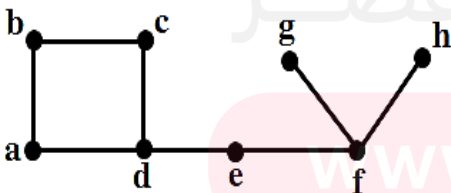
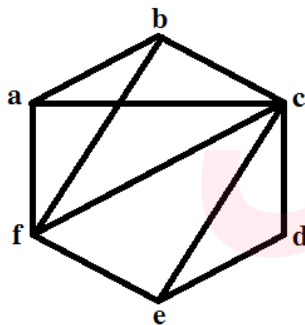


پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی - فیزیک	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته	تاریخ امتحان: ۱۶ / ۰۲ / ۱۴۰۲	
		ساعت شروع:	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ آن‌گاه $a < b \Leftrightarrow a^3 < b^3$. ب) اگر $a \equiv^m b$ و $c \neq 0$ آن‌گاه $ac \equiv^m bc$. ج) تعداد رأس‌های فرد هر گراف، عددی زوج است. د) در هر گراف، هر مجموعه احاطه گر مینیمال، یک مجموعه احاطه گر مینیمم است.	۱
۲	جمله‌های زیر را با عدد، کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) شرط لازم و کافی برای آنکه معادله سیاله $ax + by = c$ داری جواب باشد آن است که، ب) گراف G را همبند گوئیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک وجود داشته باشد. ج) عدد احاطه‌گری گراف P_n برابر است. د) اگر $d > 1$ و $(a, a+3) = d$ در این صورت d برابر است با	۱
۳	به روش بازگشتی (گزاره‌های هم ارز) ثابت کنید، میانگین حسابی دو عدد نامنفی، از میانگین هندسی آنها کمتر نیست.	۱
۴	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد a و b بر ۲۷ به ترتیب ۱۲ و ۱۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2a - 3b)$ بر ۲۷ را به دست آورید.	۱/۵
۵	اگر n عددی صحیح باشد، ثابت کنید $3 n^3 - n$.	۱/۷۵
۶	باقی‌مانده تقسیم $A = 49^{101} + 81$ را بر ۱۶ بیابید.	۱
۷	معادله همنهشتی $5 \equiv^4 7x$ را حل کنید.	۰/۷۵
۸	نمودار گراف G به صورت مقابل است. به سؤال‌های زیر پاسخ دهید. الف) $\Delta(G)$ و $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) یک مسیر به طول ۴ از a به b بنویسید. ج) درجه رأس e را در گراف $\bar{G}$ را مشخص کنید د) یک دور به طول ۵ در G بنویسید.	۱/۲۵
۹	عدد احاطه‌گری گراف مقابل را با ارائه راه‌حل، مشخص کنید.	۱
۱۰	الف) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که یک مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۲ داشته باشد. ب) یک گراف ۶ رأسی با عدد احاطه‌گری ۲ رسم کنید که بیش از یک مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ داشته باشد.	۱
۱۱	فرض کنید G یک گراف باشد و $\delta(G) \geq 4$. نشان دهید G شامل یک مسیر به طول بزرگ‌تر یا مساوی ۴ است.	۱/۲۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		



پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی - فیزیک	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته	تاریخ امتحان: ۱۶ / ۰۲ / ۱۴۰۲	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع:

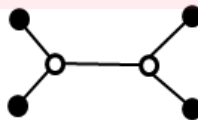
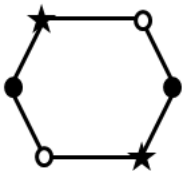
۱۲	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11$ چه تعداد جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آنکه $1 \leq x_i \leq 5$.	۱
۱۳	به چند طریق می توان ۱۲ نفر را به سه گروه متفاوت با تعداد اعضای ۳، ۴ و ۵ نفر تقسیم نمود.	۰/۵
۱۴	۵ دانش آموز پایه دوازدهم و ۴ دانش آموز پایه یازدهم به چند طریق می توانند کنار هم در یک ردیف قرار بگیرند، اگر بخواهیم: (الف) همواره دانش آموزان هر پایه کنار هم باشند. (ب) به صورت یک در میان قرار بگیرند. (ج) یک دانش آموز خاص یازدهم و یک دانش آموز خاص دوازدهم در کنار هم باشند.	۱/۵
۱۵	(الف) دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید. (ب) یک مربع لاتین چرخشی از مرتبه 4×4 بنویسید.	۱/۵
۱۶	در یک مدرسه ۱۰۰ نفره، ۵۵ نفر فوتبال و ۶۵ نفر والیبال بازی می کنند. اگر ۵ نفر در هیچ رشته ورزشی نباشند. چند نفر فقط در یک رشته به فعالیت می پردازند؟	۱/۵
۱۷	اعداد $A = \{1, 2, \dots, 84\}$ را در نظر می گیریم. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای حداقل ۲ عضو است که مجموع شان برابر با ۸۵ است.	۱/۵
	تلاش جادویی است که موفقیت را می سازد.	۲۰

مای درس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی - فیزیک	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته	تاریخ امتحان: ۱۶ / ۰۲ / ۱۴۰۲	
		ساعت شروع:	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست $\frac{0}{25}$ (ب) نادرست $\frac{0}{25}$ (ج) درست $\frac{0}{25}$ (د) نادرست $\frac{0}{25}$	۱
۲	الف) $(a, b) c$ $\frac{0}{25}$ (ب) مسیر $\frac{0}{25}$ (ج) $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ $\frac{0}{25}$ (د) $d = 3$ $\frac{0}{25}$	۱
۳	$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ $\frac{0}{25}$ گزاره همیشه درست $\frac{0}{25}$	۱
۴	$\begin{cases} a = 27q_1 + 12 \Rightarrow 2a = 54q_1 + 24 \\ b = 27q_2 + 13 \Rightarrow -3b = -81q_2 - 39 \end{cases} \Rightarrow 2a - 3b = 54q_1 + 24 - 81q_2 - 39$ $\frac{0}{25}$ $= 27(2q_1 - 3q_2) - 15 \frac{0}{5} = 27q_3 - 27 + 12 \frac{0}{25} = 27(q_3 - 1) + 12 \Rightarrow r = 12 \frac{0}{25}$	۱/۵
۵	توجه می‌کنیم که $n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n+1)(n-1)$ (*) $\frac{0}{5}$ n به یکی از سه شکل $3k$ ، $3k+1$ و $3k+2$ است. $\frac{0}{25}$ اگر $n = 3k$ ، آن‌گاه با توجه به (*، $n^3 - n$ مضرب ۳ است. $\frac{0}{25}$ اگر $n = 3k+1$ ، آن‌گاه $n-1 = 3k$ و در نتیجه با توجه به (*، $n^3 - n$ مضرب ۳ است. $\frac{0}{25}$ اگر $n = 3k+2$ ، آن‌گاه $n+1 = 3k+3 = 3(k+1) = 3k'$ و در نتیجه با توجه به (*، $n^3 - n$ مضرب ۳ است. $\frac{0}{5}$	۱/۷۵
۶	$49 \equiv 1 \pmod{16} \Rightarrow 49^{101} \equiv 1^{101} = 1 \pmod{16} \Rightarrow 49^{101} + 81 \equiv 1 + 81 \equiv 82 \equiv 2 \pmod{16} \Rightarrow A \equiv 2 \pmod{16}$ $\frac{0}{25}$	۱
۷	$7x \equiv 5 \pmod{16} \Rightarrow 7x \equiv 5 + 16 = 21 \pmod{16} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{16} \Rightarrow x = 4k + 3$ $\frac{0}{25}$	۰/۷۵
۸	الف) $\Delta(G) = 5$ $\frac{0}{25}$ ، $\delta(G) = 2$ $\frac{0}{25}$ ب) $afecb$ $\frac{0}{25}$ ج) $d_{\bar{G}}(e) = 2$ $\frac{0}{25}$ د) $abcefa$ $\frac{0}{25}$	۱/۲۵
۹	برای احاطه کردن رأس h ، یکی از رئوس h یا f باید در مجموعه احاطه‌گر باشد. $\frac{0}{25}$ برای احاطه کردن رئوس a, b, c, d حداقل ۲ رأس غیر از h یا f مورد نیاز است. $\frac{0}{25}$ بنابراین $\gamma(G) \geq 3$ $\frac{0}{25}$ چون $\{f, d, b\}$ یک مجموعه احاطه‌گر برای گراف است، پس $\gamma(G) = 3$ $\frac{0}{25}$	۱
۱۰	الف) مجموعه احاطه‌گر یکتا با دایره توخالی مشخص شده است. $\frac{0}{5}$ ب) رأس‌های هم‌شکل، یک مجموعه احاطه‌گر را نشان می‌دهند. $\frac{0}{5}$	۱



پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی - فیزیک	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته	تاریخ امتحان: ۱۶ / ۰۲ / ۱۴۰۲	
		ساعت شروع:	

۱۱	فرض کنیم a یک رأس دلخواه در G باشد. به طور حتم a به رأس دیگری مثل b متصل است، چون $\delta(G) \geq 4$. $\boxed{0/25}$ چون $\delta(G) \geq 4$ ، به طور حتم b به رأس دیگری غیر از a ، مثل c متصل است. $\boxed{0/25}$ چون $\delta(G) \geq 4$ ، به طور حتم c به رأس دیگری غیر از a و b ، مثل d متصل است. $\boxed{0/25}$ چون $\delta(G) \geq 4$ ، به طور حتم d به رأس دیگری غیر از a و b و c ، مثل e متصل است. $\boxed{0/25}$ بنابراین $abcde$ یک مسیر با طول ۴ در گراف G است. $\boxed{0/25}$	۱/۲۵
۱۲	$x_i \geq 1 \Rightarrow y_i := x_i - 1 \geq 0$ $\boxed{0/25} \Rightarrow x_i = y_i + 1 \Rightarrow (y_1 + 1) + \dots + (y_5 + 1) = 11$ $\Rightarrow y_1 + \dots + y_5 = 6$ $\boxed{0/25} \xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1} \boxed{0/25}} \text{تعداد جواب های معادله} = \binom{6+5-1}{5-1}$ $= \binom{10}{4} \boxed{0/25}$	۱
۱۳	$\frac{12}{3! \times 4! \times 5!} \boxed{0/5}$	۰/۵
۱۴	الف) $2! \times 5! \times 4! \boxed{0/5}$ ب) $5! \times 4! \boxed{0/5} = 5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1$ ج) $2! \times 8! \boxed{0/5}$	۱/۵
۱۵	الف) $\Rightarrow \begin{pmatrix} 11 & 22 & 33 \\ 23 & 31 & 12 \\ 32 & 13 & 21 \end{pmatrix} \boxed{0/5}$ ب) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \boxed{0/5}$	۱/۵
۱۶	فرض کنیم S مجموعه دانش آموزان مدرسه، F دانش آموزانی که فوتبال بازی می کنند و V دانش آموزانی که والیبال بازی می کنند. بنابراین $ S = 100, F = 55, V = 65, \overline{F} \cap \overline{V} = 5$ $\boxed{0/25}$ $ F \cup V = S - \overline{F} \cap \overline{V} = 100 - 5 = 95$ $\boxed{0/25}$ $ F \cap V = F + V - F \cup V = 55 + 65 - 95 = 25$ $\boxed{0/25}$ تعداد افرادی فقط فوتبال بازی می کنند $= F - F \cap V = 55 - 25 = 30$ $\boxed{0/25}$ تعداد افرادی فقط والیبال بازی می کنند $= V - F \cap V = 65 - 25 = 40$ $\boxed{0/25}$ تعداد افرادی فقط در یک رشته بازی می کنند $= 40 + 30 = 70$ $\boxed{0/25}$	۱/۵
۱۷	فرض کنیم B یک زیرمجموعه ۴۳ عضوی از A باشد. $\boxed{0/25}$ می خواهیم این ۴۳ عضو را در ۴۲ مجموعه $A_1, A_2, \dots, A_{42}$ بگنجانیم مشروط بر این که $A_i \subseteq \{i, 85 - i\}$. $\boxed{0/75}$ اگر عناصر مجموعه A را کبوترها و A_i ها را لانه ها فرض کنیم. چون تعداد کبوترها از تعداد لانه ها بیشتر است، بنابر اصل لانه کبوتری حداقل یکی از A_i ها حداکثر تعداد اعضای خود را خواهد داشت و این یعنی حداقل دو عضو مجموعه K مجموع شان برابر ۸۵ است. $\boxed{0/5}$	۱/۵