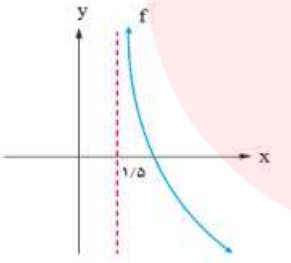
آزمون هماهنگ استانی	**بسمه تعالی** **استان هرمزگان**	

سوالات امتحان شبه نهایی درس:حسابان 2	**رشته: ریاضی**	**نام و نام خانوادگی:**	**تعداد صفحه:3** **تعداد سوال:16**
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	**مدت امتحان:120دقیقه**	**تاریخ امتحان:**	**ساعت شروع:**

ردیف	**سوالات**	**نمره**
1	**درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.** **الف) اگر دامنه ی تابع f برابر** $[-1,3]$ **باشد، دامنه ی تابع** $g(x) = -3\,f(2x+1)$ *بازه ی* $[-1,1]$ است. **ب) دامنه ی تابع** $y = \tan(4x) + 1$ *مجموعه* $D = \left\{x \middle| x \in R, x \neq \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}\right\}$ *می باشد.* **پ) تابع** $f(x) = \|x\|$ در نقطه ی $x = 0$ مشتق پذیر نیست. ت) اگر خط $x = a$ مماس قائم بر منحنی تابع $f(x)$ **در نقطه ی** $(a, f(a))$ *باشد آنگاه* $f'(a)$ *موجود است.*	**1**
2	**جاهای خالی را با عبارات مناسب پُر کنید.** **الف) درجه چند جمله ای** $(2x^2-3)^5(x-1)^3 + x^2$ *برابر ..... است.* **ب) دوره تناوب** $y = -\frac{1}{4}(cos\pi x) + 2$ **برابر با ..... است.** **پ: اگر** $f'(5) = 2$ **و** $g'(5) = -1$ باشد در اینصورت $(2f-g)'(5)$ برابر با ..... است. **ت) با توجه به نمودار تابع f حاصل** $\lim_{x \to 1/5^+} f(x)$ برابر با ..... است. 	**1**
3	در چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ مقادیر a, b را طوری بیابید که باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x-1$ برابر 4باشد و بر $x+2$ **بخش پذیر باشد.**	**1**
4	**چندجمله ای** $x^6 - 1$ *را بر حسب عامل* $x+1$ *تجزیه کنید.*	**0/75**
5	**معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. سپس جواب های آن را در بازه ی** $[0,2\pi]$ **به دست آورید.** $\sin x + \sin 2x = 0$	**1/75**
6	الف) حاصل حدهای زیر را به دست آورید. 1) $\lim_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{[x] + \frac{1}{5}}{\|2x+1\|}$ 2) $\lim_{x \to (3^+)} \frac{[2\cos\pi x + 1]}{x^2 - 7x + 12}$	**1/5**

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

آزمون هماهنگ استانی	**بسمه تعالی**	

سوالات امتحان شبه نهایی درس:حسابان 2	**رشته: ریاضی**	**نام و نام خانوادگی:**	**تعداد صفحه:3** **تعداد سوال:16**

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	**مدت امتحان:120دقیقه**	**تاریخ امتحان:**	**ساعت شروع:**

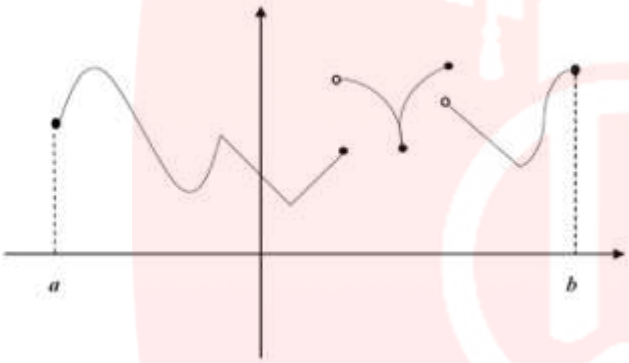
ردیف	سوالات	نمره
	ب) ابتدا مجانب قائم تابع $f(x)=\frac{1}{x+\lvert x\rvert}$ را تعیین کنید. سپس نمودار تابع را در مجاورت مجانب قائم رسم کنید.	0/5
7	اگر $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ax^4-5x+1}{2x^m+7x}=-\frac{1}{3}$ مقادیر $m\,,a$ را بیابید.	0/75
8	معادله خط قائم بر منحنی تابع $g(x)=\sqrt[3]{x-1}$ *را در نقطه برخورد با محور طول ها بیابید.*	1/5
9	**مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).** الف: $f(x)=\frac{2x^2-4x}{x^2-\sqrt{x}}$ ب:$g(x)=tanx^2+\sqrt{cosx}$ پ:$h(x)=\sqrt{x^2}$	2
10	**اگر** $f(x)=\begin{cases}2x+1 & x\neq 1\\ 5 & x=1\end{cases}$ **مفروض باشد.** **الف : ضابطه تابع مشتق را بدست آورید.** **ب: نمودار** $f'(x)$ *را رسم کنید.*	1
11	اگر $f(x)=x^2-3x+5$ **باشد. مقدار** $\lim\limits_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$ را بیابید.	0/75
12	**دوچرخه سواری طبق معادله** $d(t)=\frac{1}{3}t^3+10t$ *حرکت می کند. که در آن* $0\le t\le 6$ *بر حسب ثانیه است.سرعت لحظه ای در* $t=2$ *چقدر است؟*	1
13	**توابع** $f(x)=3x^2+x\ ,\ g(x)=x^3+2x$ *را در نظر بگیرید. در نقطه* $x=1$ *سرعت صعود کدامیک بیشتر است.*	1/5
14	ابتدا نمودار تابع $f(x)\begin{cases}-x & x<0\\ \lvert x-2\rvert & 0\le x\le 3\\ 2 & 3<x\le 5\end{cases}$ را رسم کنید. سپس از روی نمواد؛ الف) بازه هایی را مشخص کنید که تابع f در آن بازه ها نزولی باشد. ب) نقاط بحرانی و ماکزیمم و می نیمم نسبی تابع را، مشخص کنید.	2

www.my-dars.ir

آزمون هماهنگ استانی	بسمه تعالی	

سوالات امتحان شبه نهایی درس:حسابان 2	رشته: ریاضی	نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه:3 تعداد سوال:16

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان:120دقیقه	تاریخ امتحان:	ساعت شروع:

ردیف	سوالات	نمره
15	به سوالات چهار گزینه ای زیر پاسخ دهید. الف)نمودار تابع f با دامنه به شکل مقابل است.  این تابع چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟ 1) پنج نقطه 2) شش نقطه 3)هفت نقطه 4) هشت نقطه ب) تابع $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$ چند نقطه بحرانی دارد؟ 1)صفر 2) 1 3) 2 4)3	0/5
16	مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x)=x+1+\frac{4}{x+2}$ را در بازه ی $[-1و3]$ بیابید.	1/5
	زیبایی یادگیری در این است که هیچ کس نمی‌تواند آن را از شما بگیرد.	20

گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

پاسخ انتقال شبانه‌ی هما‌ن ۲ - بستان هرمزگان - اردیبهشت ۱۴۰۲
سال حسنی - رشته ۵۴ کنکور ریاضی سال ۹۰ - مسئول درس هما‌ن ۲

۱ الف) دارد ب) دارد ج) ندارد

۲ الف) ۱۳ ب) ۲ ج) ۵ د) $+\infty$

۳

$$p(x) = (x-1)\,q_1(x) + 4$$

$$x=1 \longrightarrow p(1) = 0 + 4 \Rightarrow p(1) = 1 + a + 1 + b = 4$$

$$\Rightarrow a + b = 2 \quad (1)$$

$$p(x) = (x+2)\,q_2(x)$$

$$x=-2 \longrightarrow p(-2) = 0 \Rightarrow -8 + 4a - 2 + b = 0$$

$$\Rightarrow 4a + b = 10 \quad (2)$$

از دستگاه دو معادله دو مجهول (۱) و (۲) داریم:

$$a = \frac{8}{3},\ b = -\frac{2}{3}$$

۴

$$x^4 - 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۵

$\sin 2x = 2\sin x \cos x$

$\Rightarrow \sin x + 2\sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x\,(1 + 2\cos x) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ 1 + 2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$

جواب‌های بازه $[\pi, 2\pi]$ عبارت‌اند از: π، $\frac{4\pi}{3}$ و 2π.

۶

الف)

$$1)\ \lim_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{[x] + \frac{1}{5}}{|2x+1|} = \lim_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{-1 + \frac{1}{5}}{|2x+1|} = \lim_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{-\frac{4}{5}}{|2x+1|}$$

$$= \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$$

دقت کنید که در مخرج همواره مثبت است.

$$2)\ \lim_{x \to 3^+} \frac{[2\cos \pi x + 1]}{x^2 - 7x + 12} = \lim_{x \to 3^+} \frac{[2\cos \pi x] + 1}{(x-3)(x-4)}$$

$$= \lim_{x \to 3^+} \frac{[2 \times (-1)^+] + 1}{0^+ \times (-1)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

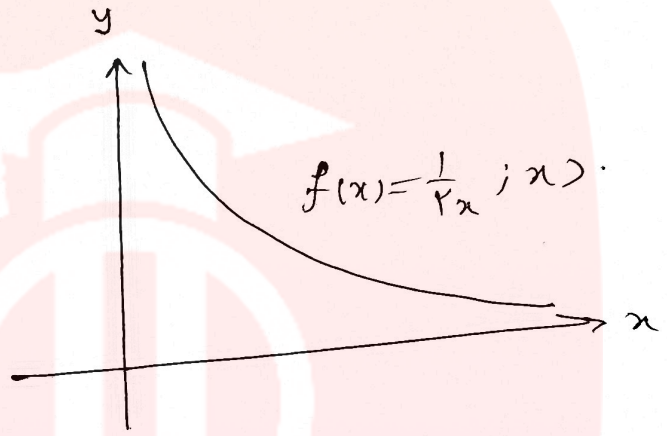
مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۶ ب)

$x+|x|=0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0]$

پس دامنه تابع $(0, +\infty)$ و $x=0$ جواب قابل قبول است.

$f(x) = \frac{1}{2x}$; $x>0$



---

۷ حاصل ضرب عددی حقیقی ناصفر شده است، پس دو حالت وقوع دارد.

حالت اول) اگر $a=0$ باشد، $m \leq 1$ باشد در این حالت مقداری

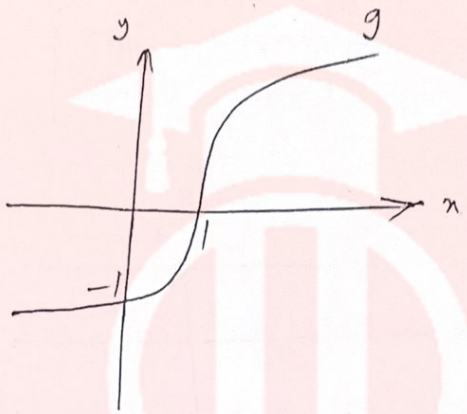
$\frac{-5}{2+7} = -\frac{1}{2}$ یا $-\frac{5}{7} = -\frac{1}{2}$ برقرار نمی‌شود.

حالت دوم) پس $a \neq 0$ است و درجه‌ی $m=2$ است. داریم:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{ax^2 - 5x + 1}{2x^2 + 7x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{ax^2}{2x^2} = \frac{a}{2} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۸ نمودار تابع g، از انتقال نمودار تابع $y=\sqrt[3]{x}$ به دست می‌آید.



$g'(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} \Rightarrow \lim_{x\to 1} g'(x)=+\infty$ پس g در $x=1$ مماس قائم دارد؛ زیرا:

پس خط قائم بر نمودار g در $x=1$ دارای شیب $\frac{1}{+\infty}=0$ است، یعنی خط افقی $y=0$ بر نمودار مماس است.

---

۹ الف) $f'(x)=\frac{(2x-4)(x^2-\sqrt{x})-(2x^2-8x)(2x-\frac{1}{2\sqrt{x}})}{(x^2-\sqrt{x})^2}$

ب) $g'(x)=2\tan x(1+\tan^2 x)-\frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$

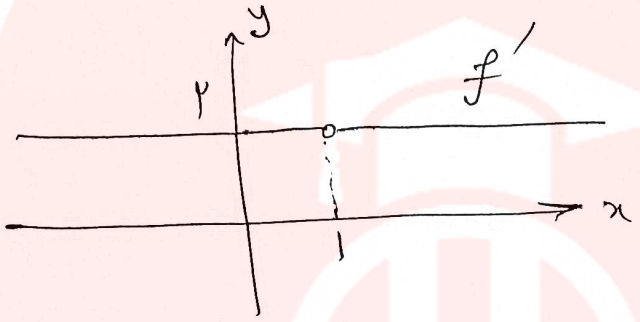
ج) $h'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2}}=\frac{x}{|x|}$

www.my-dars.ir

۱۱۰

الف) $f'(x) = \begin{cases} ۲ & x \neq ۱ \\ \text{وجود ندارد} & x = ۱ \end{cases}$

ب)



۱۱۱

$$\lim_{x \to ۳} \frac{f'(x) - f'(۳)}{x - ۳} = f''(۳) \Rightarrow f''(۳) = ۲$$

$f'(x) = ۲x - ۳ \Rightarrow f''(x) = ۲$

---

۱۱۲ سرعت متحرک در لحظه t برابر است با:

$v(t) = d'(t) = t^۲ + ۱۰ \Rightarrow v(۲) = ۴ + ۱۰ = ۱۴$

---

۱۱۳ سرعت متحرک در $x=۱$ یعنی $f''(۱)$ است.

$f'(x) = ۹x + ۱$ $\quad$ $g'(x) = ۳x^۲ + ۲$

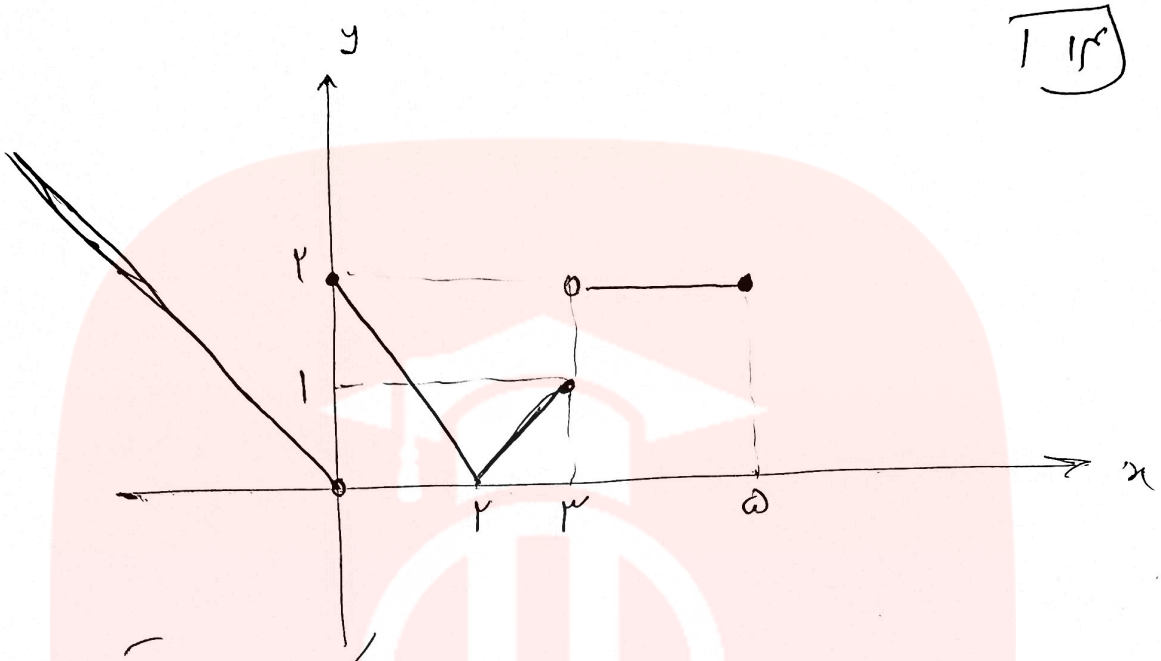
$f'(۱) = ۷ > ۰$ $\quad$ $g'(۱) = ۵ > ۰$

$f''(x) = ۹$ $\quad$ $g''(x) = ۶x \Rightarrow g''(۱) = ۶$

در $x=۱$ سرعت تغییر تابع دو برابر ۶ است.

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

۱۱۴



الف) بازه‌ی $(0, +\infty)$ و $[2, 5]$ اکیداً صعودی است و در بازه‌ی $[3,5]$ نزولی است.

ب) $x=1$ ، $x=2$ و تمام نقاط بازه‌ی $[3,5]$ بحرانی هستند.

$x=0$ ماکزیمم نسبی، $x=2$ مینیمم نسبی و تمام نقاط بازه‌ی $(3,5)$ هم ماکزیمم هم مینیمم نسبی هستند.

---

۱۱۵ الف) $x=-1$ ، $x=1$: هفت نقطه

ب) $x=0$ و $x=1$ هیچ نقطه‌ی بحرانی ندارد

$$f'(x) = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$$

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

$f(-1) = ۴$ ، $f(۳) = ۴/۸$

$$f'(x) = 1 - \frac{۴}{(x+۲)^۲} \xrightarrow{f'(x)=۰} (x+۲)^۲ = ۴$$

$$\Rightarrow x+۲ = \pm ۲ \Rightarrow \begin{cases} x = -۴ & \text{غ ق ق} \\ x = ۰ & \checkmark \end{cases}$$

نقطه بحرانی داخل بازه $(-1, ۳)$ ، $x = ۰$.

$f(۰) = ۳$

می نیمم مطلق تابع ۳ و ماکزیمم مطلق آن ۴/۸ است. دقت کنید می نیمم تابع $x = -۲$ درون بازه $[-1, ۳]$ نیست.

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

پاسخ امتحان شبه نهایی حسابان ۲ هرمزگان

توسط: علی محمدزاده شبستری، رتبه ۱۳ کنکور ریاضی ۱۴۰۱

۱) الف) درست ب) درست پ) درست ت) نادرست، $f'(a) = +\infty$ یا $-\infty$

---

۲) الف) ۱۴ ب) ۲ پ) ۵ ت) $+\infty$

---

۳) اگر چند جمله‌ای $P(x)$ بر $(x-\alpha)$ بخش پذیر باشد، آنگاه $P(\alpha)=0$ است.

لذا ریشه $x+2$ یعنی $x=-2$ است، $P(-2)=0$ است.

$$(-2)^3 + (-2)^2 a + (-2) + b = 0 \Rightarrow \underline{4a+b=10}$$

قضیه تقسیم را می‌نویسیم.

$$P(1) = \underbrace{(x-1)}_{0} Q(1) + \underbrace{R(1)}_{4} \Rightarrow P(1)=4$$

$$1^3 + 1^2 a + 1 + b = 4 \Rightarrow \underline{a+b=2}$$

از حل دستگاه دو معادله و دو مجهول داریم: $a=\frac{8}{3}$ ، $b=-\frac{2}{3}$

---

۴) $x^n - y^n$ اگر n زوج باشد بر $x+y$ بخش پذیر است.

$$x^n - y^n = (x+y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - \cdots + xy^{n-2} - y^{n-1})$$

$$x^6 - 1 = (x+1)(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)$$

CamScanner

۵) اتحاد $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\sin x + 2\sin x\cos x = 0 \Rightarrow \sin x(1+2\cos x) = 0$

حالت ۱) $\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \ , \ k\in\mathbb{Z}$ ✓

حالت ۲) $1+2\cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \ , \ k\in\mathbb{Z} \\ x = \frac{-2\pi}{3} + 2k\pi \ , \ k\in\mathbb{Z} \end{cases}$ ✓

جواب‌ها در بازه $[0, 2\pi]$: $0 \ , \ \pi \ , \ 2\pi \ , \ \frac{2\pi}{3} \ , \ \frac{4\pi}{3}$ ✓

---

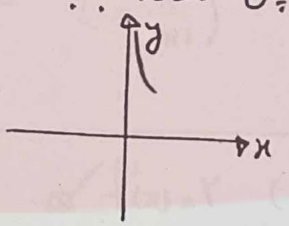
۶) الف)

۱) $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}} \frac{-1+\frac{1}{x}}{|2x+1|} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty$ ✓

۲) $\lim\limits_{x\to 3^+} \frac{[2\times(-1)^+]+1}{(x-3)(x-4)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+ \times \text{عدد منفی}} = +\infty$ ✓

ب) باید ریشه مخرج را پیدا کنیم. مشخص است که به ازای $x<0$ مخرج ۰ صفر می‌کند، ولی واضح است که آنها مجانب قائم نیستند. زیرا باید تابع حداقل در یک طرف آنها تعریف شده باشد. پس $x=0$ مجانب قائم است، زیرا در سمت راست آن تابع تعریف شده است.

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x+|x|} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{2x} = +\infty$$



---

۷) چون حاصل حد یک عدد است، پس بزرگترین درجه صورت = بزرگترین درجه مخرج

اگر $a=0$ باشد و $m=1$ باشد، یا حتی $m=0$ باشد، امکان پذیر نیست.

پس $a\neq 0$ است و به ناچار $m=4$ می‌شود. ✓

اما حاصل حد طبق هم ارزی پرتوان می‌شود $\frac{a}{2}$. پس $\frac{a}{2} = \frac{-1}{3}$ است و $a = \frac{-2}{3}$ ✓

۸) برای به دست آوردن خط قائم، ابتدا باید خط مماس را پیدا کنیم.

نقطه برخورد با محور طول‌ها همان ریشه $g(x)$ یعنی $x=1$ است. پس ابتدا $g'(1)$ را باید حساب کنیم.

$$g'(x)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} \Rightarrow g'(1)=+\infty$$

پس یعنی تابع g در $x=1$ مماس قائم دارد.

لذا خط قائم بر g در $x=1$ یک خط افقی به صورت $y=g(1)$ است. یعنی $y=0$ ✓

---

۹) $f(x)=\frac{x^{\frac{1}{2}}(2x^{\frac{3}{2}}-4x^{\frac{1}{2}})}{x^{\frac{1}{2}}(x^{\frac{3}{2}}-1)}=\frac{2x^{\frac{3}{2}}-4x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{2}}-1}$ ← ساده‌تر!

مشتق صورت $=3x^{\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{1}{2}}$

مشتق مخرج $=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$

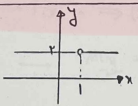
$$f'(x)=\frac{(3x^{\frac{1}{2}}-2x^{-\frac{1}{2}})(x^{\frac{3}{2}}-1)-(\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}})(2x^{\frac{3}{2}}-4x^{\frac{1}{2}})}{(x^{\frac{3}{2}}-1)^2}$$ ✓

$$g(x)=\tan^2 x+\sqrt{\cos x} \Rightarrow g'(x)=2(1+\tan^2 x)\tan x+\frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$$ ✓

$$h(x)=\sqrt{x^2} \Rightarrow h'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2}}=\frac{x}{\sqrt{x^2}}$$ ✓ $\left(=\frac{x}{|x|}\right)$

---

۱۰) $f'(x)=2$ ✓ $(Df'=\mathbb{R}-\{1\})$



---

۱۱) حاصل $f''(3)$ همان مشتق دوم تابع f در $x=3$ است. (زیرا در داخل برابر است با مشتق f')

$f(x)=x^2-3x+5$

$f'(x)=2x-3$

$f''(x)=2$ ← $f''(3)=2$ ✓

CamScanner

تابع سرعت لحظه‌ای $v(t)$ برابر با همان $d'(t)$ است.

$$v(2) = d'(2) \rightarrow d'(2) = 14 \text{ m/s}$$
$$d'(t) = t^2 + 10$$

---

۱۳) تا لحظه $t=1$ از سرعت صعود، ... مشتق است.

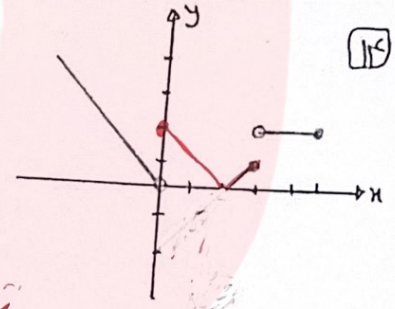
$$f'(x) = 4x + 1 \longrightarrow f'(1) = 5$$
$$g'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow g'(1) = 5 \longrightarrow f'(1) > g'(1)$$

$f''(x) = 4$

$g''(x) = 4$ ← در $x=1$ سرعت صعود هواپیما کند.

---

۱۴) الف) $(-\infty, 0)$ ، $[3, 5]$



نقاط بحرانی ← $x=1$ و $x=2$ و نقاط ابتر: $[0,5]$

$x=0$ ← ماکزیمم نسبی / $x=2$ ← مینیمم نسبی / نقطه $(2,0)$ هم min نسبی، هم max نسبی

---

۱۵) الف) ۷ تا ✓ ب) ۱ نقطه بحرانی ... مرتبه اول ندارد

---

۱۶)

$$f'(x) = 1 + \frac{-4}{(x+2)^2} \longrightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 4 \Rightarrow x = 0$$

کاندیدها $\begin{cases} (0,3) \\ (-1,4) \\ (3, \frac{24}{5}) \end{cases}$ $\longrightarrow$ $\text{MIN}_{\text{مطلق}} = (0,3)$ ✓ $\quad \text{MAX}_{\text{مطلق}} = (3, 4.8)$ ✓

پاسخ تشریحی سوالات: علی محمد نظرو شتبهری

رتبه ۱۳ مرا کنکور ریاضی ۱۴۰۱

دانشجوی مهندسی کامپیوتر دانشگاه شریف

«زیبایی را ببینید و زیبایی بخواهید»

همیشه لبخند بزنید ♥

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

CamScanner