

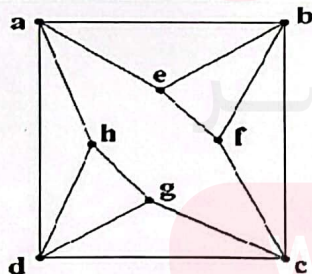
سوال امتحان راه نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد سوال: ۱۸	تعداد صفحه: ۲
نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران

معاونت آموزش متوسطه استان مازندران

<http://motvasete-mazand.medu.ir>

ردیف	سوال	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>n</math> برابر حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی باشد آنگاه <math>n + 1</math> مربع کامل است.</p> <p>ب) اگر <math>n &gt; 1</math> عددی طبیعی باشد آنگاه <math>2^n - 1</math> عددی اول است.</p> <p>ج) عدد احاطه گری کامل ۵ راسی برابر ۵ است.</p> <p>د) ۷ نفر به ۲۱۰ طریق می‌توانند در دو اتاق ۲ نفره و یک اتاق ۳ نفره قرار بگیرند.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) در یک گراف از مرتبه ۸ اگر درجه راسی برابر ۵ باشد آنگاه درجه این راس در گراف مکمل ..... است.</p> <p>ب) با اضافه کردن ..... یال به گراف ۴-منتظم مرتبه ۸، گراف کامل می‌شود.</p> <p>ج) برای این که حداقل ۳ عدد طبیعی بر ۵ باقی مانده یکسانی داشته باشند باید حداقل ..... عدد طبیعی متفاوت داشته باشیم.</p> <p>د) با ارقام ۲ و ۲ و ۵ و ۵ و ۵ می‌توان ..... عدد ۵ رقمی نوشت.</p>	۱
۳	<p>در سوالات چهار گزینه‌ای زیر گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>الف) هرگاه سال نو با روز سه شنبه آغاز شود در این سال ۲۲ بهمن چه روزی است؟</p> <p>۱) شنبه                      ۲) یکشنبه                      ۳) دوشنبه                      ۴) پنجشنبه</p> <p>ب) با رقم های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت که رقم ۴ حداقل یک بار به کار رفته باشد؟</p> <p>۱) ۳۲۰                      ۲) ۳۴۵                      ۳) ۳۰۰                      ۴) ۳۶۹</p>	۱
۴	فرض کنید $a$ و $b$ عددهایی حقیقی باشند ثابت کنید: $2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$	۰/۷۵
۵	اگر $p$ عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$ ثابت کنید: $(p \mid a)$	۰/۷۵
۶	رقم یکان عدد $(3^{22} \times 5) + (7^{15} \times 9)$ را بدست آورید.	۱
۷	به ازای چند مقدار $a$ عدد چهاررقمی $\overline{335a}$ بر ۴ بخش پذیر است؟	۱
۸	<p>گراف مقابل را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) مرتبه، اندازه گراف را مشخص کنید.</p> <p>ب) راس <math>f</math> با کدام رئوس مجاور است.</p> <p>ج) <math>N_G(a)</math> و <math>N_G[c]</math> را بنویسید.</p> <p>چ) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید.</p> <p>ح) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید.</p> <p>خ) عدد احاطه گری این گراف را بیابید.</p>	۲/۵





۱	معادله همنهشتی $3a - 36 \equiv 9a \pmod{9}$ را حل کنید.	۹																
۱/۵	گراف $G_9$ را ترسیم کرده و عدد احاطه گری و یک $\gamma$ -مجموعه بنویسید.	۱۰																
۱	آیا می‌توان هر مجموعه احاطه‌گر دلخواه غیر مینیمال را با حذف برخی از رئوسش به یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال تبدیل کرد؟ استدلال کنید.	۱۱																
۱	به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید. الف) یک گراف ۹ رأسی که $\gamma$ -مجموعه آن به اندازه یک باشد رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که $\gamma$ -مجموعه آن به اندازه دو باشد رسم کنید.	۱۲																
۱/۲۵	معادله $x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 11$ با شرط $(x_i \geq 1 : i = 1, 2, 3, 4)$ چند جواب دارد؟	۱۳																
۰/۷۵	چهار گروه نوازنده موسیقی‌های سنتی قرار است در چهار روز متوالی (شنبه تا چهارشنبه) در چهار شهر مختلف برنامه اجرا کنند. یک برنامه زمانی ارائه کنید به طوری که هر گروه در هر مکان و در هر روز دقیقاً یک بار برنامه اجرا کنند.	۱۴																
۰/۱۵	شکل زیر را با پر کردن خانه‌های خالی به مربع لاتین تبدیل کنید.	۱۵																
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>۱</td> <td>۲</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>۳</td> </tr> </table>	۱	۲			۲											۳	
۱	۲																	
۲																		
			۳															
۱/۵	چند عضو از مجموعه $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 4200\}$ نه بر ۷ بخش پذیر است و نه بر ۳.	۱۶																
۱	به چند طریق می‌توان ۴ خودکار متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آنکه هیچ کس بیشتر از یک خودکار نداشته باشد؟ (به هر نفر حداکثر یک خودکار داده باشیم)	۱۷																
۱/۵	۵ نقطه داخل مربعی به ضلع ۴ سانتی قرار دارند، با استفاده از اصل لانه کبوتری ثابت کنید حداقل فاصله‌ی ۲ نقطه از این ۵ نقطه کمتر از $2\sqrt{2}$ است.	۱۸																
۲۰	موفق و سربلند باشید. جمع نمره																	

# مای درسی

## گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

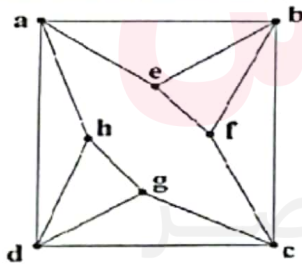
باسمه تعالی

تعداد صفحات: ۲	تعداد سوال: ۱۸	رشته: ریاضی و فیزیک	سوال امتحان راه نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۸	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:

معاونت آموزش متوسطه استان مازندران  
http://motvasete-mazand.medu.ir

آزمون هماهنگ راه نهایی دانش آموزان پایه دوازدهم مدارس دولتی و غیردولتی استان مازندران

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد.	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>n</math> برابر حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی باشد آنگاه <math>n + 1</math> مربع کامل است.</p> <p>ب) اگر <math>n &gt; 1</math> عددی طبیعی باشد آنگاه <math>2^n - 1</math> عددی اول است.</p> <p>ج) عدد احاطه گری کامل ۵ رأسی برابر ۵ است.</p> <p>د) ۲ نفر به ۲۱۰ طریق می‌توانند در دو اتاق ۲ نفره و یک اتاق ۳ نفره قرار بگیرند.</p>	<p>د <input checked="" type="checkbox"/> ن <input type="checkbox"/></p> <p>د <input type="checkbox"/> ن <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>د <input checked="" type="checkbox"/> ن <input type="checkbox"/></p> <p>د <input type="checkbox"/> ن <input checked="" type="checkbox"/></p>
۲	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) در یک گراف از مرتبه ۸ اگر درجه راسی برابر ۵ باشد آن گاه درجه این راس در گراف مکمل <math>\dots</math> است.</p> <p>ب) با اضافه کردن <math>\dots</math> یال به گراف ۴-منتظم مرتبه ۸، گراف کامل می‌شود.</p> <p>ج) برای این که حداقل ۳ عدد طبیعی بر ۵ باقی‌مانده یکسانی داشته باشند باید حداقل <math>\dots</math> عدد طبیعی متفاوت داشته باشیم.</p> <p>د) با ارقام ۲ و ۲ و ۵ و ۵ و ۵ می‌توان <math>\dots</math> عدد ۵ رقمی نوشت.</p>	
۳	<p>در سوالات چهار گزینه‌ای زیر گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>الف) هرگاه سال نو با روز سه شنبه آغاز شود در این سال ۲۲ بهمن چه روزی است؟</p> <p>۱) شنبه      ۲) یکشنبه      ۳) دوشنبه      ۴) پنجشنبه</p> <p>ب) با رقم‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد چهار رقمی می‌توان نوشت که رقم ۴ حداقل یک بار به کار رفته باشد؟</p> <p>۱) ۳۲۰      ۲) ۳۴۵      ۳) ۳۰۰      ۴) ۳۶۹</p>	
۴	فرض کنید $a$ و $b$ عددهایی حقیقی باشند ثابت کنید: $2(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$	۰/۷۵
۵	اگر $p$ عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و $p \nmid a$ ثابت کنید: $(p \mid a)$	۰/۷۵
۶	رقم یکان عدد $(3^{12} \times 5) + (7^{15} \times 9)$ را بدست آورید.	۱
۷	به ازای چند مقدار $a$ عدد چهاررقمی $\overline{335a}$ بر ۴ بخش پذیر است؟	۱
۸	<p>گراف مقابل را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) مرتبه، اندازه گراف را مشخص کنید.</p> <p>ب) رأس <math>f</math> با کدام رئوس مجاور است. <math>c, b, e</math></p> <p>ج) <math>N_G(a)</math> و <math>N_G(c)</math> را بنویسید.</p> <p>د) یک مجموعه احاطه گر ۴ عضوی بنویسید.</p> <p>ه) یک مجموعه احاطه گر مینیمال بنویسید.</p> <p>و) عدد احاطه گری این گراف را بیابید.</p>	۲/۵



$p=8 \quad q=14$

$N_G(a) = \{b, e, h, d\}$

$N_G(c) = \{c, d, f, b\}$

$\{c, h, f, g\}$

$\{a, c\}$  صفحه

$\lfloor \frac{n}{n+1} \rfloor \leq 8$

$\lfloor \frac{8}{4+1} \rfloor \leq 8$

$2 \leq 8$   
 $(8-c)$



$$r(a^r + b^r) > (a+b)^r$$

$$r a^r + r b^r > a^r + b^r + r a b$$

$$a^r + b^r > r a b \rightarrow a^r + b^r - r a b > 0 \rightarrow (a-b)^r > 0$$

$P \mid a$

$P \nmid a$

$$\rightarrow (P, a) = 1$$

فرض کنیم  $(P, a) = d$

$$(P, a) = d \rightarrow \begin{cases} d \mid P \xrightarrow{d \mid P} d=1 \text{ یا } d=P \\ d \mid a \end{cases}$$

اگر  $d=P$   $\rightarrow P \mid P$   $\rightarrow$  فرض تناقض دارد.

$d=1 \rightarrow (P, a) = 1$

$$(\binom{10}{7} \times 9) + (\binom{22}{3} \times 5) \stackrel{?}{=} \binom{10}{2} \times 5 + \binom{10}{7} \times 9 \quad (4)$$

چون  $\binom{22}{3} = \binom{22}{19}$

$$\binom{22}{3} \times 5 = \binom{22}{19} \times 5$$

$$\binom{10}{7} \times 9 = \binom{10}{3} \times 9$$

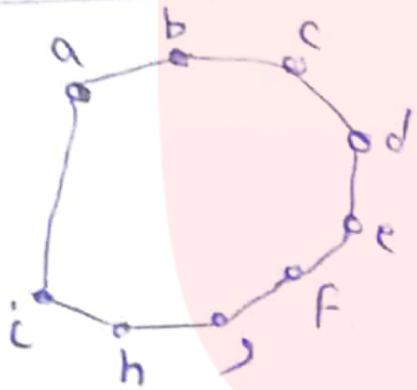
$$\binom{22}{3} \times 5 = \frac{22 \times 21 \times 20}{3 \times 2 \times 1} = 1540$$

$$\binom{10}{7} \times 9 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

$$\binom{10}{2} \times 5 + \binom{10}{7} \times 9 = 45 + 120 = 165$$

$$9a \equiv 14 - 2a \xrightarrow{+2a} 11a \equiv 14 \xrightarrow{(11, 2) = 1} \frac{11a}{11} \equiv \frac{14}{11} \quad (9)$$

$$a \equiv 12 \rightarrow \boxed{a = 8k + 12}$$



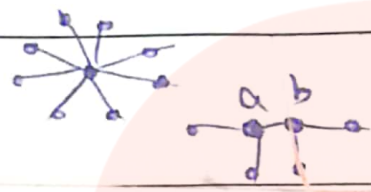
$$\begin{bmatrix} n \\ k+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ k+1 \end{bmatrix} = 12$$

$$\gamma = \{a, d, g\}$$

(11)  $A = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  یک مجموعه اجزاء باشد،  $v_i$ ،  $v_j$ ،  $v_k$ ،  $v_l$ ،  $v_m$ ،  $v_n$  اجزای آن باشند.  
 آن،  $v_i$ ،  $v_j$ ،  $v_k$ ،  $v_l$ ،  $v_m$ ،  $v_n$  اجزای آن باشند. در هر دو مجموعه  $v_i$ ،  $v_j$ ،  $v_k$ ،  $v_l$ ،  $v_m$ ،  $v_n$  اجزای آن باشند.  
 به این معنی که هر دو مجموعه  $v_i$ ،  $v_j$ ،  $v_k$ ،  $v_l$ ،  $v_m$ ،  $v_n$  اجزای آن باشند.

به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید.

الف) یک گراف ۹ راسی که ۷- مجموعه آن به اندازه یک باشد رسم کنید.  
 ب) یک گراف ۶ راسی که ۷- مجموعه آن به اندازه دو باشد رسم کنید.



حالت اول:  $n_r = 1 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 11 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 8$

$$\binom{8-1}{3-1} = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6 \times 5}{2! \times 1!} = 21$$

(۱۳)

$$\binom{8-1}{3-1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{2! \times 1!} = 21$$

حالت دوم:  $n_r = 2 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 11 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 9$

$$\binom{9-1}{3-1} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7 \times 6}{2! \times 1!} = 28$$

حالت سوم:  $n_r = 3 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 11 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 10$

جواب =  $21 + 28 = 49$  تعداد کل جوابها