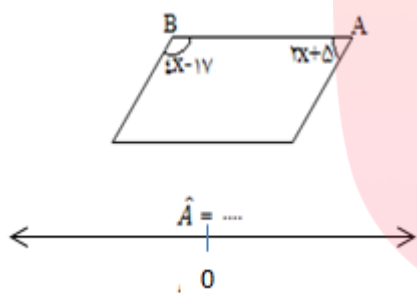
در چهار ضلعي های ..... و ..... قطرها نیمساز هستند.

در متوازی الاضلاع زاویه های مقابل ..... و زاویه های مجاور ..... هستند.

۳) برای هر شکل زیر ۴ خاصیت بنویس.

لوزی      مستطیل      مربع      متوازی الاضلاع

۴) در هر شکل زیر مقادیر مجهول را به دست آورید.



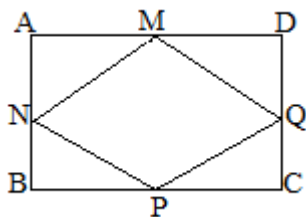
$$\begin{aligned} AC &= 10 \\ OD &= 2x - 2 \\ x &= \dots \end{aligned}$$



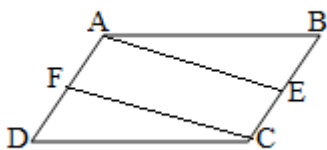
$$\begin{aligned} a &= \dots \\ AD &= \dots \end{aligned}$$

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

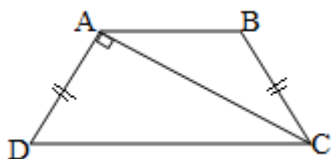
۵) اوساط اضلاع مستطیل مقابل را متوالیاً وصل کرده ایم ثابت کنید ۴ ضلعي وسط لوزی است.



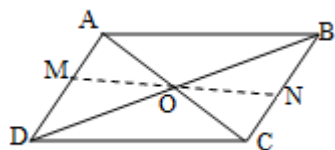
۶) در شکل  $ABCD$  متوازی الاضلاع است.  $E$  و  $F$  وسط دو ضلع هستند ثابت کنید  $AEFC$  متوازی الاضلاع است.



۷) دوزنقه مقابل متساوی الساقین است.  $AC$  نیمساز  $C$  است. اندازه  $B$  را به دست آورید.

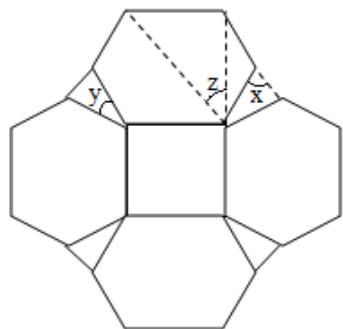


۸) در شکل  $ABCD$  متوازی الاضلاع است.



پاره خط  $MN$  را از  $O$  عبور می دهیم. ثابت کنید  $MO=ON$

۹) کاشی کاری مقابل از مربع و ۶ ضلعی منتظم و مثلث تشکیل شده است.



زاویه های خواسته شده را به دست آورید.

$$\hat{x} =$$

$$\hat{y} =$$

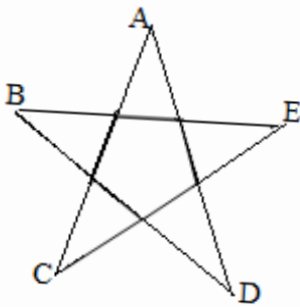
$$\hat{z} =$$

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



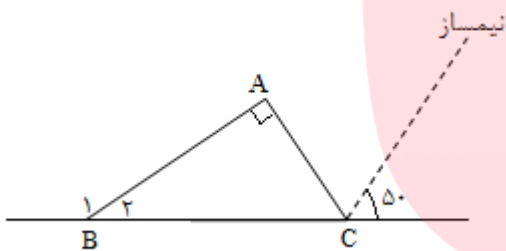
سوالات ترکیبی فصل ۳

(۱) ثابت کنید  $A+B+C+D+E=180$



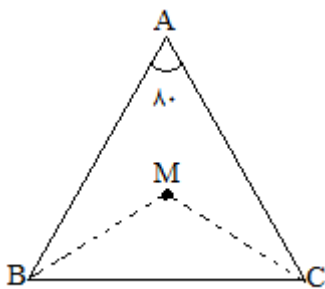
(۲) مجموع زوایای داخلی یک چند ضلعی به جز یکی از آنها  $1392^\circ$  است. آن زاویه چند درجه است؟

(۳) در شکل زوایای خواسته شده را به دست آورید.



$\hat{B}_2 = \dots\dots\dots$

(۴)  $BM$  و  $MC$  نیمسازهای  $\hat{B}$  و  $\hat{C}$  هستند.

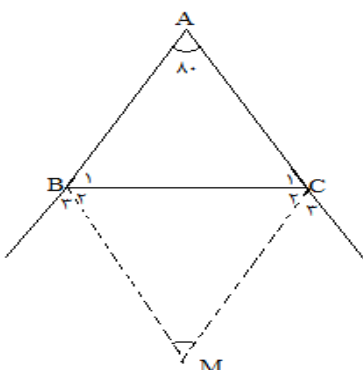


$\hat{M} = \dots\dots\dots$

نکته: .....

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

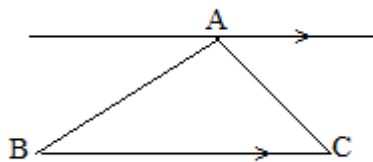
(۵)  $MB$  و  $MC$  نیمسازهای دو زاویه خارجی هستند.



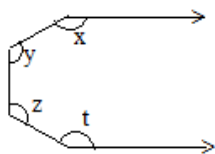
$\hat{M} = \dots\dots\dots$

نکته: .....

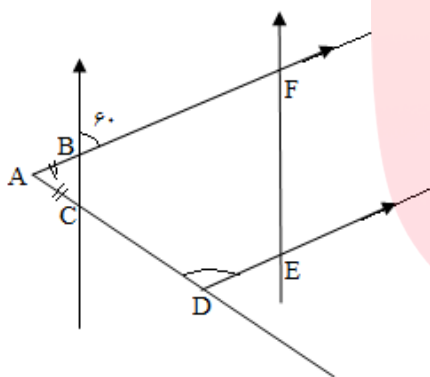
(۶) با توجه به شکل ثابت کنید مجموع زوایای مثلث  $۱۸۰$  درجه می شود.



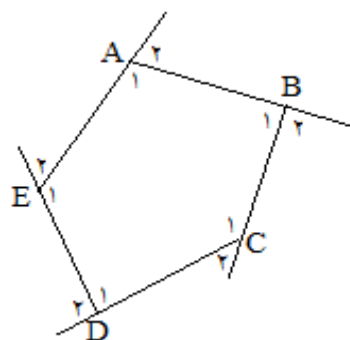
(۷) مجموع زاویه های  $x$  و  $y$  و  $z$  و  $t$ ؟



(۸)  $\overline{AB} = \overline{AC}$  ،  $\hat{A}$  و  $\hat{D}$  چند درجه اند.



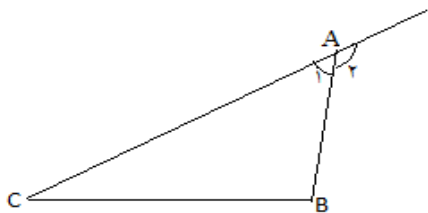
(۹)  $x \parallel y$  و  $z \parallel t$  می باشد. چند نقطه می توان یافت که از هر  $\epsilon$  خط به یک فاصله باشد.



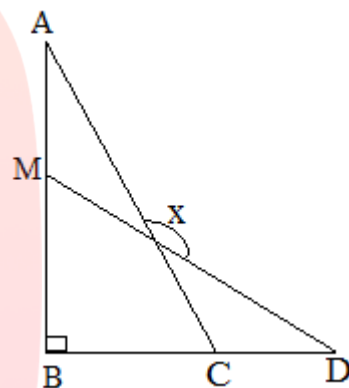
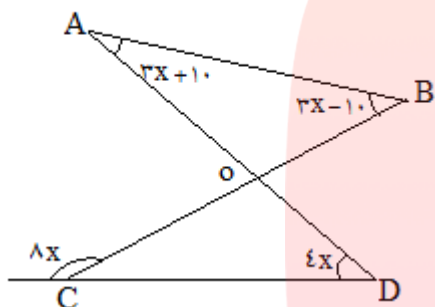
(۱۰) ثابت کنید مجموع زاویه های خارجی ۵ ضلعی  $۳۶۰$  درجه است.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

(۱۱) ثابت کنید زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور (در مثلث)



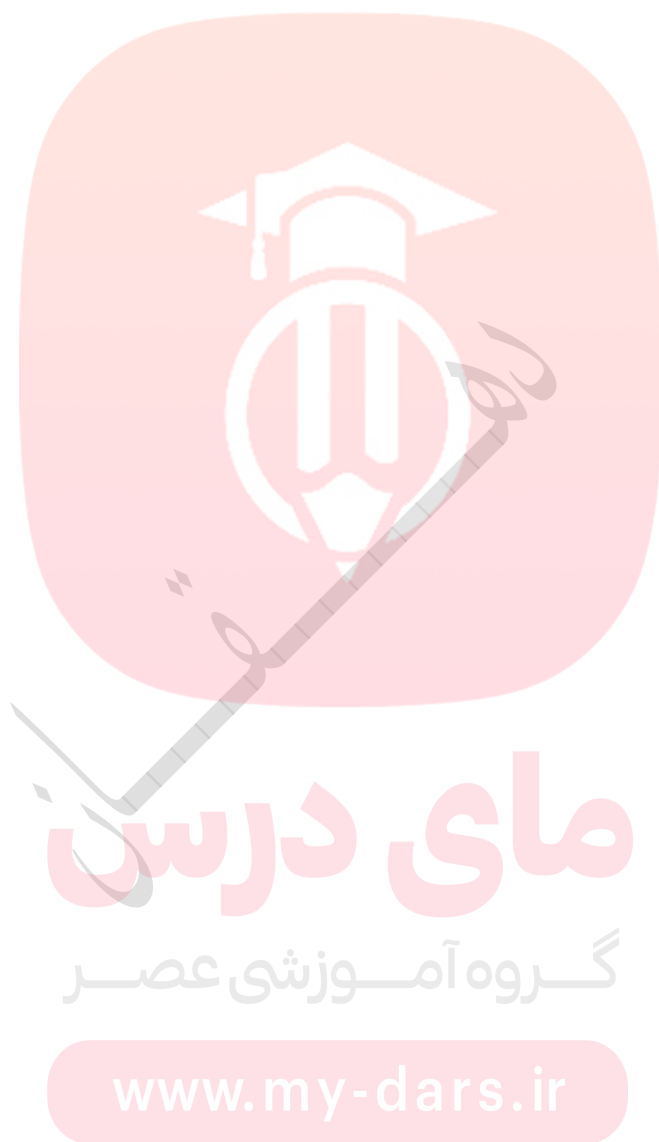
(۱۲) مقدار  $x$  ؟



مای درس

گروه آموزشی عصر

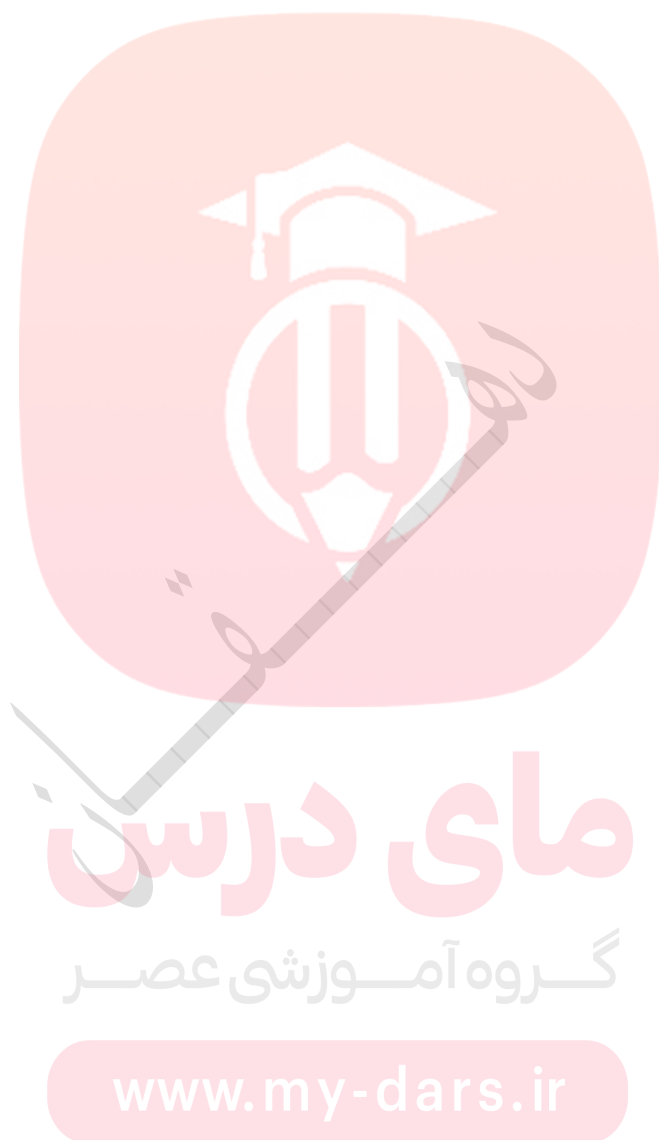
[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

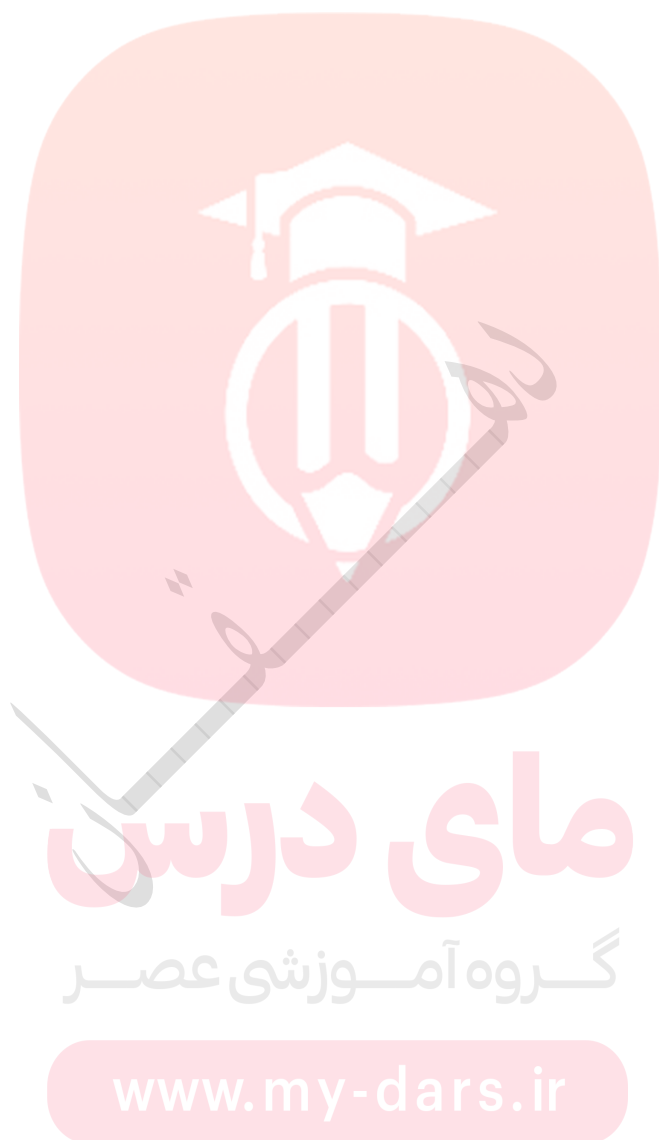


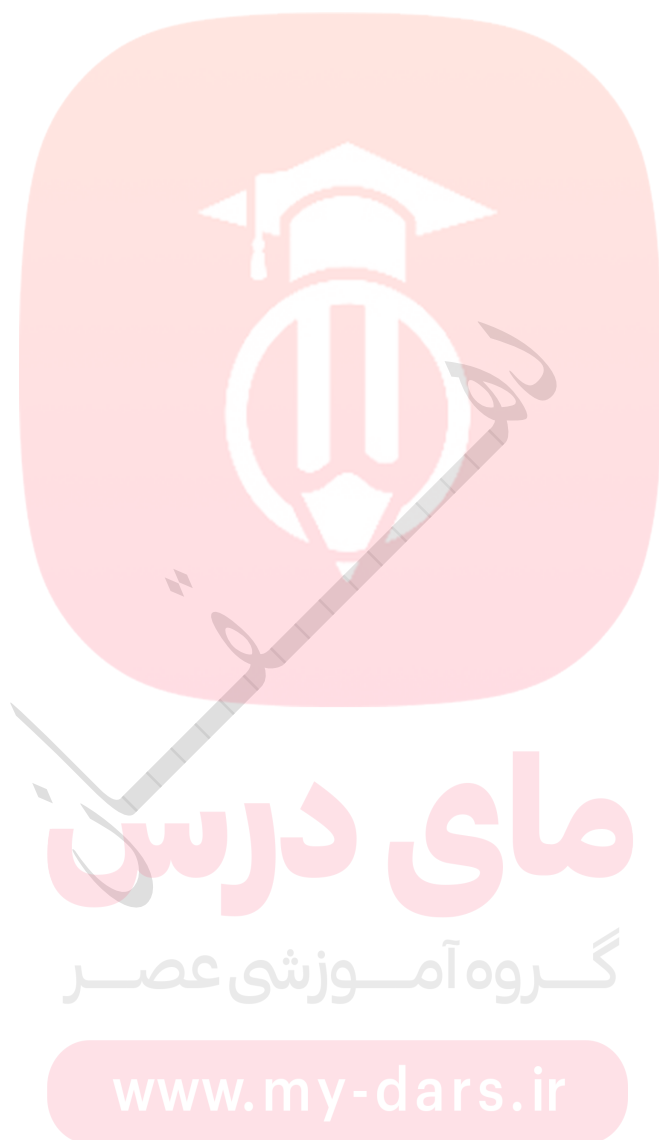
مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)







## فصل (۴)

### جبر و معادله

مای درس

گروه آموزشی عصر

امام صادق (ع) دوست را فقط بر اسراری مطلع کن که اگر دشمنت از آن آگاه می شد برایت

ضرری نداشت، چرا که دوست هم گاهی دشمن می شود.



هوالمق

خداوند انسان را خلیفه ی خود در روس زمین خوانده است. آیا شما بزرگی و عظمت خود را انکار می کنید؟

## عبارت جبری

تشکیل شده از اعداد و حروف یا هر عبارتی که شامل یک یا چند متغیر باشند.  $6+x$ ،  $\frac{3}{2x}$

## یک جمله ای

هر عبارت به صورت  $ax^n$  که  $n$  یک عدد صحیح نامنفی و  $a$  یک عدد حقیقی می باشد را یک جمله ای گویند.  $a$  ضریب،  $x$  = متغیر،  $n$  = درجه جمله)

📖 **مثال**  $5x^2$ ،  $\sqrt{7}x^2$  و  $25x^2y$  یک جمله ای هستند.

در  $\sqrt{5}x^3$  ← ضریب  $\sqrt{5}$ ، متغیر  $x$  و درجه ۳ می باشد.

👉 **توجه**: با دلیل مشخص کنید که چرا عبارات زیر تک جمله ای نیستند.

$$\sqrt{x} \quad \sqrt{-4x^2} \quad \frac{y}{x} \quad \frac{1}{x^2-1} \quad 5x^{-2} \quad \frac{6}{x^2}$$

📖 **نکته**: هر عدد حقیقی یک جمله ای است که متغیر ندارد یا اینکه متغیر آن می تواند هر متغیری با توان صفر باشد.

↩ **نتیجه** اینکه درجه ی تمام اعداد حقیقی صفر است.  $y^0 = \sqrt{y} = \sqrt{y} y^0$  **مثال**  $9=9x^0$

**نکته:** در یک جمله می توان بیشتر از یک متغیر داشت که در این صورت درجه جمله نسبت به همه ی متغیرها

برابر است با مجموع درجات آنها.

**مثال** 
$$\begin{cases} 5x^2y^4 \longrightarrow 2+4=6 \\ 6x^3yz \longrightarrow 3+1+1=5 \end{cases}$$

یک جمله ای های مشابه : جمله هایی که متغیر آنها یکسان و هم

درجه باشند را مشابه می نامند.

**نکته:** یک جمله ایهای مشابه را می توان با یکدیگر جمع یا تفریق کرد.

**مثال** سه جمله ی مشابه مثل :  $\sqrt{2}x^2yz^3$  ،  $-\frac{2}{3}z^2yx^3$  ،  $-yx^2z^2$

**توجه:**  $5x^2y$  و  $5xy^2$  مشابه نیستند.

تمرین عبارات جبری زیر را ساده کنید.

الف)  $3a - 5b + 4a - 9b =$

ب)  $7a^2 + 3a - a^2 + 5a + 1 =$

ج)  $+3ab - 5ab^2 - 2ab + ab^2 =$

د)  $3x - \frac{2}{3}x + \frac{x}{2} =$

هـ)  $\frac{4}{5}x^2z^2 - \frac{x^2z^2}{2} + x^2z^2 =$

ر)  $-xy^2 + \frac{1}{2}x^2y - 5y^2x - 8x^2y + x^2y =$

### بررسی چهار عمل اصلی روی تک جمله ای ها

جمع یا تفریق :  $ax^n \pm bx^n = (a \pm b)x^n \rightarrow 6x^r \pm 11x^r = (6 \pm 11)x^r$

ضرب :  $ax^n \times bx^m y = (a \times b)x^{n+m} y \rightarrow \frac{1}{4}x^r \times (-3)x^r y = -\frac{3}{4}x^r y$

تقسیم :  $\frac{ax^n}{bx^m} = \left(\frac{a}{b}\right)x^{n-m} \rightarrow \frac{35x^r}{7 \cdot x} = \left(\frac{5}{1}\right)x^r$

تمرین ( حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

(۱)  $(3ab)(-5ab^2) =$

(۲)  $(5a^2b)^2 =$

(۳)  $\left(-\frac{2}{3}a^2b^2\right)^3 =$

(۴)  $(\sqrt{2}x^2y^3)^2 =$

(۵)  $(\sqrt{5}\frac{m^2n^2}{m^{-1}})^2 =$

(۶)  $\left(\frac{2}{5}x^2y^2z^2\right)\left(-\frac{1}{2}xyz^2\right) =$

(۷)  $\frac{\sqrt{48}x^3y^5}{\sqrt{3}y^2x^{-2}} =$

توجه : برای ضرب و تقسیم عبارات جبری هیچ محدودیتی نیست یعنی نیازی به جمله های متشابه نداریم.

### ضرب یک جمله ای در چند جمله ای

در این حالت جمله را در هر یک از جملات ضرب می کنیم. (خاصیت پخش ضرب در جمع و تفریق)

$$m(a + b - c) = ma + mb - mc$$

مثال  $5xy(x^2 - 3xy^2 + y - 5) =$

## ضرب چند جمله ای در چند جمله ای

در این حالت باید تک تک جملات آن ها را در یکدیگر ضرب کنیم.

$$(a+b)(m+n+p) = a(m+n+p) + b(m+n+p) = am + an + ap + bm + bn + bp$$

**مثال**  $(x-y)(3x+y-1) =$

**تمرین** ( اگر  $A = (x+y-1)$  و  $B = (x+y)$  باشند ، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$AX =$$

$$-BA =$$

## فاکتورگیری

تبدیل یک عبارت به صورت حاصلضرب دو عبارت است. (تبدیل چند جمله به یک جمله)

در واقع فاکتورگیری برعکس پخش کردن است.

در فاکتورگیری به دنبال عامل مشترک هستیم ، آنها هم بزرگترین عامل مشترک.

برای پیدا کردن جمله های داخل پرانتز هر جمله سمت چپ تساوی را به عامل فاکتور تقسیم می کنیم.

$$\underbrace{a^3b + a^3c - a^3d}_{\text{سه جمله}} = a^3 \times \underbrace{(b + ac - d)}_{\text{یک جمله}}$$

↑  
عامل فاکتور

**تمرین** ( هر عبارت را به صورت حاصلضرب دو عبارت جبری بنویسید.

$$ab - ac + ad =$$

$$5a^2 + 6a =$$

$$x^2y^5z + xy^2z - xy^2z^2 =$$

$$12a^2x^2 - 18ax^2 + 6a^2x^2 =$$

$$\sqrt{7}x + \sqrt{7}y - \sqrt{7}z =$$

تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای

$$\frac{a+b-c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d}$$

مثال) 
$$\frac{42x^3y^5 - 36x^4y^7 + x^3y^2}{6x^3y^2}$$

تقسیم چند جمله ای به چند جمله ای

از صورت و مخرج فاکتورگیری کرده و سپس ساده می کنیم.

مثال) 
$$\frac{x^4y^7 - x^3y^5}{-x^2y^3 + xy}$$

(اگر ساده نشد تا سال آینده صبر می کنیم!)

محاسبه ی مقادیر عددی

وقتی در یک عبارت جبری از متغیرهایی مثل  $x, y, \dots$  استفاده می شود به این معنی است که این متغیرها می توانند جایگزین اعداد متفاوتی شوند و به همین دلیل قابل تغییر بودن به آن ها متغیر می گوئیم.

تمرین ( مقدار عددی عبارات زیر را به ازاء مقادیر داده شده ، حساب کنید.

$x = \sqrt{2}$ و $y = -\sqrt{2}$ ; $x^2 - y^2 =$	$a = 3, b = -4 \rightarrow -b^2 - 2ab = -$
$a = -2$ , $\frac{5a^4 + 11a^4}{4a^{3A} - 2a^{3A}}$	$a = 3$ $b = -2a$ $c = ab$ $A = (a-b)(c-a) = \dots$

اتحادها

تساوی های جبری هستند که به ازای همه ی مقادیر ممکن و حقیقی درست هستند و سرعت محاسبات ما را بیش تر

می کنند.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

۱ - اتحاد نوع اول : «مربع مجموع دو جمله ای»

$$(a+b)^2 =$$

$$(2x+5)^2 =$$

$$(4x^2+3y^2)^2 =$$

$$(2\sqrt{5}+\sqrt{7})^2 =$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

۲ - اتحاد نوع دوم : «مربع تفاضل دو جمله ای»

$$(a-b)^2 =$$

$$\text{مثال } (\sqrt{7}-3)^2 =$$

$$(7x-2y)^2 =$$

$$(5\sqrt{2}-\sqrt{8})^2 =$$

$$(1999 \times 1999) =$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

۳ - اتحاد نوع سوم : «مزدوج»

(اثبات)

$$(\sqrt{35}-\sqrt{17})(\sqrt{35}+\sqrt{17}) =$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) =$$

$$(a^r - b^r)(a^r + b^r) =$$

$$(\sqrt{7} + 2\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^2 =$$

$$(\sqrt{199} - 1.0)^{100} \times (\sqrt{199} + 1.0)^{100} =$$

$$9 \times 11 \times 1.01 \times 1.01 =$$

## معادله

معادله یک تساوی جبری است که به ازاء بعضی مقادیر عددی یک تساوی درست می شود.

مثلاً: تساوی جبری  $2x + 3 = 13$  به ازاء  $x = 5$  یک تساوی درست می شود و معادله نام دارد.

📖 **مثال:** معادله  $x^2 + 5 = 21$  به ازاء  $x = 4$  و  $x = -4$  یک تساوی درست می شود.

📖 **مثال:** آیا  $x = 2$  جواب معادله زیر است؟ چرا؟

$$\frac{x-1}{3} - \frac{5-x}{5} = \frac{4}{7}$$

خیر زیرا معادله را به یک تساوی نادرست تبدیل کرد.

$$x = 2 \Rightarrow \frac{2-1}{3} - \frac{5-2}{5} = \frac{1}{3} - \frac{3}{5} = -\frac{4}{15} \neq \frac{4}{7}$$

## یادآوری

📖 **نکته (۱)** اگر به طرفین یک تساوی، عددی را اضافه یا کم کنیم حاصل باز هم درست می شود.

$$\text{اگر } a = b \Rightarrow a + k = b + k \text{ و } \text{اگر } a = b \Rightarrow a - k = b - k$$

**نکته (۲)** اگر دو طرف یک تساوی را در عددی ضرب کنیم حاصل یک تساوی درست خواهد بود.

$$\text{اگر } a = b \Rightarrow a \times k = b \times k$$

**نکته (۳)** اگر دو طرف یک تساوی را بر عددی غیر صفر تقسیم کنیم حاصل یک تساوی درست می شود.

$$\text{اگر } a = b \Rightarrow \frac{a}{k} = \frac{b}{k}$$

**تعریف:** اگر در یک معادله حداکثر توان مجهول ۱ باشد به آن معادله، معادله ی درجه (۱) می گویند.

$$\text{مانند: } 3x - 7 = 11 \quad \text{یا} \quad \frac{2x - 1}{3} + \frac{x}{5} = 1$$

\*معادله ی درجه یک حداکثر یک جواب دارد یعنی اینکه یا یک جواب دارد یا جواب ندارد.

$$\text{(جواب ندارد) غیر ممکن } x + 7 = x \Rightarrow 7 = 0 \quad \text{یک جواب } 2x + 5 = 17 \Rightarrow x = 6$$

**تعریف:** معادله ای که بزرگترین توان مجهول آن ۲ باشد معادله ی درجه ۲ نامیده می شود.

$$\text{(مثال)} \quad x^2 + 3x = 10 \quad \text{یا} \quad x^2 - 1 = 24$$

معادله درجه ۲ حداکثر دو جواب دارد. یعنی یا دو جواب دارد یا یک جواب یا صفر جواب

**(مثال)** معادلات زیر را حل کنید.

الف) دو جواب  $x^2 + 2 = 27 \Rightarrow x^2 = 27 - 2 = 25 \Rightarrow x = 5$  و  $x = -5$

ب) با حدس  $x^2 + x = 6 \Rightarrow x = 2$

ج)  $x^2 + 12 = 3 \Rightarrow x^2 = -9 \Rightarrow$  جواب ندارد

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

### برخی معادلات خاص

الف) اگر حاصل ضرب دو یا چند عبارت صفر شود آنگاه حداقل یکی از آن عبارات صفر است.

$$\text{مثال } (2a - 8)(5b + 15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2a - 8 = 0 \rightarrow a = 4 \\ \text{یا} \\ 5b + 15 = 0 \rightarrow b = -3 \end{cases} \quad \text{جواب های معادله}$$



ب) هر عبارتی که به توان زوج برسد همواره نامنفی است.

\* اگر جمع دو یا چند عبارت نامنفی صفر شود آنگاه همه آن عبارات صفر هستند.

$$(3x-15)^4 + (x^2-1)^6 + (x^3+27)^8 = 0$$

معادله ۴ جواب دارد

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-15=0 \rightarrow x=5 \\ x^2-1=0 \rightarrow x=+1, x=-1 \\ x^3+27=0 \rightarrow x^3=-27 \rightarrow x=-3 \end{cases}$$

ج) معادلات کسری: اگر کسری مساوی صفر باشد پس صورت آن کسر صفر می شود.

\* در معادلات کسری بعد از یافتن جواب باید جواب را در مخرج امتحان کنیم جوابی قابل قبول است که مخرج را صفر نکند.

$$\text{مثال) } \frac{(-2a-12)(a^2-25)}{(2a+10)(6-a)} = 0 \Rightarrow \text{صورت} = 0 \Rightarrow (-2a-12)(a^2-25) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a-12=0 \rightarrow a=-6 & \text{ق ق} \\ a^2-25=0 \rightarrow a=5 \text{ و } a=-5 & \text{غ ق ق مخرج را صفر می کند.} \end{cases}$$

معادله دو جواب قابل قبول دارد

گروه آموزشی عصر

توجه: معادله های توانی را در فصل توان خواهیم خواند.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

## تمرین های فصل (۱۴)

(۱) هر مسأله زیر را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

الف) برای تهیه کارت عروسی، قیمت ثابت ۵۰۰۰۰ تومان و برای هر کارت چاپ شده ۷۰۰ تومان باید پرداخت شود هزینه  $n$  کارت چقدر می شود؟

ب) اگر از عدد  $x$  مجذور آن کم شود حاصل برابر نصف معکوس آن عدد می شود. رابطه را بنویسید. (کنکور)

ج) سه نفر توافق کردند که تعداد  $n$  سکه ی یکسان داخل یک کیسه را به روش زیر بین خود تقسیم کنند. آن چه اولی برمی دارد، یک سکه بیش از نصف سکه هاست. دومی یک سوم باقی مانده را برمی دارد و سهم سومی، دو برابر سهم دومی می باشد سهم سومی را برحسب  $n$  بنویسید. (مسابقات ریاضی جهانی)

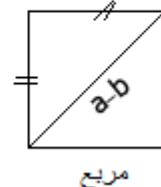
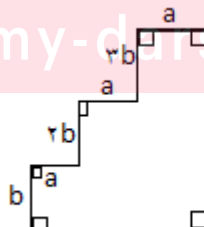
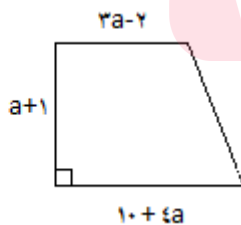
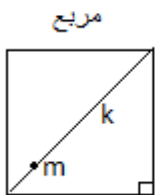
(۲) عبارات جبری زیر را به صورت کلامی بنویسید.

$$\frac{\sqrt{a+b+c}}{2} \quad \text{الف)}$$

$$(a-b)^2 \quad \text{ب)}$$

$$a^2 + b^2 \quad \text{ج)}$$

(۳) مساحت هر شکل را به صورت عبارت جبری بنویسید.



۴) جمله  $n$  ام در هر دنباله زیر را بنویسید.

الف)  $3, 7, 11, 15, \dots$

ب)  $2, 8, 18, 32, 50, \dots$

ج)  $2, 3, 5, 9, 17, 33, \dots$

د)  $1, 3, 6, 10, 15, 21, \dots$

هـ)  $4 \quad 9 \quad 14 \quad 19 \quad \dots$

ر)  $1 \quad 3 \quad 9 \quad 27 \quad 81 \quad \dots$

ز)  $2 \quad 6 \quad 8 \quad 18 \quad 54 \quad \dots$

ن)  $2 \quad 5 \quad 10 \quad 17 \quad 26 \quad \dots$

۵) برای ساختن شکل های روبرو از چوب کبریت استفاده شده است. (مسابقات جهانی تیمز)



الف) شکل  $n$  ام چند چوب کبریت دارد؟

ب) در چندمین شکل  $303$  چوب کبریت وجود دارد؟

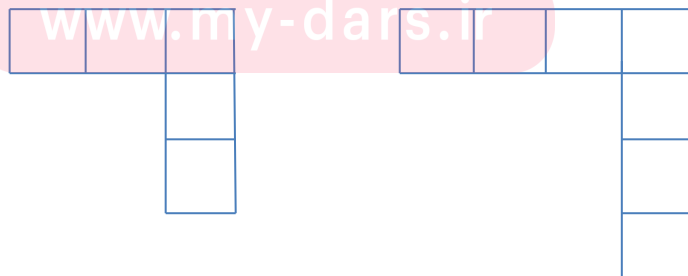
۶) شکل  $n$  ام از چند مربع تشکیل شده است. (المپیاد ریاضی)

ب) شکل  $n$  ام چند چوب کبریت تشکیل شده است؟ (المپیاد ریاضی)

ج) اگر تعداد چوب کبریت ها  $1804$  تا باشد چند مربع خواهیم داشت؟ (المپیاد ریاضی)



(۱)



(۲)

(۳)

۷ - عبارات جبری زیر را ساده کنید.

$$\frac{3ab}{8} - \frac{5ab}{4} - ab - \frac{ab}{2} =$$

$$7xy - 6(y - 3x) - (-8x^2) =$$

$$(x + 3)(x - 1) =$$

$$(x + 3)(x^2 - 3x + 9) =$$

$$[4a^5b^4 + 3a^7b \times (-2)a^2b^3]^7 =$$

$$\left( \frac{a^5b^{14}}{a^4b^{11}} + a^7b^3 \times a^2b^6 \right)^4 =$$

$$18a^{21} - [3a^5 - a^2(5a^2 - 6a^2)]^7 =$$

$$\frac{3}{4}a^2(8a - 12a^2) - 2a(a^2) =$$

$$(3a - 2)(b + 3) =$$

۸) جاهای خالی را به طور مناسب پر کنید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

$$12a + \dots - 3b + \dots = 3a + 3b$$

$$6(2m + \dots) - 2(\dots + 3k) = 6m + 6k$$

۹) عبارات زیر را به صورت حاصلضرب بنویسید (تجزیه کنید)

$$18nyz - 9xy^2 =$$

$$1 \cdot a^2b^2 + 15a^2b^2 - 5a^2b^2 =$$

$$a(b+c) - d(b+c) + (b+c) =$$

$$m(a-b) + (c+d)(a-b) =$$

$$m^5 + m^4 - \frac{m^6}{5} =$$

۱۰) حاصل عبارات زیر را به کمک اتحاد بدست آورید.

$$(a+5)^2 =$$

$$(3\sqrt{5} - \sqrt{7})(3\sqrt{5} + \sqrt{7})$$

$$(2x-y)^2 =$$

$$(3-\sqrt{6})^2 (\sqrt{6}+3)^2 =$$

$$(3x-5)(3x+5) =$$

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 =$$

$$(2\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 =$$

$$99 \times 101 =$$

$$(1-a)(1+a)(1+a^2)(1+a^4) =$$

۱۱) هر عبارت را کامل کنید.

$$9a^2 + 4b^2 + 12ab = (\square + \circ)$$

$$c^2 - 9d^2 = (\square + \circ) + (\square - \circ)$$

$$..... + 25m^2 - 2mn = (2n - \circ)^2$$

۱۲) هر عبارت زیر را به صورت حاصلضرب بنویسید. [www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

$$36a^2 - b^2 = \dots$$

$$a^2 - 8ab + 16b^2 =$$

$$m^2 - n^2m =$$

$$9m^2 - 36mn + 36n^2 =$$

(۱۳) اگر  $a = 1 - \sqrt{3}$  و  $b = 1 + \sqrt{3}$  مقدار عددی عبارت  $a^2 + b^2 - 2ab$  را به دست آورید.

(۱۴) مقدار عددی عبارت  $(a-b)^{10} - (b-a)^{10}$  به ازاء  $a = \sqrt{7}$  و  $b = \sqrt{3}$  چقدر می شود؟

(۱۵) مقدار عددی عبارت مقابل به ازاء  $x = 13$  چقدر می شود؟

$$(x^2 - 1)(x^2 - 2) \dots (x^2 - 30) = \dots$$

(۱۶) اگر  $a = 12$  و  $b = 16$  و  $c = 20$  و  $p = \frac{a+b+c}{2}$  باشد مقدار عددی عبارت زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} =$$

(۱۷) اگر  $a = -3$  و  $b = -2$  باشد حاصل  $-3a^2 - b^2$  و  $a^3 - b^3$  را به دست آورید.

(۱۸) اگر  $x - y = 4$  باشد حاصل  $(7 - 3y + 3x)^2$  را به دست آورید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

(۱۹) اگر  $x - 2 = y$  باشد حاصل  $(x^2 - 2xy + y^2)$  را به دست آورید.

(۲۰) اگر  $2a + b = 11$  و  $2b + c = 10$  و  $2c + a = 12$  باشد حاصل عبارت زیر را به دست آورید.  $(5a + 5b + 5c)^2 =$

(۲۱) اگر  $a^2 + b^2 = 10ab$  باشد حاصل عبارت مقابل را بنویسید.

$$A = \left( \frac{a+b}{a-b} \right)^2 = \dots$$

(۲۲) اگر  $x^2 + y^2 = 7$  و  $2xy = 5$  باشد حاصل  $x^4 + y^4$  را به دست آورید.

(۲۳) اگر  $a^2 + a^{-2} = 10$  باشد حاصل  $a^4 + a^{-4}$  را به دست آورید.

(۲۴) معادلات زیر را حل کنید.

$$2x + 6\left(\frac{1}{2}x + 4\right) = 14$$

$$\frac{3}{4}(8x - 4) = \frac{5}{2}(4x + 2)$$

$$6x - 3(x - 1) = 2x + 5$$

$$\frac{3x - 7}{5x + 3} = \frac{4}{3}$$

$$(x - 2)(x + 4) = (x - 3)(x - 1)$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

$$4x + 8x + 12x + \dots + 48x + 4 = 784$$

$$\frac{5x-2}{7} - \frac{2x-3}{5} = \frac{x+1}{2}$$

$$\frac{5}{6}x = \frac{2x+1}{2} - \frac{x-2}{3}$$

$$\frac{1}{4x-3} = \frac{1}{3x-4}$$

$$\frac{x}{x-1} = \frac{x-2}{x-4}$$



مای درسی  
گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

۲۵) طول مستطیلی از عرض آن ۱۰ سانتی متر بیشتر است. اگر محیط آن ۹۲ متر مربع باشد مساحت مستطیل؟

(با تشکیل معادله)

۲۶) سن مادر علی ۴۸ و سن علی ۱۰ سال است. پس از چند سال سن مادر سه برابر سن فرزندش می شود؟ (معادله)



(۲۷) هفت عدد صحیح متوالی داریم. اگر مجموع سه عدد کوچکتر ۳۳ شود مجموع سه عدد بزرگتر را بیابید. (معادله)

(۲۸) در یک قلم ۳۳۰۰ ریال سکه ۱۰۰ ریالی و ۲۵۰ ریالی موجود است. اگر تعداد سکه ها ۲۱ باشد از هر نوع چند سکه داریم. (معادله)

(۲۹) عددی در تقسیم بر ۳ و ۵ و ۷ به ترتیب ۲ و ۴ و ۱ واحد باقی مانده می آورد. آن عدد را با تشکیل معادله به دست آورید به شرطی جمع خارج قسمتها ۱۸ شود.

(۳۰) در یک بازی جریمه هر خطا سه برابر جریمه ی خطای قبلی است. اگر یک بازیکن چهار بار خطا کند و در کل ۴۰۰۰۰ تومان جریمه شود جریمه ی اولین خطا چقدر بوده است؟ (معادله)

(۳۱) معادلات زیر را حل کنید (معادلات خاص) [www.my-da.com](http://www.my-da.com)

$$\frac{4(3x-6)+12}{5x^2-3x-2} = 0$$

$$(2x-6)(3x-18)(x^2-1) = 0$$

$$(x^3+8)(2x-1)^4 = 0$$

$$(x^2 - 49)^0 = .$$

$$16x^2 - (3x - 6)^2 = .$$

$$(x+3)^0 + (y-1)^0 + (2x-y-z)^0 = .$$

$$\frac{(2x-1)(x^2 - \sqrt{13})}{(2x^2 - 26)} = .$$

$$(x^2 + 25)^6 + (x^2 + 1)^4 + (x^2 - 1 \cdot x + 25)^3 = .$$

