محل مهر آموزشگاه	بسمه تعالی استان مازندران شهرستان بهشهر	مرکز استعدادهای درخشان

نام و نام خانوادگی:	نام درس: هندسه ۲	پایه: یازدهم	رشته: ریاضی
طراح سوال: رضا صباغی رستمی	ساعت امتحان: ۱۱ صبح	مدت امتحان: ۹۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۰۲/ ۳۰ /

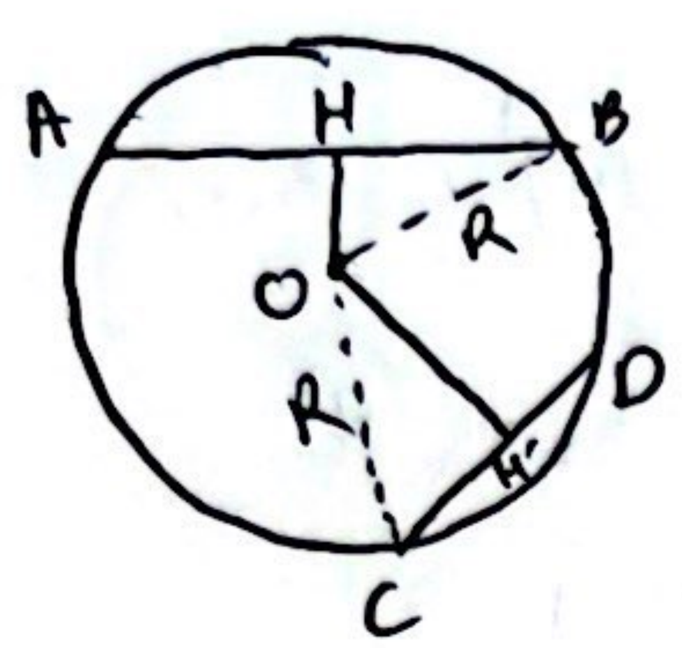
ردیف	شـــــرح سئوال (صفحه اول)	بارم
۱	ثابت کنید در دایره از دو وتر نابرابر آن که بزرگتر است به مرکز دایره نزدیکتر است.	۱/۵
۲	تعریف: چند ضلعی محیطی را تعریف کنید.	۱
۳	ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی مجموع طول هر دو ضلع مقابل برابر مجموع طول دو ضلع مقابل دیگر باشد محیطی است.	۱/۵
۴	در مثلثی به طول اضلاع $۲\sqrt{۳}$ و ۲ و ۴ شعاع دایره محیطی مثلث را به دست آورید.	۱
۵	در مثلث ABC، $AB = AC = ۱۰$ و $BC = ۱۲$ است. اگر AH ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد و مثلث را تحت بردار $\overrightarrow{AH}$ انتقال دهیم مساحت مثلث تصویر را بیابید.	۱/۵
۶	نقطه A به فاصله $۲\sqrt{۶}$ از خط d قرار دارد. تصویر A تحت بازتاب نسبت به محور d را A' می نامیم و A را حول نقطه A' به اندازهٔ ۱۲۰ درجه دوران می دهیم، نقطهٔ A'' به دست می آید. طول پاره خط AA'' را بدست آورید.	۱/۵
۷	ثابت کنید تجانس شیب خط را حفظ می کند.	۱/۵

نمره ورقه	باعدد		نمره	باعدد	
	با حروف		تجدیدنظر	با حروف	
نام دبیر و امضا	تاریخ		نام دبیر و امضا	تاریخ	

ردیف	شـــــرح سئوال (صفحه دوم)	بارم
۸	تعریف: نقطه ثابت تبدیل را تعریف کنید.	۰/۵
۹	نقطه E روی ضلع BC از مربع ABCD چنان قـرار دارد کـه $BE=۲۰$ و $CE=۲۸$. اگـر M نقطـه ای دلخواه روی قطر BD باشد، آن گاه کم ترین مقدار ممکن برای $ME+MC$ را بدست آورید.	۲
۱۰	در مثلث قائم الزاویه ای به مساحت ۵۴، نسبت اضلاع قائم ۳ به ۴ است. طول میانه وارد بر وتـر در ایـن مثلث چقدر است؟	۱/۵
۱۱	قضیه میانه ها: ثابت کنید در هر مثلث، مجموع مربعات هر دو ضلع برابر است با نصف مربع ضلع سوم به علاوه دو برابر مربع میانه وارد بر ضلع سوم.	۱/۵
۱۲	قضیه نیم سازها: ثابت کنید در هر مثلث، مربع طول هر نیم ساز داخلی برابر است با حاصل ضرب طول اضلاع آن زاویه منهای حاصل ضرب طول قطعات ایجاد شده توسط نیم ساز داخلی روی ضلع مقابل.	۱/۵
۱۳	در مثلث قائم الزاویه ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$ اگر $\tan\hat{\beta}=\sqrt{۲}$ و $\alpha=۳\sqrt{۳}$ آنگاه اندازه ضلع AB را بیابید.	۱/۵
۱۴	اندازه دو قطر از متوازی الاضلاع ۱۲ و $۸\sqrt{۳}$ واحد است. این دو قطر با زاویه ۶۰° متقاطع هستند. مساحت این متوازی الاضلاع را بیابید.	۱
۱۵	طول اضلاع مثلثی $۲\sqrt{۲}$ و $۴\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۵۲}$ است بزرگترین زاویه مثلث را بیابید.	۱
	موفق باشید. جمع نمرات	۲۰

محمد [illegible] زاده - [illegible] - ورودی ۱۴۰۰

سؤال ۱)



فرض: $AB > CD$ حکم: $OH < OH'$

$OB = OC = R \ , \ BH = \frac{AB}{2} \ , \ CH' = \frac{CD}{2}$ (۱)

$O\hat{B}H: H = 90^\circ \rightarrow BH^2 = R^2 - OH^2$

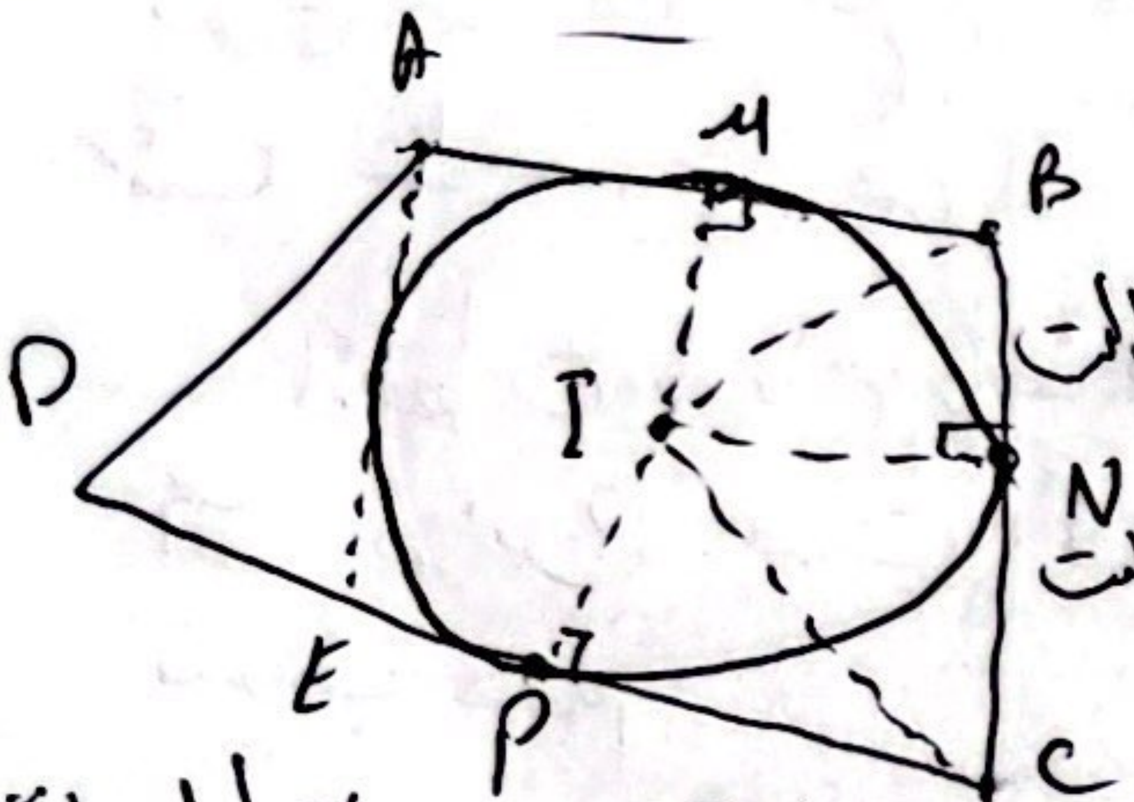
$O\hat{C}H': H' = 90^\circ \rightarrow CH'^2 = R^2 - OH'^2$

$AB > CD \rightarrow \frac{AB}{2} > \frac{CD}{2} \xrightarrow{(1)} BH > CH' \rightarrow BH^2 > CH'^2$

$\rightarrow R^2 - OH^2 > R^2 - OH'^2 \rightarrow -OH^2 > -OH'^2 \rightarrow OH^2 < OH'^2 \rightarrow OH < OH'$

سؤال ۲) یک چندضلعی، محیطی است اگر و فقط اگر همه نیمسازهای زاویه‌های آن در یک نقطه همرس باشند. این نقطه مرکز دایره محاطی چندضلعی است

سؤال ۳) فرض می‌کنیم: $AB + CD = BC + AD$



نیمسازهای دو زاویه B و C همدیگر را در نقطه‌ای مانند I قطع می‌کنند.

با توجه به ویژگی نیمساز نقطه I از سه ضلع AB، BC و CD به یک فاصله است $IP = IM = IN$

دایره‌ای به مرکز I و شعاع IM بر AB، BC و CD مماس است

حال اگر این دایره بر AD هم مماس باشد حکم ثابت می‌شود.

اما اگر این دایره بر AD مماس نباشد از A مماسی بر آن رسم می‌کنیم تا خط CD را در نقطه‌ای مانند E قطع کند. در این صورت E بین P و D یا D بین P و E واقع می‌شود.

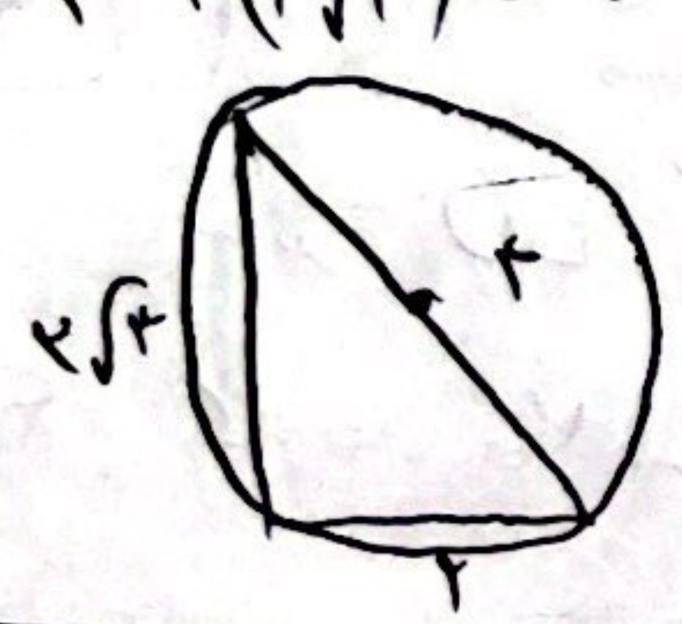
پس $AB + EC = AE + BC$ از این رابطه با استفاده از رابطه فرض نتیجه می‌گیریم: $AD = DE + AE$

این رابطه امکان ندارد پس E همان D است و دایره به ضلع AD نیز مماس است

سؤال ۴)

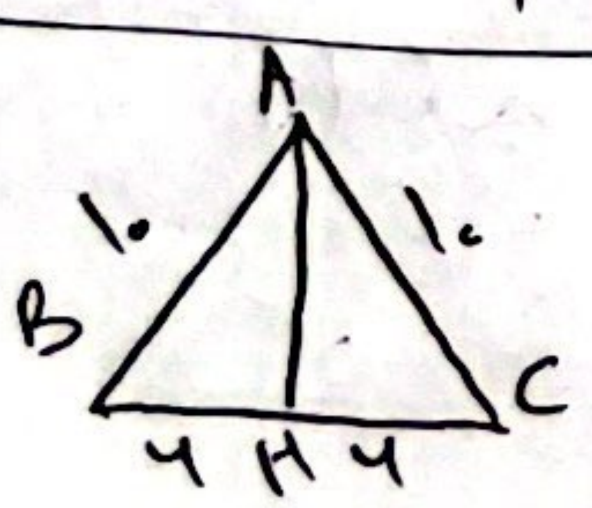
$2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4^2$

پس مثلث قائم‌الزاویه می‌باشد:



$R = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

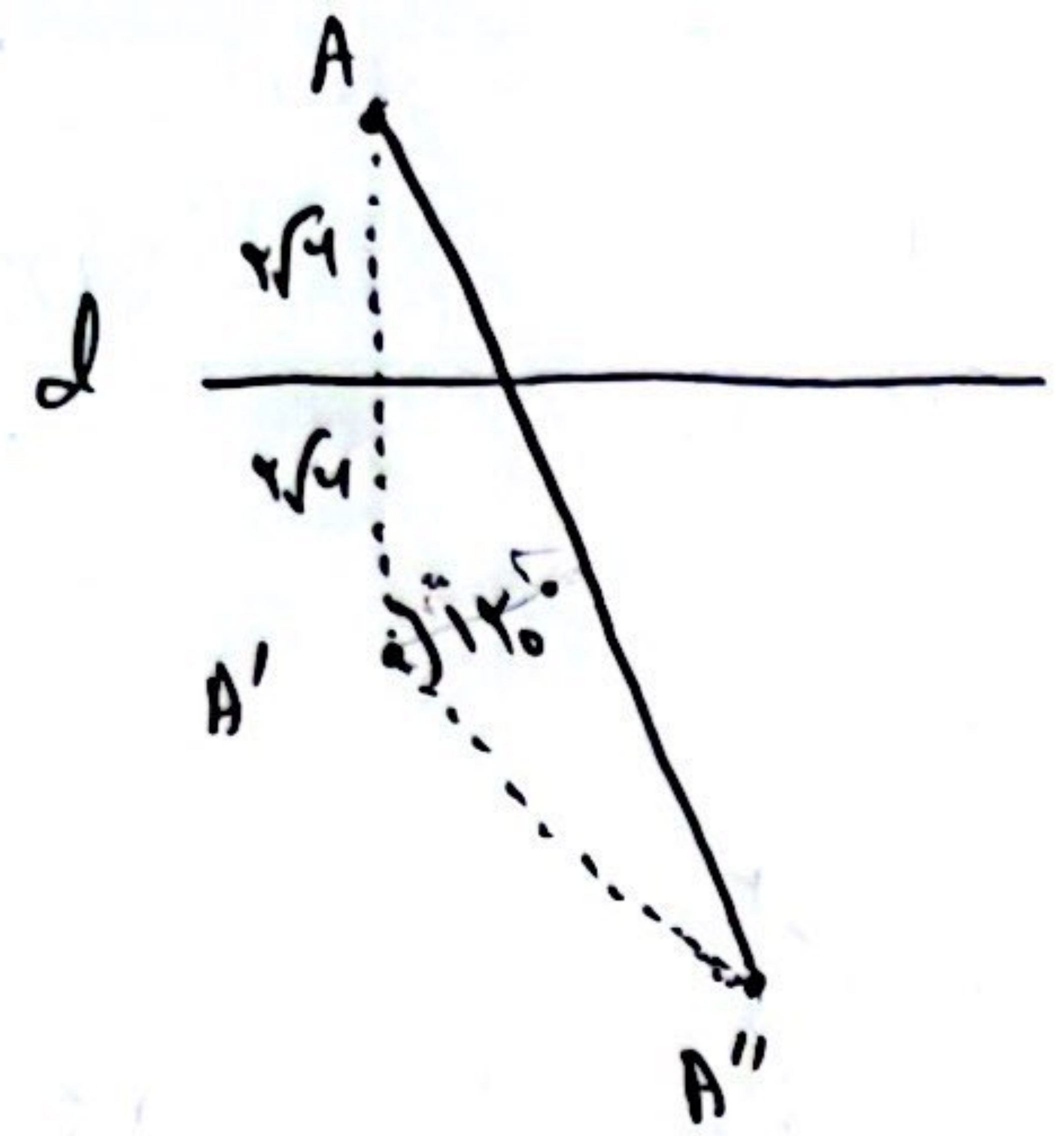
سؤال ۵) انتقال مساحت را حتما می‌کنیم پس:



$10^2 - 6^2 = AH^2 \rightarrow AH = 8$

$S = \frac{8 \times 12}{2} = 48$

س ۶)



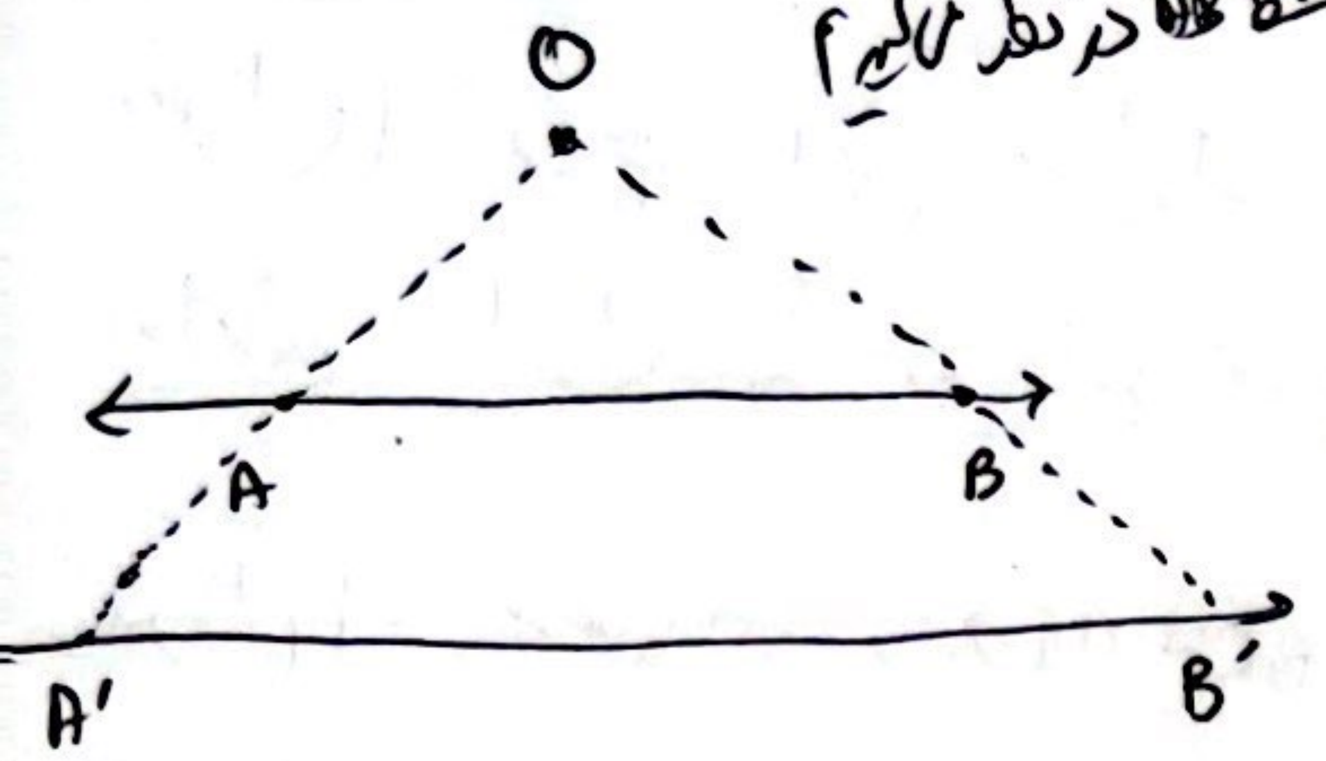
$$AA' = 4\sqrt{6} \qquad A'A'' = 4\sqrt{6}$$

$$AA''^2 = (4\sqrt{6})^2 + (4\sqrt{6})^2 - 2(4\sqrt{6})^2 \cos 120^\circ$$

$$AA''^2 = 3(4\sqrt{6})^2 \rightarrow AA'' = \sqrt{3} \times 4\sqrt{6}$$

$$AA'' = 12\sqrt{2}$$

س ۷) تجانس D با مرکز تجانس O و نسبت تجانس k و خط AB در نظر بگیریم



حالت الف) نقطه O بر روی خط AB باشد،

در این حالت بدیهی است که نقاط A' و B' مجانس های نقطه A و B روی خط AB واقع می شوند پس A'B' بر AB واقع است و شیب خط تغییری نمی کند.

ب) نقطه O غیر واقع بر خط AB است.

در این صورت اگر نقاط A' و B' به ترتیب مجانس های نقاط A و B باشند طبق تعریف داریم،

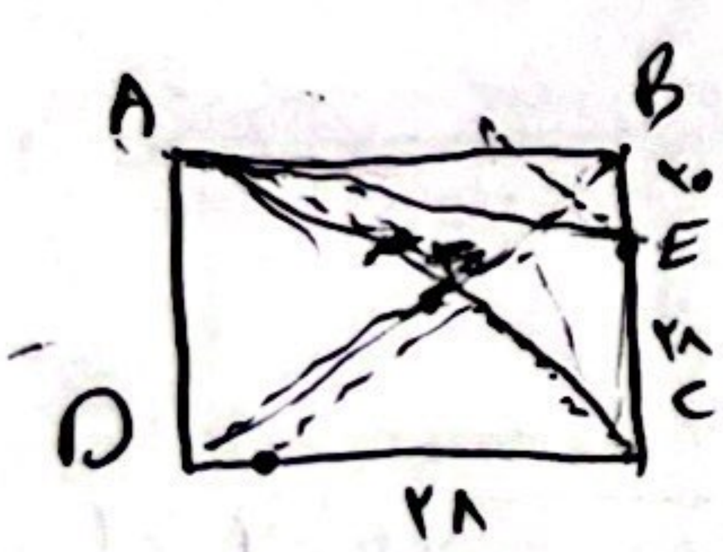
$$OA' = k \cdot OA, \quad OB' = k \cdot OB \rightarrow \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = k$$

پس در این حالت خط و تصویر آن با هم موازی اند و شیب دو خط برابر است

$$\longrightarrow AB \parallel A'B'$$

س ۸) در هر تبدیل نقطه ای که تبدیل یافته آن بر خودش منطبق می شود، نقطه ثابت تبدیل می نامند

س ۹) مثلث $A\hat{E}C$ با بازتاب C نسبت به قطر BD که همان نقطه A می شود بدست می آید

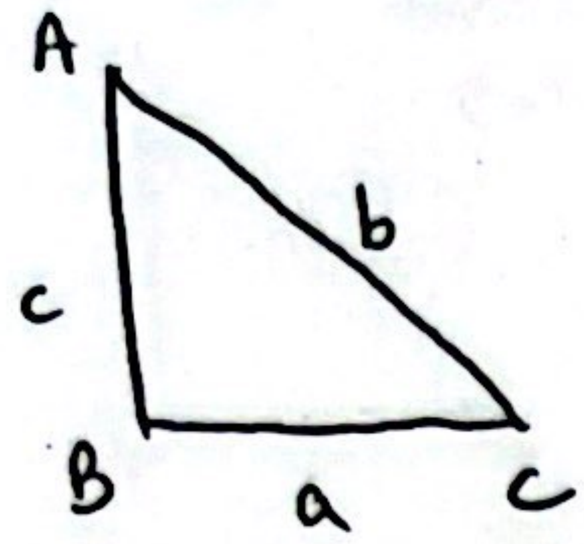


$$28 + 20 = BC = 48$$

$$BD = 48\sqrt{2}$$

$$ME + MC = \sqrt{AE^2 - EC^2} = \sqrt{(48\sqrt{2})^2 - 28^2} \quad \text{الف ۱}$$

سوال ۱۰)



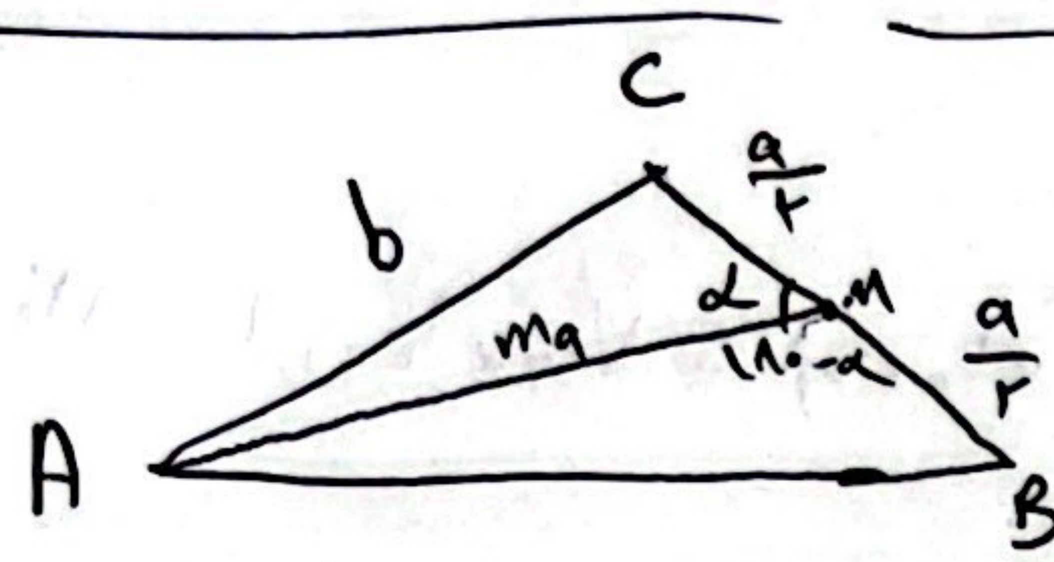
$S = 54 \longrightarrow \frac{ac}{2} = 54 \longrightarrow \frac{a}{c} = \frac{3}{4} \quad a = \frac{3}{4}c$

$\frac{1}{2} \times c \times \frac{3}{4}c = 54 \quad c^2 = 144 \longrightarrow c = 12 \quad a = 9$

$b = \sqrt{a^2 + c^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$

میانه $= \frac{1}{2}$ وتر $\longrightarrow$ میانه $= \frac{1}{2} \times 15 = 7/5$

سوال ۱۱)



$\overset{\Delta}{ACM}: b^2 = (\frac{a}{2})^2 + AM^2 - 2 \times \frac{a}{2} m_a \times \cos\alpha$

$b^2 = \frac{a^2}{4} + AM^2 - a AM \cos\alpha \quad (1)$

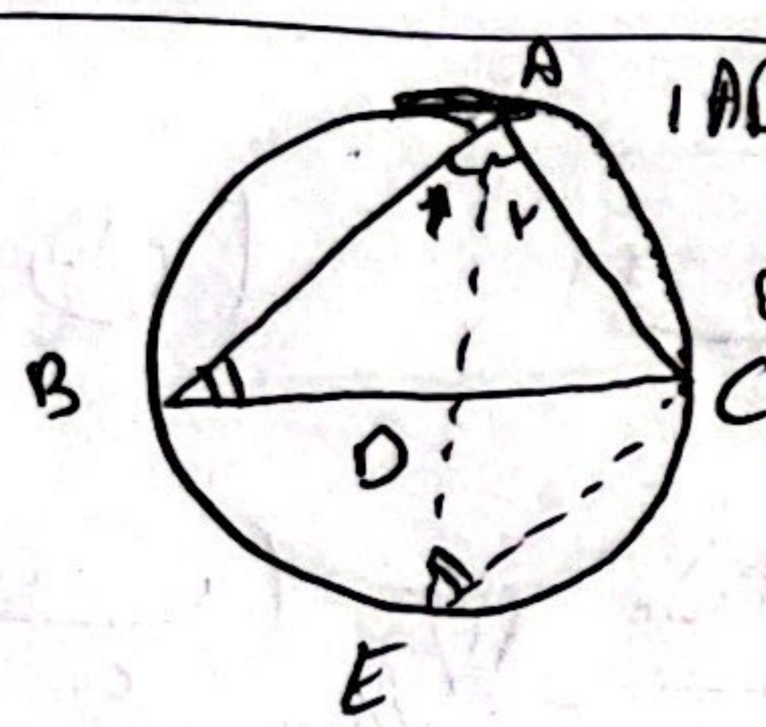
$\overset{\Delta}{ABM}: c^2 = (\frac{a}{2})^2 + AM^2 - 2 \times \frac{a}{2} \times m_a \times \cos(180 - \alpha)$

$c^2 = \frac{a^2}{4} + AM^2 + a \cdot AM \cdot \cos\alpha \quad (2)$

$\xrightarrow{1+2} b^2 + c^2 = \frac{a^2}{4} + AM^2 - a \cdot AM \cdot \cos\alpha + \frac{a^2}{4} + AM^2 + a \cdot AM \cdot \cos\alpha$

$\longrightarrow b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2AM^2$

س ۱۲)



در مثلث ABC برای محاسبه طول نیمساز داخلی زاویه $\hat{A}$ $(A_1 = A_2)$ یعنی AD، AD را امتداد می‌دهیم تا دایرهٔ محیطی مثلث را در E قطع کند و E را به C وصل می‌کنیم

$\hat{E} = \hat{B}$ (زاویه محاطی) و مثلث $\overset{\Delta}{AEC} \cong \overset{\Delta}{ABD}$ (برابری ۲ زاویه)

پس:

$\frac{AC}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{CE}{BD}$

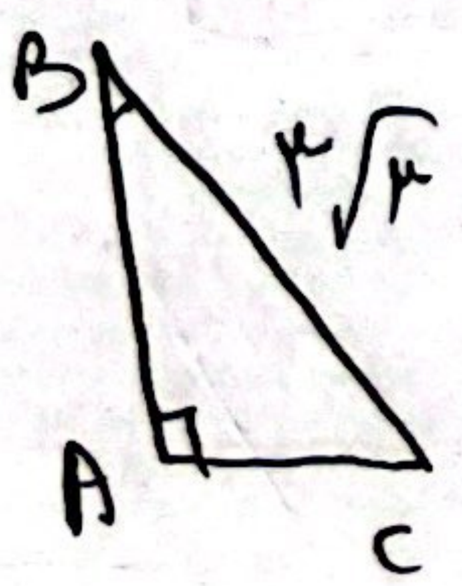
از تناسب اول داریم:

$AB \cdot AC = AD \cdot AE = AD(AD + DE) = AD^2 + AD \cdot DE$

و چون $AD \cdot DE = BD \cdot DC$ پس:

$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$

س ۱۴)



$\frac{AC}{AB} = \sqrt{2} \quad AC = \sqrt{2} AB \quad AC^2 + AB^2 = a^2$

$AB^2 + 2AB^2 = 3\sqrt{3} \longrightarrow 3AB^2 = 3\sqrt{3} \longrightarrow \boxed{AB = 3} \quad AC = 3\sqrt{2}$

Scanned with CamScanner

س ۱۴)

$S = \frac{1}{2} \times$ قطر اول $\times$ قطر دوم $\times \sin\alpha$

$S = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 72$

س ۱۵) | بزرگترین زاویه روبروی بزرگترین ضلع است پس: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$(\sqrt{52})^2 = (4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2(4\sqrt{2})(2\sqrt{2})\cos\alpha$

$52 = 32 + 8 - 32\cos\alpha \qquad 12 = -32\cos\alpha \qquad \cos\alpha = -\frac{12}{32} = \frac{-3}{8}$

$\alpha = 112{,}52^\circ$
