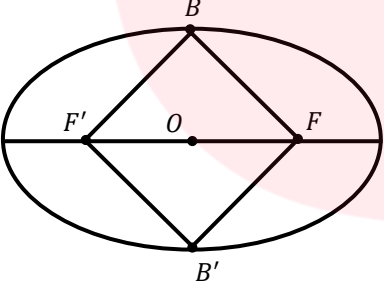
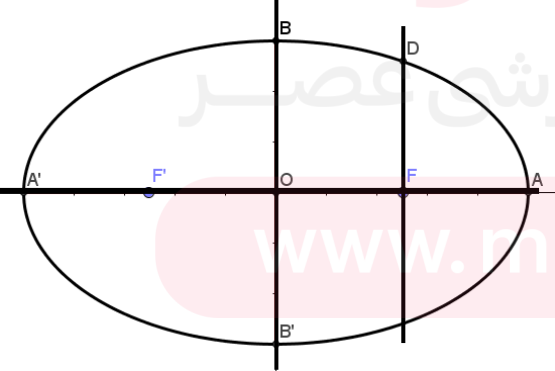


سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	تعداد صفحه : ۳	

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) ماتریس A یک ماتریس 3×3 است که $A = 2$. در این صورت $\left \frac{1}{2}A \right$ کدام گزینه است؟</p> <p>(۱) ۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{8}$</p> <p>ب) اگر معادله حاصل از برخورد خط و دایره را تشکیل دهیم، شرط آنکه خط بر دایره مماس شود این است که:</p> <p>(۱) $\Delta > 0$ (۲) $\Delta < 0$ (۳) $\Delta = 0$ (۴) $\Delta \geq 0$</p> <p>ج) نقاط $A(-2, 2, 2)$، $B(3, 0, 5)$ و $C(1, 2, -3)$ سه رأس مثلث ABC هستند. طول میانه AM کدام است؟</p> <p>(۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $3\sqrt{3}$</p> <p>د) مساحت ناحیه بین نمودار رابطه های $x^2 + y^2 \leq 16$ و $x^2 + y^2 - 4x \geq 0$ کدام است؟</p> <p>(۱) 8π (۲) 12π (۳) 10π (۴) 15π</p>	۱
۲	<p>درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) جمع ماتریس ها دارای خاصیت شرکت پذیری است.</p> <p>ب) دستگاه معادلات $\begin{cases} -2x + 3y = 2 \\ 4x - 6y = -4 \end{cases}$ دارای جواب منحصر به فرد است.</p> <p>ج) بردارهای \vec{a} و $2\vec{a}$ همواره هم جهت هستند.</p> <p>د) همه نقاطی که مختصات آنها در رابطه $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ صدق می کند، محور Z ها را مشخص می کنند.</p>	۱
۳	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف) شرط لازم و کافی برای اینکه A^{-1} وجود داشته باشد آن است که باشد.</p> <p>ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $A \times B$ ماتریس قطری باشد، مقدار a برابر است با</p> <p>ج) هرگاه در یک سطح مخروطی صفحه p به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور L نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی است.</p> <p>د) حجم مکعب حاصل از برخورد صفحات به معادلات $x = 1$، $x = 3$، $y = 1$، $y = 4$، $z = -2$ و $z = 2$ برابر است با</p>	۱

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	تعداد صفحه : ۳	

۱/۲۵	اگر $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = y + x \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ ، مقدار y را به دست آورید.	۴
۱/۵	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد. سپس جواب دستگاه را با استفاده از A^{-1} بیابید.	۵
۱/۵	دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست، در صفحه مفروض اند. نقطه ای بایید که از A و B به یک فاصله باشد و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد. (در وجود جواب بحث کنید.)	۶
۰/۵ ۱	الف (حدود m را طوری به دست آورید که معادله $x^2 + y^2 - 3x + 5y + m = 0$ معادله یک دایره باشد. ب (وضعیت دو دایره $C : x^2 + y^2 = 1$ و $C' : x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ نسبت به هم چگونه است؟	۷
۱	اگر در بیضی مقابل $BF'B'F$ مربع باشد، خروج از مرکز بیضی را بیابید. (F و F' کانون ها و B و B' دو سر قطر کوچک هستند.) 	۸
۱/۵	مرکز بیضی مقابل بر مبدأ مختصات و قطرهای آن مانند شکل بر محورهای x و y منطبق هستند و فاصله F از هر دو نقطه O و A برابر ۴ است. اگر خطی که در نقطه F بر AA' عمود کرده ایم، بیضی را در نقطه D قطع کرده باشد، مختصات D را به دست آورید. 	۹

سؤالات امتحان شبه نهایی درس : هندسه ۳	رشته : ریاضی	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع : ۸ صبح
نام و نام خانوادگی :	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	شماره صندلی :	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۲/۱۳
دانش آموزان روزانه شهرستان های استان تهران	اداره کل آموزش و پرورش شهرستان های استان تهران	تعداد صفحه : ۳	

۱/۲۵	الف) سهمی $y^2 = 4x - 4$ مفروض است. به مرکز کانون سهمی و به شعاع ۳، دایره ای رسم می کنیم. مختصات نقاط برخورد دایره و سهمی را بیابید.	۱۰
۱	ب) مختصات کانون و همچنین معادله سهمی را به رأس $A(4,6)$ و خط هادی $x = 9$ بنویسید. ج) قطر دهانه یک دیش ماهواره ای که از دوران سهمی حول محورش حاصل شده برابر ۳۲ متر و عمق دیش برابر ۸ متر است. فاصله کانونی سهمی چقدر بوده است؟	۰/۷۵
۰/۵	الف) معادله صفحه ای را بنویسید که از نقطه $A(2,3,4)$ بگذرد و با صفحه xoy موازی باشد. ب) در فضای \mathbb{R}^3 نقطه $(-3,2,-5)$ در کدام ناحیه (کنج) از دستگاه مختصات قرار دارد؟ ج) اگر $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$ و $\vec{b} = (1,2,1)$ ، طول بردار $\vec{a} - 2\vec{b}$ چقدر است؟	۱۱
۱/۲۵	اگر \vec{a} و \vec{b} بردارهایی به طول ۲ باشند به طوری که $ \vec{a} + \vec{b} = \sqrt{10}$ حاصل $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$ را بیابید.	۱۲
۱	تصویر قائم بردار $\vec{a} = 2\vec{k} + \vec{j} - \vec{i}$ را بر امتداد بردار $\vec{b} = (1, -1, 0)$ بیابید.	۱۳
۱/۵	اگر $A(-1,2,3)$ ، $B(-2,4,1)$ و $C(1,3,5)$ سه رأس یک مثلث باشند، کسینوس زاویه A را در مثلث ABC به دست آورید.	۱۴

موفق باشید

۱- الف ۲ ، ب ۳ ، ج ۱ ، د ۲

۲- الف ۱ درست ، ب ۲ نادرست ، ج ۳ نادرست ، د ۴ درست

۳- الف ۱ مریی بوده و در همینان آن مخالف هم قرار

$$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+2a & -8+2a \\ b-2 & -2b-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} -8+2a = \boxed{a=4} \\ b-2 = \boxed{b=2} \end{cases}$$

ج ۱۵ جدولی

$$V = 2 \times 2 \times 4 = 16 \quad (D)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times (-2-1) - 2 \times (4-2) + 3 \times (2+3) = 3+9=12$$

$$y+2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = y+2(2-(-3)) = y+10$$

$$\begin{cases} y+9=3+9 \\ \boxed{y=3} \end{cases}$$

$$AX=B$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} \quad X = A^{-1} \times B$$

$$\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases}$$

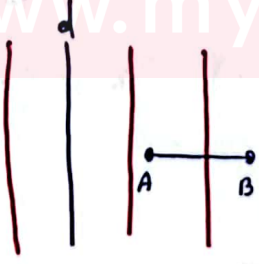
$$A^{-1} = \frac{1}{4 - (-8)} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 14 \\ 34 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

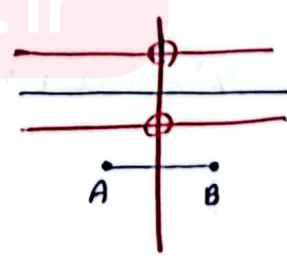
۴- مکان هندسی نقطه‌ای که از ۲ نقطه A و B به یک فاصله باشد خط عمود منصف یا خط AB است
مکان هندسی نقطه‌ای از صفحه که از خط d به فاصله ۳ باشد ۲ خط موازی خط d در طرفین خط d قرار



حالت اول



حالت دوم



حالت اول

۲ نقطه

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y + m = 0$$

(الف) - 7

$$(x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 - \frac{13}{4} + m = 0 \rightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{13}{4} - m >$$

$$\frac{13}{4} - m > 0 \rightarrow m < \frac{13}{4}$$

C: $x^2 + y^2 = 1$

O: $R=1$

$OO' = \sqrt{1}$

(-)

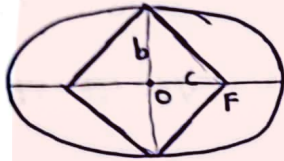
C': $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

O': $R'=1$

$R+R'=2$

$OO' > R+R'$

2 دایره متقاطع هستند.



$2b = 2c \Rightarrow b = c$

8- در این دو مربع قطرها با هم برابرند پس داریم

$a^2 = b^2 + c^2 = 2c^2 \rightarrow a = \sqrt{2}c$

$e = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{2}c} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D | F, A | A', F | F'

$DF + DF' = 2a$

$\sqrt{(f-f')^2 + (p-0)^2} + \sqrt{(f+f')^2 + (p-0)^2} = 2 \times a$

$|\beta| + \sqrt{4\epsilon + \beta^2} = 14 \Rightarrow \sqrt{4\epsilon + \beta^2} = 14 - |\beta| \xrightarrow{+2} 4\epsilon + \beta^2 = 252 - 2|\beta| + \beta^2$

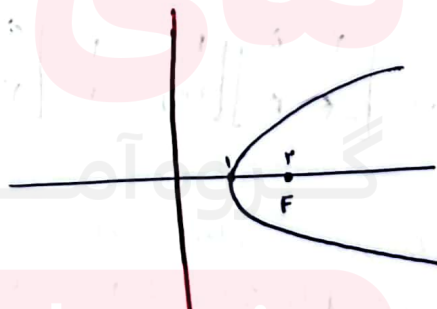
$|\beta| = 2 \Rightarrow \beta = \pm 2 \rightarrow D | \frac{F}{2}, D' | \frac{F}{-2}$

سهمی لقی $y^2 = f(x-1) *$

S: $p=1$

10- (الف)

O: $R=3 \rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 9 *$



* & * $\Rightarrow (x-2)^2 + f(x-1) = 9$

$x^2 - 4x + 4 + fx - f = 9$

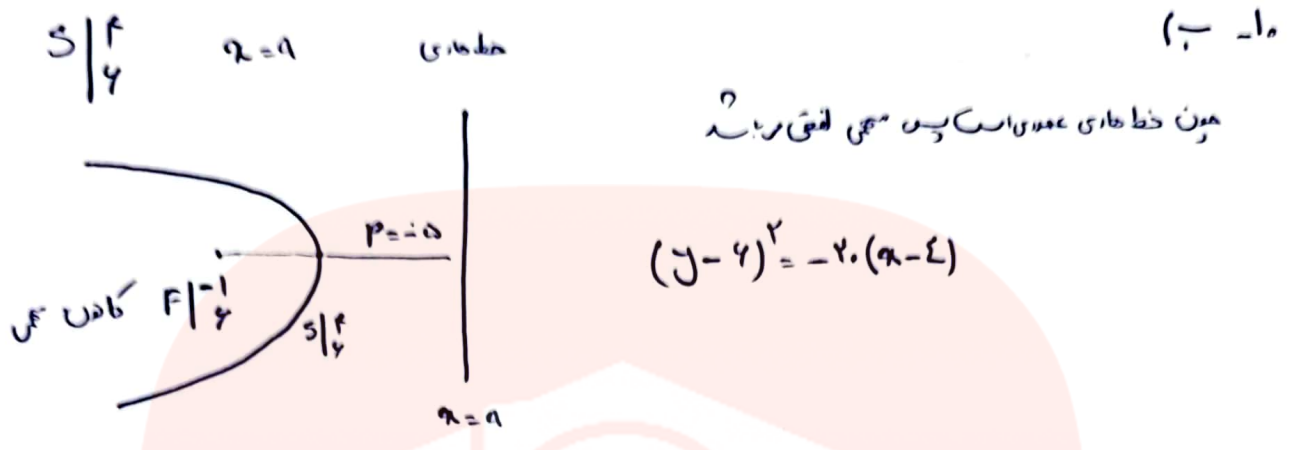
$x^2 = 9$

$x = \pm 3$

A | $\frac{F}{3\sqrt{f}}$
B | $\frac{F}{-3\sqrt{f}}$

خطای $\Delta: 2 = 0$

www.my-dars.ir



(۲) فاصله کانونی = $\frac{3^2 \times 3^2}{8} = 128 \text{ m}$

۱۱- (الف) $Z = 4$ $\vec{r} = \frac{z}{\rho} \vec{a}$

(۲) $\vec{a} = (2, 0, -1)$
 $\vec{b} = (1, 2, 1)$
 $\vec{a} - \vec{b} = (2, 0, -1) - 2(1, 2, 1) = (0, -4, -3)$
 $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{0 + 16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

۱۲- $|\vec{a}| = 2$
 $|\vec{b}| = 2$

$|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{1} \xrightarrow{\uparrow r} |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$

$(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{c} - \vec{b}) = |\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{b} \cdot \vec{a} + |\vec{b}|^2 = 4 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 4 = 12 - 2 = 10$

۱۳- $\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \rightarrow \vec{a}' = \frac{1}{2} (1, 2, 1) = (\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$
 $a(2, -1, 1), b(1, -1, 0) \rightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = 2 + 1 + 0 = 3 \\ |\vec{b}| = \sqrt{2} \end{cases}$

۱۴- $A(-1, 2, 2) \rightarrow \vec{AB} = (-1, 2, -2)$
 $B(-2, 1, 1) \rightarrow \vec{AC} = (2, 1, 2)$
 $C(1, 2, 4) \rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos A$

$-2 + 2 - 4 = \sqrt{1+4+4} \times \sqrt{4+1+4} \cos A$
 $-4 = 9 \cos A \rightarrow \boxed{\cos A = -\frac{4}{9}}$