



حاصل عبارت‌های زیر را در صورت امکان به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $-5^4 \times (-5)^1$

ب)  $(-2)^8 \div (\frac{2}{5})^8$

پ)  $-(-5)^{13} \div (-5)^9$

ت)  $6 \cdot 10^0 \div 2 \cdot 10^8 \times 3^8$

الف) گاهی می‌توانیم قبل از حل مسئله علامت جواب نهایی آن را پیدا کنیم. در این عبارت، دو عدد منفی در هم ضرب می‌شوند، پس جواب نهایی حتماً مثبت است.

ب)  $(-2)^8 \div (\frac{2}{5})^8 = (2 \times \frac{5}{2})^8 = 5^8$

ب) هر دو عبارت مثبت هستند، پس حاصل نیز مثبت است.

پ)  $-(5^{13} \div 5^9) = -5^4$

پ) عبارت اول مثبت و دومی منفی است، پس حاصل منفی است.

ت)  $6 \cdot 10^0 \div 6 \cdot 10^8 = 6 \cdot 10^{-8}$

ت) اگر عبارت را به صورت زیر حل کرده باشید، نادرست است!!

زیرا زمانی که پرانتز اولویت‌ها را بین ضرب و تقسیم مشخص نکرده است، محاسبه از چپ به راست صورت می‌گیرد.

$$(6 \cdot 10^0 \div 6 \cdot 10^8) \times 3^8 = \frac{2 \cdot 10^0 \times 3^8}{2 \cdot 10^8} \times 3^8 = 2 \cdot 10^{-2} \times 3^8$$

### توان در توان و توان به توان

**توان در توان:** اگر بخواهیم یک عدد توان‌دار را مجدداً به توان برسانیم، لازم است حتماً از پرانتز استفاده کنیم. در این صورت، دو توان در هم ضرب می‌شوند، مثلاً اگر عدد  $5^3$  را به توان 4 برسانیم، آن‌گاه می‌نویسیم:  $(5^3)^4 = 5^{12}$ . این خاصیت را می‌توانیم برای هر چند بار به توان رساندن تعمیم دهیم، مثلاً:

**توان به توان:** همان‌گونه که از اسم آن مشخص است، در مواقعی که بخواهیم توان یک عدد توان‌دار را به توان برسانیم، از قانون توان به توان استفاده می‌کنیم، مثلاً:  $2^{2^3} = 2^8$ .

$3^{2^{2^3}} = 3^{2^9} = 3^{512}$

اگر چند توان بالای هم آمده باشند، از دو عدد بالاتر شروع می‌کنیم و محاسبات را انجام می‌دهیم:

عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $((2^2)^2)^3$

پ)  $2^{2^{2^3}}$

ب)  $(2^{2^4})^3$

ت)  $(2^2)^{2^3}$

ث)  $2^{2^{2^{2^2}}}$

ج)  $(2^{2^3})^{5^2}$

چ)  $(2^2)^{3^{2^3}}$

الف)  $2^{12}$

ب)  $2^{256}$

پ)  $2^{48}$

ت)  $2^{16}$

ث)  $2^{65536}$

ج)  $2^{200}$

چ)  $2^{3122}$

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $(-4^2)^3$

ب)  $-2^{3^2} \times (-2)^{2^2} \times (2^{-2})^5$

پ)  $-(-(-8)^{3^{2^2}})^5$

ت)  $-(-(-(-3^2)^3))^2 \times -3^{12}$

ث)  $\underbrace{2^6 \times 2^6 \times 2^6 \times \dots \times 2^6}_{26 \text{ بار}}$

$-4^6$  یا  $(-16)^3$  یا  $-16^3$  یا  $-2^{12}$

الف) هر چهار جواب مقابل درست است:

اما ساده‌ترین جواب،  $-2^{12}$  می‌باشد.

$-(2^9 \times 2^4 \times 2^{-10}) = -2^3$

ب) توجه داشته باشید حاصل نهایی عددی منفی است:

پ) حاصل نهایی عددی منفی است:

$$-\underbrace{\underbrace{\underbrace{(-(-1)^{11})^5}_{\text{منفی}}}_{\text{مثبت}}}_{\text{منفی}} = -8^{405}$$

ت) حاصل هر دو عبارت که در هم ضرب می‌شوند منفی است، پس حاصل نهایی عددی مثبت خواهد بود.

$$((3^2)^3)^2 \times 3^{12} = 3^{12} \times 3^{12} = 3^{24}$$

$$(2^6)^{2^6} = (2^6)^{6^4} = 2^{384}$$

ث) تعداد  $2^6$  ها،  $2^6$  تا است، پس:

### یکسان‌سازی پایه‌ها

در ضرب و تقسیم اعداد توان‌دار، باید پایه‌ها یا توان‌ها مساوی باشند تا بتوانیم از قوانین جمع و تفریق توان‌ها یا ضرب و تقسیم پایه‌ها استفاده کنیم. گاهی با استفاده از تجزیه می‌توانیم پایه‌های اعداد را به صورت مساوی درآوریم، مثلاً اگر بخواهیم عبارتی مانند

$8^6 \times 4^5$  را به صورت عددی توان‌دار بنویسیم، ۴ و ۸ را تجزیه می‌کنیم و به صورت  $2^2$  و  $2^3$  می‌نویسیم. در این صورت:

$$8^6 \times 4^5 = (2^3)^6 \times (2^2)^5 = 2^{18} \times 2^{10} = 2^{28}$$

برای سرعت بخشیدن در محاسبات، می‌توانید تجزیه اعداد زیر را که کاربرد بیشتری دارند به خاطر بسپارید.

توان‌های ۲	توان‌های ۳	توان‌های ۴	توان‌های ۵	توان‌های ۶	توان‌های ۷	توان‌های ۸	توان‌های ۹
$4 = 2^2$	$9 = 3^2$	$16 = 4^2$	$25 = 5^2$	$36 = 6^2$	$49 = 7^2$	$64 = 8^2$	$81 = 9^2$
$8 = 2^3$	$27 = 3^3$	$64 = 4^3$	$125 = 5^3$	$216 = 6^3$	$343 = 7^3$	$512 = 8^3$	$729 = 9^3$
$16 = 2^4$	$81 = 3^4$	$256 = 4^4$	$625 = 5^4$				
$32 = 2^5$	$243 = 3^5$	$1024 = 4^5$					
$64 = 2^6$	$729 = 3^6$						
$128 = 2^7$							
$256 = 2^8$							
$512 = 2^9$							
$1024 = 2^{10}$							

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $125 \times 5^9$

ب)  $27^8 \times 9^{14}$

پ)  $2^9 \times 4^{20} \times 8^{12}$

ت)  $8^{12} \times (32^2)^{22} \times ((128)^5)^{10}$

الف)  $5^3 \times 5^9 = 5^{12}$

ب)  $(3^3)^8 \times (3^2)^{14} = 3^{24} \times 3^{28} = 3^{52}$

پ)  $2^9 \times (2^2)^{20} \times (2^3)^{12} = 2^9 \times 2^{40} \times 2^{36} = 2^{85}$

ت)  $8^{12} \times 32^{44} \times 128^{50} = (2^3)^{12} \times (2^5)^{44} \times (2^7)^{50} = 2^{192} \times 2^{220} \times 2^{350} = 2^{762}$

## یکسان‌سازی توان‌ها

در بعضی از مسئله‌ها، امکان یکسان‌سازی پایه‌ها وجود ندارد ولی می‌توانیم توان‌ها را مساوی کنیم. برای این منظور از «ب.م.م» توان‌ها استفاده می‌کنیم.

$$۲^{۳۹} \times ۳^{۲۶} = ?$$

حاصل عبارت مقابل را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

«ب.م.م» ۲۶ و ۳۹ برابر ۱۳ است. عبارت داده‌شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(۲^۳)^{۱۳} \times (۳^۲)^{۱۳} = ۸^{۱۳} \times ۹^{۱۳} = ۷۲^{۱۳}$$

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $۵^{۲۰۰۰} \times ۴^{۳۰۰۰}$

ب)  $۲^{۵۵} \times ۶^{۲۲}$

پ)  $۵^{۷۵} \times ۱۰^{۲۵}$

ت)  $(۱۰^{۱۵} \div ۲۰^{۵۰}) \times ۵^{۱۱}$

الف) «ب.م.م» ۲۰۰۰ و ۳۰۰۰ برابر ۱۰۰۰ است:

$$(۵^۲)^{۱۰۰۰} \times (۴^۳)^{۱۰۰۰} = ۲۵^{۱۰۰۰} \times ۶۴^{۱۰۰۰} = ۱۶۰۰^{۱۰۰۰}$$

$$(۲^۵)^{۱۱} \times (۶^۲)^{۱۱} = ۳۲^{۱۱} \times ۳۶^{۱۱} = ۱۱۵۲^{۱۱}$$

$$(۵^۳)^{۲۵} \times ۱۰^{۲۵} = ۱۲۵^{۲۵} \times ۱۰^{۲۵} = ۱۲۵۰^{۲۵}$$

$$(۱۰^۳)^{۵۰} \div ۲۰^{۵۰} = (۱۰۰۰ \div ۲۰)^{۵۰} = ۵۰^{۵۰}$$

ب) «ب.م.م» ۲۲ و ۵۵ برابر ۱۱ است:

پ) «ب.م.م» ۷۵ و ۲۵ برابر ۲۵ است:

ت) ابتدا حاصل عبارت داخل پرانتز را محاسبه می‌کنیم:

$$۵۰^{۵۰} \times ۵^{۱۱} = ۵۰۶^{۱۱}$$

پس حاصل عبارت برابر است با  $۵۰۶^{۱۱}$

## توان منفی

هر عدد به توان منفی برابر است با معکوس آن عدد به توان مثبت، مثلاً:

الف)  $۲^{-۱} = (\frac{1}{۲})^۱ = \frac{1}{۲}$

ب)  $(\frac{۳}{۴})^{-۲} = (\frac{۴}{۳})^۲ = \frac{۱۶}{۹}$

پ)  $۵^{-۳} = (\frac{1}{۵})^۳ = \frac{۱}{۱۲۵}$

ت)  $(-\frac{1}{۸})^{-۱} = (-۸)^۱ = -۸$

ث)  $-۲^{-۲} = -(\frac{1}{۲})^۲ = -\frac{1}{۴}$

ج)  $(-۲)^{-۲} = (\frac{1}{۲})^۲ = \frac{1}{۴}$

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $((\frac{1}{۴})^{-۱} - (\frac{1}{۲})^{-۱})^{-۱}$

ب)  $\frac{۲^{-۵} - ۴^{-۲}}{۱۰^{-۲}}$

پ)  $\frac{۱ - (-۲)^{-۲}}{-(-۲^{-۲})^۳}$

ت)  $(\frac{1}{۱۶})^{\frac{۳}{۴}} \times (۰/۲۵)^{-۵}$

ث)  $۰/۲^{-۵} / ۱^{-۱}$

$(۴-۲)^{-۱} = ۲^{-۱} = \frac{1}{۲}$

الف) ابتدا داخل پرانتز را محاسبه کرده سپس به توان -۱ می‌رسانیم:

ب)  $\frac{(\frac{1}{۲})^۵ - (\frac{1}{۴})^۲}{(\frac{1}{۱۰})^۲} = \frac{\frac{1}{۳۲} - \frac{1}{۱۶}}{\frac{1}{۱۰۰}} = \frac{-\frac{1}{۳۲}}{\frac{1}{۱۰۰}} = -\frac{۱۰۰}{۳۲} = -\frac{۲۵}{۸}$

پ)  $\frac{۱ - (-\frac{1}{۲})^۲}{-(-\frac{1}{۴})^۳} = \frac{۱ - \frac{1}{۴}}{\frac{1}{۶۴}} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{1}{۶۴}} = ۴۸$

ت)  $(۱۶)^{\frac{۳}{۴}} \times (\frac{1۰۰۰}{۲۵})^۵ = (۲^۴)^{\frac{۳}{۴}} \times ۴^۵ = ۲^۳ \times ۲^{۱۰} = ۲^{۱۳}$

ث)  $(-\frac{۲}{۱۰})^{-(\frac{1}{۱۰})^{-۱}} = -(\frac{۲}{۱۰})^{-۱۰} = -(\frac{۱}{۲})^{۱۰} = -۵^{۱۰}$

## مقایسهٔ اعداد توان‌دار

برای مقایسهٔ دو عدد توان‌دار، اگر امکان داشته باشد، پایه‌ها یا توان‌های اعداد را مساوی کرده سپس آن‌ها را مقایسه می‌کنیم.

عدد  $۱۶^۱$  بزرگ‌تر است یا  $۸^{۱۴}$ ؟

در دو عدد بالا می‌توانیم پایه‌ها را مساوی کنیم:

$$۱۶^۱ = (۲^۴)^۱ = ۲^۴ \quad , \quad ۸^{۱۴} = (۲^۳)^{۱۴} = ۲^{۴۲}$$

چون  $۲^{۴۲}$  از  $۲^۴$  بزرگ‌تر است، پس  $۸^{۱۴}$  از  $۱۶^۱$  بزرگ‌تر است.

عدد  $۲^۳$  بزرگ‌تر است یا  $۳^۲$ ؟

«ب.م.م»  $۳$  و  $۲$  برابر  $۱۰$  است، پس:

$$۲^۳ = (۲^۳)^۱ = ۸^۱ \quad , \quad ۳^۲ = (۳^۲)^۱ = ۹^۱$$

پس  $۳^۲$  از  $۲^۳$  بزرگ‌تر است.

عدد  $۱۷^{۱۴}$  بزرگ‌تر است یا  $۳^{۱۱}$ ؟

در مثال بالا، نه پایه‌ها و نه توان‌ها را می‌توانیم مساوی کنیم، بنابراین به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$۱۶^{۱۴} = (۲^۴)^{۱۴} = ۲^{۵۶} \quad , \quad ۳^{۲۱} = (۲^۵)^{۱۱} = ۲^{۵۵}$$

چون  $۱۶^{۱۴}$  از  $۳^{۲۱}$  بزرگ‌تر است، پس  $۱۷^{۱۴}$  حتماً از  $۳^{۱۱}$  بزرگ‌تر خواهد بود.

اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$-۰/۰۱^{-۳} \quad , \quad -۰/۰۲^{-۲} \quad , \quad -۰/۰۳^{-۱} \quad , \quad -۰/۰۱ \quad , \quad (-۰/۰۱)^{-۲} \quad , \quad (-۰/۰۲)^{-۳}$$

$$-۰/۰۱^{-۳} = -۱۰۰^۳ = -۱۰۰۰۰۰۰ \quad , \quad -۰/۰۲^{-۲} = -\left(\frac{۱۰۰}{۲}\right)^۲ = -۵۰^۲ = -۲۵۰۰$$

$$-۰/۰۳^{-۱} = -\left(\frac{۱۰۰}{۳}\right)^۱ = -\frac{۱۰۰}{۳} \quad , \quad -۰/۰۱ = -\frac{۱}{۱۰۰}$$

$$(-۰/۰۱)^{-۲} = (-۱۰۰)^۲ = ۱۰۰۰۰ \quad , \quad (-۰/۰۲)^{-۳} = \left(-\frac{۱۰۰}{۲}\right)^۳ = -۵۰^۳ = -۱۲۵۰۰۰$$

$$-۰/۰۱^{-۳} < (-۰/۰۲)^{-۳} < -۰/۰۲^{-۲} < -۰/۰۳^{-۱} < -۰/۰۱ < (-۰/۰۱)^{-۲}$$

پس داریم:

## تجزیهٔ اعداد توان‌دار

یکی از راه‌های ساده‌کردن اعداد توان‌دار، تجزیهٔ آن‌ها به شمارنده‌های اول است. در عبارات‌های کسری که بین جملات صورت و مخرج ضرب وجود دارد، اگر عددی را از صورت به مخرج یا از مخرج به صورت کسر جابه‌جا کنیم، علامت توان آن قرینه می‌شود.

عبارت مقابل را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

$$A = \frac{۱۲^{-۵} \times ۲^۳}{۳^۰^{-۴} \times ۵^۷}$$

برای آن که توان‌ها مثبت شود،  $۱۲^{-۵}$  را به مخرج کسر و  $۳^۰^{-۴}$  را به صورت کسر جابه‌جا کرده و علامت توان آن‌ها را قرینه

می‌کنیم:

$$A = \frac{۳^۰^۴ \times ۲^۳}{۱۲^۵ \times ۵^۷} \xrightarrow{\text{اعداد } ۱۲, ۳, ۲ \text{ را تجزیه می‌کنیم}} A = \frac{(۲ \times ۳ \times ۵)^۴ \times (۲^۲ \times ۵)^۳}{(۲^۲ \times ۳)^۵ \times ۵^۷} = \frac{۲^۴ \times ۳^۴ \times ۵^۴ \times ۲^۶ \times ۵^۳}{۲^۱۰ \times ۳^۵ \times ۵^۷} = \frac{۳^۴}{۳^۵} = \frac{۱}{۳}$$

عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

الف)  $75 \times 5^6 \times 3^7$

ب)  $\frac{2^{-48} \times 10^9}{(6/4)^{-8}}$

پ)  $\frac{4^{-3} \times 25^{-8}}{5^{-16} \times 2^6}$

ت)  $\frac{(0/9) \times (\frac{3}{5})^2 \times 10^4}{5^{-2} \times 0/1 \times 30^3}$

الف) اگر 75 را به شماره‌های اول تجزیه کنیم، به صورت  $3 \times 5^2$  در می‌آید، پس:

$$3 \times 5^2 \times 5^6 \times 3^7 = 5^8 \times 3^8 = 15^8$$

$$(6/4)^{-8} = (\frac{6^4}{10})^{-8} = (\frac{10}{6^4})^8 = 10^8 \times 6^{-32}$$

ب) ابتدا  $(6/4)^{-8}$  را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{2^{-48} \times 10^9}{10^8 \times 6^{-32}} = \frac{6^{32} \times 10}{2^{48}} = \frac{(2^6)^8 \times 10}{2^{48}} = \frac{2^{48} \times 10}{2^{48}} = 10$$

پس خواهیم داشت:

$$\frac{5^{16}}{4^3 \times 25^8 \times 2^6} = \frac{5^{16}}{2^6 \times 5^{16} \times 2^6} = \frac{1}{2^{12}} = 2^{-12}$$

پ) ابتدا اعداد را با توان مثبت نوشته، سپس تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{5^2 \times \frac{9}{10} \times \frac{3^2}{5^2} \times 10^4}{\frac{1}{10} \times 30^3} \xrightarrow[\text{نزدیک در نزدیک}]{\text{دور در دور}} \frac{5^2 \times 9 \times 3^2 \times 10^4 \times 10}{10 \times 5^2 \times 30^3} = \frac{3^{21} \times 3^2 \times 2^{41} \times 5^{41}}{2^{18} \times 3^3 \times 5^{41}} = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

### نصف، ثلث، ربع و خمس

برای پیدا کردن نصف یک عدد توان‌دار، کافی است آن عدد را بر 2 تقسیم کرده یا در  $\frac{1}{2}$  ضرب کنیم. به همین ترتیب برای پیدا کردن ثلث، آن را بر 3 تقسیم کرده یا در  $\frac{1}{3}$  ضرب می‌کنیم. به مثال زیر دقت کنید:

حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

پ) ربع  $16^{-10}$

ب) ثلث  $(\frac{1}{9})^8$

الف) نصف  $8^{10}$

ج) 27 برابر  $81^5$

ث) نصف  $10^{-1} / 25$

ت) خمس  $125^{n-1}$



الف)  $8^{10} \div 2 = (2^3)^{10} \div 2 = 2^{30} \div 2 = 2^{29}$  (الف)  $(\frac{1}{9})^8 \div 3 = 9^{-8} \div 3 = (3^2)^{-8} \div 3 = 3^{-16} \div 3 = 3^{-17}$  (ب)

پ)  $125^{n-1} \div 5 = (5^3)^{n-1} \div 5 = 5^{3n-3} \div 5 = 5^{3n-4}$  (ت)  $16^{-10} \div 4 = -(4^2)^{-10} \div 4 = -4^{-20} \div 4 = -4^{-21}$  (پ)

ث) داریم:  $10^{-1} / 25 = (\frac{10}{100})^{-1} = (\frac{100}{10})^1 = 10^1 = (2^2)^1 = 2^2$

$2^{20} \div 2 = 2^{19}$

پس کافی است نصف  $2^{20}$  را پیدا کنیم:

$27 \times 81^5 = 3^3 \times (3^4)^5 = 3^3 \times 3^{20} = 3^{23}$

ج)

نسبت ثلث  $9^{2n+1}$  به 27 برابر  $81^n$  چه عددی است؟

$9^{2n+1}$  ثلث  $9^{2n+1} \div 3 = (3^2)^{2n+1} \div 3 = 3^{4n+2} \div 3 = 3^{4n+1}$

$81^n$  برابر  $27 = 81^n \times 27 = (3^4)^n \times 3^3 = 3^{4n} \times 3^3 = 3^{4n+3}$

$\Rightarrow \frac{3^{4n+1}}{3^{4n+3}} = 3^{4n+1-4n-3} = 3^{-2} = \frac{1}{9}$



آموزش ریاضی تیزهوشان 8 ام

### عبارت‌های توان‌دار با متغیرهای جبری

قوانین مربوط به اعداد توان‌دار را می‌توانید برای متغیرها نیز به کار ببرید. چند مثال در ادامه آمده است:

عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف)  $\frac{(\frac{x}{y})^4 \times (\frac{1}{y})^{-4}}{(\frac{1}{x^3})^{-1} \times x^{-1}}$

ب)  $(\frac{a^3 \times a^2}{a^{-3}})^{-7}$

پ)  $\frac{(-ax^m)^3 \div (a^{-1})^3}{a^6(x^{-m})^3}$

ت)  $\frac{25^{n+1} \times 15}{5^{2n+3}}$

ث)  $(x^{-1}y^{-1}z)^{-2} \times \frac{1}{x^2} \times (\frac{1}{y})^{-1} \times (yz^{-1})^{-3}$

$\frac{x^4}{y^3} \times \frac{y^4}{x^{-1}} = \frac{x^4 \times x^1}{y^3} = x^5 y^{-3}$

الف) 

$\frac{(a^3 \times a^2)^{-7}}{a^{21}} = \frac{(a^{3 \times 2})^{-7}}{a^{21}} = \frac{a^{-42}}{a^{21}} = a^{-21}$

ب)

$\frac{-a^3 x^{3m} \div a^{-3}}{a^6 x^{-3m}} = \frac{-a^3 x^{3m} \times a^3 \times x^{3m}}{a^6 x^{-3m}} = -x^{6m}$

پ)

$\frac{(5^2)^{n+1} \times 15}{5^{2n} \times 5^3} = \frac{5^{2n+2} \times 5 \times 3}{5^{2n} \times 5^3} = \frac{5^{2n} \times 5^4 \times 3}{5^{2n} \times 5^3} = 5 \times 3 = 15$

ت)

$x^2 y^2 z^{-2} \times x^{-2} \times y \times y^{-3} z^3 = z$

ث)

### جمع‌های یکسان

اگر بخواهیم چند عدد توان‌دار دقیقاً یکسان را با هم جمع کنیم، می‌توانیم تعداد آن‌ها را بشماریم و عدد حاصل را در یکی از آن‌ها ضرب کنیم. گاهی این کار به ما کمک می‌کند که با تبدیل جمع به ضرب بعضی از عبارت‌ها را ساده کنیم.

عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $2^5 + 2^5$

الف)  $2 \times 2^5 = 2^6$

ب)  $3 \times 3^8 = 3^9$

پ)  $8^{20} + 8^{20} = 2 \times 8^{20} = 2 \times (2^3)^{20} = 2 \times 2^{60} = 2^{61}$

ب)  $3^8 + 3^8 + 3^8$

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

حاصل عبارت زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$2^{10} + 2^{10} + 2^{11} + 2^{12} + \dots + 2^{100} = ?$

$2^{10} + 2^{10} = 2 \times 2^{10} = 2^{11}$

$2^{11} + 2^{11} = 2 \times 2^{11} = 2^{12}$

$2^{12} + 2^{12} = 2 \times 2^{12} = 2^{13}$

:

$2 \times 2^{100} = 2^{101}$

حاصل دو عدد اول را می‌یابیم:

حاصل به دست آمده را با عدد سوم محاسبه می‌کنیم:

به همین ترتیب حاصل را با عدد چهارم محاسبه می‌کنیم:

اگر همین کار را ادامه دهیم، در نهایت حاصل کل عبارت برابر می‌شود با:





عبارت‌های زیر را ساده کنید.

پ)  $\frac{5^{x+2} + 5^{x+1} + 5^x}{5^x \times 31}$

ب)  $\frac{3^{-20} + 3^{10}}{3^{-8} + 3^{22}}$

الف)  $2^{100} - 2^{99}$

ت)  $\frac{1+2+2^2+2^3+\dots+2^{29}}{2^{29}+2^{28}+2^{27}+\dots+2^0}$

ث)  $\frac{2+2^2+2^{2^2}+2^{2^{2^2}}}{2^3+2^4+2^6+2^{18}}$

الف) از  $2^{99}$  فاکتور می‌گیریم:

$$2^{99}(2^1 - 1) = 2^{99} \times 1 = 2^{99}$$

ب) در صورت کسر، از  $3^{-20}$  و در مخرج کسر، از  $3^{-8}$  فاکتور می‌گیریم:

$$\frac{3^{-20} (1+3^{30})}{3^{-8} (1+3^{30})} = 3^{-20-(-8)} = 3^{-12}$$

پ) از  $5^x$  فاکتور می‌گیریم:

$$\frac{5^x (5^2 + 5^1 + 1)}{5^x \times 31} = \frac{31}{31} = 1$$

ت) در مخرج کسر، از  $2^{20}$  فاکتور می‌گیریم:

$$\frac{(1+2+2^2+2^3+\dots+2^{29})}{2^{20} (2^{29}+2^{28}+\dots+2+1)} = \frac{1}{2^{20}} = 2^{-20}$$

ث) صورت کسر را به صورت زیر می‌نویسیم و در مخرج کسر از  $2^2$  فاکتور می‌گیریم:

$$\frac{(2+2^2+2^4+2^6)}{2^2 (2+2^2+2^4+2^6)} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$$

### مجموع‌های متناهی و نامتناهی

به دست آوردن مجموع‌های داده‌شده در این قسمت را در سال‌های آینده به طور کامل فرا خواهید گرفت. در این بخش فقط به ذکر چند نمونه می‌پردازیم.

حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{100}$

ب)  $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}}$

پ)  $5 + 55 + 555 + \dots + 555\dots5$   
تا  $100$

ت)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$

ث)  $\frac{4}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \dots$

ج)  $0/1 + 0/0.2 + 0/0.03 + 0/0.004 + \dots$

الف) فرض کنیم:  $A = 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{100}$  پس داریم:

$$7A - A = (7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{100} + 7^{101}) - (7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{100}) = 7^{101} - 7$$

$$\Rightarrow 6A = 7^{101} - 7 \Rightarrow A = \frac{7^{101} - 7}{6}$$

ب) قرار می‌دهیم:

$$A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{50}}$$

۳A را محاسبه می‌کنیم:

$$3A = 3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{49}}$$

اکنون  $3A - A$  را به دست می‌آوریم:

$$3A - A = (3 + 1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^{49}}) - (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^{49}} + \frac{1}{3^{50}})$$

$$\Rightarrow 2A = 3 - \frac{1}{3^{50}} \Rightarrow A = \frac{1}{2} (3 - \frac{1}{3^{50}})$$

پ) قرار می دهیم:

$$A = 5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555\dots5}_{100 \text{ تا}}$$

$$A = 5(1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{100 \text{ تا}})$$

از 5 فاکتور می گیریم:

$$= \frac{5}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{100 \text{ تا}}) = \frac{5}{9}[(1 \cdot 10^1 - 1) + (1 \cdot 10^2 - 1) + (1 \cdot 10^3 - 1) + \dots + (1 \cdot 10^{100} - 1)]$$

$$= \frac{5}{9} \left[ \underbrace{(1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^2 + \dots + 1 \cdot 10^{100})}_{\frac{10^{101} - 10}{9}} - \underbrace{(1 + 1 + \dots + 1)}_{100} \right] = \frac{5(10^{101} - 910)}{81}$$

ت) فرض می کنیم:

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$$

$$2A = 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots$$

$$2A - A = (2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots) - (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots) = 2 \Rightarrow A = 2$$

ث) قرار می دهیم:

$$A = \frac{4}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \dots$$

$$5A = 4 + \frac{4}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \dots$$

$$5A - A = (4 + \frac{4}{5} + \frac{4}{5^2} + \dots) - (\frac{4}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{4}{5^3} + \dots) \Rightarrow 4A = 4 \Rightarrow A = 1$$

ج) ابتدا قرار می دهیم:

$$A = \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{4}{10000} + \dots$$

$$10A = 1 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{4}{1000} + \dots$$

$$10A - A = 1 + (\frac{2}{10} - \frac{1}{10}) + (\frac{3}{100} - \frac{2}{100}) + (\frac{4}{1000} - \frac{3}{1000}) + \dots \Rightarrow 9A = 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots$$

اکنون طرفین تساوی را دوباره در 10 ضرب می کنیم:

$$90A = 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots$$

$$90A - 9A = 10 \Rightarrow 81A = 10 \Rightarrow A = \frac{10}{81}$$

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

عبارت های شرطی

در این گونه عبارت ها، معمولاً برای دست یافتن به پاسخ مسئله در جای مناسب از فرض داده شده در حل آن استفاده می کنیم.

اگر  $5^x = 10$  باشد، حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف)  $5^{x+2}$

ب)  $5^{x-1}$

پ)  $125^x$

الف)  $5^{x+2} = 5^x \times 5^2 = 10 \times 25 = 250$

ب)  $5^{x-1} = 5^x \div 5^1 = 10 \div 5 = 2$

پ)  $125^x = (5^3)^x = (5^x)^3 = 10^3 = 1000$

اگر  $2^x = 3$  باشد، حاصل  $125^{1-x}$  را به دست آورید.

$$125^{1-x} = \left(\frac{125}{1000}\right)^{1-x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} = 8^{x-1} = (2^3)^{x-1} = 2^{3x-3} = 2^{3x} \times 2^{-3} = \underbrace{(2^x)^3}_3 \times \frac{1}{8} = 3^3 \times \frac{1}{8} = \frac{27}{8}$$

اگر  $2^a = 5$ ،  $3^b = 3$  و  $3^c = 8$  باشد، حاصل  $M = 2abc + 1$  را به دست آورید.

$$2^a = 5 \xrightarrow{\text{طرفین را به توان } b \text{ می‌رسانیم}} (2^a)^b = 5^b \xrightarrow{\text{به جای } 5^b \text{ می‌گذاریم}} 2^{ab} = 3 \xrightarrow{\text{طرفین را به توان } c \text{ می‌رسانیم}} (2^{ab})^c = 3^c$$

$$\xrightarrow{\text{به جای } 3^c \text{ قرار می‌دهیم}} 2^{abc} = 8 = 2^3 \Rightarrow abc = 3$$

$$M = 2(3) + 1 = 7$$

پس خواهیم داشت:

اگر  $x = 27^9$  باشد،  $9^{108}$  چند است؟

$$27^9 = x \Rightarrow (3^3)^9 = x \Rightarrow 3^{27} = x \quad (1)$$

$$9^{108} = (3^2)^{108} = 3^{216} = (3^{27})^8 \xrightarrow{(1)} x^8$$

داریم:

بنابراین:

اگر  $3^x = 4$  و  $2^x = 1$  باشد، حاصل  $((y-3^x)^x - 2)^x$  را بیابید.

$$\left(\underbrace{(y-4)}_3^x - 2\right)^x = (3^x - 2)^x = (4 - 2)^x = 2^x = 1$$

### معادلات توانی

در معادله‌های توانی، معمولاً دو طرف معادله را تا جایی ساده می‌کنند که پایه‌ها در دو طرف تساوی یکی شود و آن‌گاه توان‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم.

$$8^{2x-4} \times 4 = 16^{x+3}$$

معادله توانی مقابل را حل کنید.

ابتدا در هر دو طرف تساوی، پایه‌ها را به کمک تجزیه به ۲ تبدیل می‌کنیم.

$$(2^3)^{2x-4} \times 2^2 = (2^4)^{x+3} \Rightarrow 2^{6x-12} \times 2^2 = 2^{4x+12} \Rightarrow 2^{6x-10} = 2^{4x+12}$$

$$\Rightarrow 6x - 10 = 4x + 12 \Rightarrow 2x = 22 \Rightarrow x = 11$$

$$3^{x+1} + 3^x = 108$$

معادله توانی مقابل را حل کنید.

معمولاً زمانی که بین جمله‌های یک معادله توانی جمع و تفریق باشد، می‌توانیم از فاکتورگیری برای حل آن استفاده کنیم.

$$3^x(3+1) = 108 \Rightarrow 3^x = \frac{108}{4} = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$$

معادله‌های توانی زیر را حل کنید.

الف)  $7^{2x+6} = 1$

ب)  $6^{3x-2} + 3 = 216^{\frac{x-2}{3}} + 3x$

پ)  $2^{3x-2} \times 5 / 25^{x-3} = 4^{2x+1} \times \frac{1}{2^{2x}}$       ت)  $\frac{4^{x+1} - 4^x}{2} = 24$

$$2x + 6 = 0 \Rightarrow x = -3$$

الف) چون هر عدد به توان صفر برابر یک است، پس:

$$6^{3x-2} + 3 = (6^3)^{\frac{x-2}{3}} + 3x \Rightarrow \cancel{6^{3x-2}} + 3 = \cancel{6^{3x-2}} + 3x \Rightarrow 3 = 3x \Rightarrow x = 1$$

ب)

$$2^{3x-2} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} = (2^2)^{2x+1} \times 2^{-2x}$$

پ)

$$\Rightarrow 2^{3x-2} \times 2^{-2x+6} = 2^{4x+2} \times 2^{-2x}$$

به جای  $\frac{1}{5}$ ، قرار می‌دهیم  $2^{-2}$ :

$$\Rightarrow 2^{x+4} = 2^{2x+2} \Rightarrow x+4 = 2x+2 \Rightarrow x = 2$$

$$4^{x+1} - 4^x = 2 \times 24 \Rightarrow 4^x(4-1) = 48 \Rightarrow 4^x = \frac{48}{3} = 16 \Rightarrow 2^{2x} = 2^4 \Rightarrow x = 2$$

ت)

## پرسش‌های تشریحی



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $(\frac{3}{4})^{10} \times 7^{12} \times (\frac{28}{3})^{10}$

ب)  $-2^{20} \times 2^{20} \times -(-2)^{20}$

پ)  $[45^{10} \div 5^3 \times 15^3] \div 3^{23}$

ت)  $\frac{(-4)^5 \div (\frac{4}{3})^5}{(-3)^3 \times (-3)^2}$

ث)  $-5^{2^2}$

ج)  $(-25^2)^3$

چ)  $(-\frac{1}{3})^{-2^2}^{-5^2}$

ح)  $\frac{7^{15} \times 49^6}{343^3}$

خ)  $\frac{9^4 \times 3^8 \times 81^6}{27^2 \times 243^5}$

د)  $(20^6 \div 4^{10}) \div 8^5$

ذ)  $(27^3)^9 \div 9^{23}$

ر)  $2^{84} \times 5^{21}$

ز)  $26^{00} \times 3^{200} \times 4^{300}$

س)  $\frac{6^{333} \times 2^{222}}{864111}$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $(-3)^{-3}$

ب)  $-4^{-2}$

پ)  $(2^{-2} - 3^{-1})^{-2}$

ت)  $0/3^{-1} - \frac{1-0/4^{-1}}{-(-0/2)^{-1}}$

ث)  $0/25^{-0/25} + 0/16^{-0/5}$

ج)  $3^{-1} - 2^{-1}(4^{-1} - (-5^{-1})^{-1})^{-1}$

چ)  $\frac{3^{-2} \times 9^2 \times 6^{-2} - 2^3 \times 4^{-2} \times 6}{3^2 \times 6^{-2} - 2^{-1} \times 6}$

مای دارس  
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۳- اگر  $x=1$  باشد، مقدار A را به دست آورید.

$A = 5^{2x} \cdot 5^{(2x)} \cdot 5^{(2x)}$

۴- عدد  $27^{11}$  بزرگ‌تر است یا  $9^{16}$ ؟

۵- اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

الف)  $(-0/1)^3, (0/01)^2, -0/3^3, -0/03^2$

ب)  $2^{360}, 3^{240}, 7^{120}$

پ)  $16^{20!}, 8^{21!}, 4^{22!}, 2^{23!}$

ت)  $2^{3^{2^3}}, (2^{2^3})^{2^3}, ((2^2)^3)^{2^3}, 2^{3^4}, (((2^3)^2)^4)^3$



آموزش ریاضی تیزهوشان ۸ آ.م

۶- عدد  $۲۴۲^۱$  بزرگتر است یا  $۸۳^۴$ ؟

۷- حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن و به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $۹^{۴۲} \times ۸^{۸۴} \times ۶^{۱۲} \times ۱۶^۶$

ب)  $\frac{۴۵^{۱۰} \times ۱۸^{-۵}}{۵^{۱۰} \times ۴^{-۴}}$

پ)  $\frac{(\frac{1}{9})^{-۵} \times ۳^{-۱} \times (۰/۵)^{-۵}}{۸۱ \times ۲۰^{۱۰}}$

ت)  $\frac{۲^۴ \times ۰/۳^۲ \times ۱۰^۵}{(\frac{۳}{۵})^{-۳} \times (1 - \frac{1}{۲})^۲} \times ۳^{-۵}$

ث)  $\frac{۱۵^۹ \times ۱۰۰^۸}{۲۷^۳ \times ۱۲۵^{۱۰} \times ۱۶^۴}$

۸- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $۶۴^{n-1}$  ربع

ب)  $۳۲^{۱۲}$  نصف

ج)  $۱۲۵^{۱۵}$  خمس

د)  $۲۷^۵$  ثلث

ه)  $۸^۸$  نصف ربع

۹- عبارت‌های زیر را تا حد امکان ساده کنید.

الف)  $\frac{(\frac{x}{y})^{-۳} \div (x^{-۳}y^۲)^{-۱}}{(\frac{1}{y^۲})^{-۱} \times (\frac{x^{-۱}}{y})^{-۳}}$

ب)  $[a(a^{\frac{-1}{b}})^{\frac{1}{b}}]^{1-b^۲}$

پ)  $[\frac{۳^۴a^{-۳}}{(۳^۲-a)} \times (\frac{1}{۹^{\frac{۲}{-۱}}})] \div ۹^{۲-۲a}$

ت)  $((x^{-۳}y)^{-۱})^{-۲} (-x^۲y)^{-۱} (xy^{-۱})^{-۳}$

۱۰- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورده، در صورت امکان به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

الف)  $\frac{۴^{۱۸} - ۴^{۱۷}}{۴^{۱۷} - ۴^{۱۶}}$

ب)  $(۲ \times ۷^{۱۰} - ۷^{۱۱} + ۱۹ \times ۷^۹) \times ۲^{-۴}$

پ)  $۲^{۲۲} - ۲^{۲۱} - ۲^{۲۰}$

ت)  $\frac{۳^{-۱۰۰} - ۳^{-۲}}{(1 - ۳^{۴۹})(1 + ۳^{۴۹})}$

ث)  $\frac{۴^{۷۱} + ۴}{۲^{۱۴۰} + ۱}$

ج)  $\frac{۹^{۱۰} - ۹^۹ - ۹^۸}{۳^{۱۴}}$

چ)  $\frac{-۵^{-۹۵} - ۵^{-۹۵} - ۵^{-۹۵} - ۵^{-۹۵} - ۵^{-۹۵}}{-۵^{-۹۴}}$

ح)  $۲ + ۲^۲ + ۲^۳ + ۲^۴ + \dots + ۲^{۵۰}$

خ)  $۱ + (۲^{۲۰} + ۲^{۱۹} + ۲^{۱۸} + \dots + ۲^۲ + ۲ + ۱)$

د)  $\frac{۴^۷ + ۴^۷ + ۴^۷ - ۳^۷ - ۳^۷ - ۳^۷ - ۳^۷}{۱۰۱۰۱}$

ذ)  $۲^{-۱} + ۲^{-۲} + ۲^{-۳} + \dots + ۲^{-۱۰}$

ر)  $\frac{1}{۶} + \frac{1}{۳۶} + \frac{1}{۲۱۶} + \dots + \frac{1}{۶^۵}$

ز)  $۳ + ۳۳ + ۳۳۳ + \dots + \underbrace{۳۳۳ \dots ۳}_{۳۶}$

۱۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{1}{۳} + \frac{1}{۹} + \frac{1}{۲۷} + \dots$

ب)  $۷ + \frac{۷}{۲} + \frac{۷}{۴} + \frac{۷}{۱۶} + \dots$

پ)  $\frac{1}{۲^۲} \times \frac{1}{۴^۴} \times \frac{1}{۸^۸} \times \frac{1}{۱۶^۱۶} \times \dots$



پاسخ نامه پرسش های تشریحی

- ۱- الف)  $7^{22}$       ب)  $2^{60}$       پ)  $5^{10}$       ت) ۱
- ث)  $-5^4$       ج)  $-275$       چ)  $-3^{-100}$       ح)  $7^{18}$
- خ)  $3^9$       د)  $\frac{5^6}{2^{23}}$       ذ)  $3^{65}$       ر)  $80^{21}$
- ز)  $192^{200}$       س) ۱      پ)  $144$       ت)  $\frac{109}{30}$
- ۲- الف)  $-\frac{1}{27}$       ب)  $-\frac{1}{16}$       ج)  $1$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

ث)  $\sqrt{2} + \frac{5}{2}$  توجه داشته باشید که در محاسبه  $5^{-0/25} = 0/25$  به  $(\frac{100}{25})^{\frac{1}{4}}$  می رسید که به صورت  $2^{\frac{1}{4}} = (2^2)^{\frac{1}{4}}$  در خواهد آمد.

ج)  $\frac{5}{21}$       ج) ۱

۳-  $25$  توجه داشته باشید که در محاسبه مقدار  $A$  به  $A = 5^{2 \times x}$  می رسید، واضح است  $x$  هر مقداری باشد، حاصل  $1^x$  برابر یک خواهد بود.

۴-  $27^{11}$ ، زیرا:

$27^{11} = 3^{33} > 3^{32} = 9^{16}$

آموزش ریاضی تیزهوشان ۸ ام

۵-

الف)  $(\frac{0}{0.1})^2 < -\frac{0}{0.3^2} < (-\frac{0}{1})^3 < -\frac{0}{3^3}$

ب)  $۲^{۲۰} < ۲^{۳۶} < ۲^{۲۴}$

پ)  $۱۶^{۲۰}! < ۸^{۲۱}! < ۴^{۲۲}! < ۲^{۲۳}!$

ت)  $\underbrace{۲^{۳^{۲^۲}}}_{۲^۹} < \underbrace{((۲^۲)^۳)^{۲^۳}}_{۲^{۴۸}} < \underbrace{(۲^{۲^۳})^{۲^۳}}_{۲^{۶۴}} < \underbrace{(((۲^۳)^۲)^۴)^۳}_{۲^{۷۲}} < \underbrace{۲^{۳^۴}}_{۲^{۸۱}}$

۶- چون  $۳۵۵ = ۲۴۳۱$  از  $۳۵۶ = ۸۱^۴$  کوچک تر است، پس حتماً  $۲۴۳۱$  از  $۸۳۱۴$  کوچک تر خواهد بود.

۷- الف)  $۲۴۹۶$  ب)  $۹^۵ \times ۲^۳$  پ)  $(\frac{۳}{۲۰۰})^۵$  ت)  $۲^۹$  ث)  $۵^{-۵}$

۸- الف)  $۳۱۴$  ب)  $۵^{۴۴}$  پ)  $۲^{۵۹}$  ت)  $۴^{۳n-۴}$  ث)  $۲^{۲۱}$

۹- الف)  $x^{-۹}$  ب)  $\frac{1}{a}$  پ)  $۳^{۶a-۳}$  ت)  $-x^{-۱}y^۴$

۱۰- الف)  $۴$  ب)  $-۷^۹$  پ)  $۲^{۲۰}$  ت)  $۳^{-۱۰۰}$  ج)  $۴$  د)  $۶۳۹$  چ)  $۱$

۲-۲<sup>۵۱</sup> (عبارت موردنظر را A فرض کنید، حاصل A - 2A را محاسبه کنید.)

د)  $\frac{۳ \times ۴^۷ - ۴ \times ۳^۷}{۱۰۱۰۱} = \frac{\cancel{۳} \times ۴(۴^۶ - ۳^۶)}{\cancel{۳} \times ۷ \times ۱۳ \times ۳۷} = \frac{۴(۴^۳ - ۳^۳)(۴^۳ + ۳^۳)}{۷ \times ۱۳ \times ۳۷} = \frac{۴ \times \cancel{۳} \times ۹}{\cancel{۳} \times ۱۳ \times ۳۷} = ۴$

ذ)  $۱ - ۲^{-۱۰}$  (عبارت موردنظر را A بگیرید، سپس حاصل A - 2A را به دست آورید.)

ر)  $(1 - \frac{1}{۵})(1 - \frac{1}{۶})$  (عبارت موردنظر را A فرض کنید و از A - 6A استفاده کنید.)

ز)  $\frac{۱۰۶۱ - ۱۰ - ۲۰}{۲۷}$

۱۱- الف)  $\frac{1}{۲}$  ب)  $۱۴$

پ) ۴ فرض کنید  $A = ۲^۲ \times ۲^۴ \times ۲^۸ \times \dots$ ، کافی است حاصل  $B = \frac{1}{۲} + \frac{۲}{۲^۲} + \frac{۳}{۲^۳} + \dots$  را به دست آورید که از رابطه  $B - \frac{B}{۲}$  که

برابر یک می شود، حاصل کل عبارت برابر خواهد بود با  $۰.۲$ .

۱۲- توجه داشته باشید که حاصل  $۵ + ۵^۲ + ۵^۳ + \dots + ۵^{۱۰۴}$  با  $(\frac{۵^{۱۰۵} - ۵}{۴})$  برابر می شود.

۱۳- الف)  $x = -\frac{۱۶}{۵}$  ب)  $x = \frac{1}{۸}$  پ)  $x = -۳$  ت)  $x = ۲$

۱۴  $A = \{ \underbrace{۴^۵ + ۴^۵}_{۴^۶}, \underbrace{۴^۶ + ۴^۶}_{۴^۷}, \underbrace{۴^۷ + ۴^۷}_{۴^۸}, \underbrace{۴^۸ + ۴^۸}_{۴^۹} \}$

همان طور که واضح است در مجموعه A اعداد مقابل مربع کامل هستند:  $۴^۵ = ۲^{۱۰}, ۴^۶ = ۲^{۱۲}, ۴^۷ = ۲^{۱۴}, ۴^۸ = ۲^{۱۶}, ۴^۹ = ۲^{۱۸}$

پس ۵ عدد مربع کامل هستند.