

نام درس : حسابان	باسمه تالی منطقه ۱۶ تهران	تاریخ آزمون : ۱۰۳ / ۰۷
نام و نام خانوادگی :		مدت آزمون : ۱۰۰ دقیقه
کلاس و رشته : یازدهم ریاضی		نمره به عدد:
نام دبیر: خانم جواهری		نمره با حروف :
شماره صندلی :		امضای دبیر

شماره	صفحه	بارم
۱	در یک دنباله حسابی، مجموع ۵ جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟	۱
۲	اگر α و β ریشه های معادله $0 = 4x^2 - 12x + 1$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ را بدست آورید.	۱
۳	معادلات زیر را حل کنید. الف) $x(x^2 - 9)\sqrt{x - 2} = 0$ ب) $ x - 1 - 3 < 3$	۲
۴	ضابطه تابع وارون $f(x) = \frac{5x+1}{x-3}$ را بدست آورید.	۱
۵	اگر $g(x) = 2x - 1$ و $f \circ g(x) = \frac{x}{x-3}$ باشد، مقدار $f(3)$ را بدست آورید.	۱
۶	اگر $f = \{(1,2)(2,5)(3,1)\}$ و $g = \{(1,4)(2,3)(3,1)\}$ باشد، آنگاه $f \circ g$ را بدست آورید.	۱
۷	معادلات لگاریتمی زیر را رسم کنید. الف) $\log_5(2x - 1) + \log_5(3x - 5) = 1$ ب) $2 \log \sqrt{2x + 3} = \frac{1}{2} \log 49 - \log(2x - 3)$	۳
۸	حاصل عبارت های زیر را بدست آورید. الف) $\lim \frac{\tan(x - \frac{\pi}{2}) \cos(\frac{2\pi}{2} + x) - \sin^2(\frac{2\pi}{2} - x)}{\cos(x - \frac{\pi}{2}) \tan(\frac{2\pi}{2} + x)}$ ب) $\frac{\sin 160^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$ ($\tan 20^\circ = 0.36$)	۲

بارم	صفحه ۲ از ۲...۲.....	شماره
۲	<p>نمودار توابع زیر را رسم کنید.</p> <p>الف) $y = \Delta \cos x - 1$ ب) $y = \sin x + 2$ پ) $y = 3 \sin x - 1$</p>	۹
۴	<p>حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - x - 2 }{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{x+14} - 2x}$ $\frac{-2}{x+14-4x^2} \quad \frac{x^2-x-2}{-4x^2+x+14}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x }{ \sin x \sin x}$</p>	۱۰
۲	<p>تابع ضابطه $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x - 1 & , x > 1 \\ x - 1 & , x \leq 1 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x = 1$ پیوسته است؟</p>	۱۱
۲۰	موفق باشید ...	

مای درسی

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

① در یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول آن $\frac{1}{3}$ مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله ی دوم چند برابر جمله ی اول است؟

پاسخ:

فرمول محاسبه مجموع جملات دنباله حسابی: $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$

$S_5 = \frac{5}{2} (2a_1 + 4d) = 5a_1 + 10d \rightarrow$ مجموع ۵ جمله اول

$S_{10} = \frac{10}{2} (2a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d$ $S_{10} - S_5 = 5a_1 + 35d \rightarrow$ مجموع ۵ جمله ی دوم

$5a_1 + 10d = \frac{1}{3} (5a_1 + 35d)$

$15a_1 + 30d = 5a_1 + 35d$

$10a_1 = 5d$

$2a_1 = d$

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 2a_1}{a_1} = 3$

② اگر α و β ریشه های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ را به دست آورید.

مجموع ریشه ها $S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{12}{4} = 3$

$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$

پاسخ:

محضرب ریشه ها $P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$

$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{3+1} = 2$

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$

③ معادلات زیر را حل کنید.

$x(x^2-9)\sqrt{x-2} = 0$

(الف)

$x(x-3)(x+3)\sqrt{x-2} = 0$

غیر قابل قبول $x = 0$

پاسخ:

$x-2 \geq 0$
 $x \geq 2$

$x-3=0 \quad x=3 \checkmark$

$x+3=0 \quad x=-3 \times$ غیر قابل قبول

$\sqrt{x-2} = 0 \quad x=2 \checkmark$

$$|x-1|-3 < 3$$

(ب)

$$|x-1|-3 < 3 \rightarrow -3 < |x-1|-3 < 3 \rightarrow \underbrace{0 < |x-1| < 6}_{\text{پاسخ}}$$

با توجه به خواص قدر مطلق این بخش از نامعادله به ازای هر x به جز یک برقرار است.

$$|x-1| < 6 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 - 2x + 1 < 36 \quad x^2 - 2x - 35 < 0 \quad (x+5)(x-7) < 0$$

$$-5 < x < 7$$

$$\text{پاسخ نهایی} \rightarrow x \in (-5, 7) - \{1\}$$

(۴) ضابطه‌ی تابع وارون $f(x) = \frac{5x+1}{x-3}$ را به دست آورید.

پاسخ: برای به دست آوردن وارون تابع باید x را بر حسب y به دست آوریم.

$$y = \frac{5x-1}{x-3} \quad yx - 3y = 5x - 1 \quad yx - 5x = 3y - 1 \quad x(y-5) = 3y-1$$

$$x = \frac{3y-1}{y-5} \quad \xrightarrow{\text{برای نوشتن ضابطه نهایی } f^{-1} \text{ جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} \quad f^{-1}(x) = \frac{3x-1}{x-5} \quad (x \neq 5)$$

(۵) اگر $g(x) = 2x-1$ و $f \circ g(x) = \frac{x}{x-3}$ باشد، مقدار $f(3)$ را به دست آورید.

$$g(a) = 3 \quad 2a-1 = 3 \quad a = 2 \quad \text{پاسخ:}$$

$$f(3) = f(g(a)) = f(g(2)) = \frac{2}{2-3} = \boxed{-2}$$

(۶) اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,1)\}$ و $g = \{(1,4), (2,3), (3,1)\}$ باشد، آن گاه $f \circ g$ را به دست آورید.

$$D_{f \circ g} = \{x \in Dg \mid g(x) \in Df\} = \{2, 3\} \quad \text{پاسخ:}$$

$$f \circ g = \{(2,1), (3,2)\}$$

$$f(g(2)) = f(3) = 1 \quad f(g(3)) = f(1) = 2$$

⑦ معادلات لگاریتمی زیر را رسم کنید.

$$\log_{\Delta}(2n-1) + \log_{\Delta}(2n-5) = 1$$

(الف)

$$\log_{\Delta}(2n-1)(2n-5) = 1 \rightarrow \log_{\Delta}(2n-1)(2n-5) = \log_{\Delta} \Delta \rightarrow (2n-1)(2n-5) = \Delta$$

پاسخ:

$$\rightarrow 4n^2 - 2n - 10n + 5 = \Delta \quad 4n^2 - 12n = 0 \quad n(4n - 12) = 0$$

در دامنه نیست \times
در دامنه نیست \checkmark
 $n = \frac{12}{4} = 3$

$$2n-1 > 0 \rightarrow n > \frac{1}{2}, \quad 2n-5 > 0 \rightarrow n > \frac{5}{2} \Rightarrow n > \frac{5}{2}$$

بررسی دامنه:

$$2 \log \sqrt{2n+3} = \frac{1}{p} \log 49 - \log(2n-3)$$

(ب)

$$2 \log \sqrt{2n+3} = \frac{1}{p} \log 49 - \log(2n-3) \quad 2n+3 \geq 0 \rightarrow n \geq -\frac{3}{2} \quad 2n-3 > 0 \rightarrow n > \frac{3}{2}$$

پاسخ:

$$\log 2n+3 = \log 7 - \log(2n-3)$$

$$\log 2n+3 = \log \frac{7}{2n-3}$$

$$2n+3 = \frac{7}{2n-3}$$

$$4n^2 - 9 = 7$$

$$4n^2 - 16 = 0$$

$$4(n-2)(n+2) = 0$$

$n = 2 \checkmark$
 $n = -2 \times$
در دامنه نیست.

⑧ حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\frac{\tan\left(n - \frac{\pi}{p}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{p} + n\right) - \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{p} - n\right)}{\cos\left(n - \frac{\pi}{p}\right) \tan\left(\frac{2\pi}{p} + n\right)}$$

(الف)

$$\frac{-\tan\left(\frac{\pi}{p} - n\right) \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot (-\cot n)} = \frac{-\cot n \cdot \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot (-\cot n)}$$

پاسخ:

$$= \frac{-\frac{\cos n}{\sin n} \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot \left(-\frac{\cos n}{\sin n}\right)} = \frac{-\cos n + \cos^2 n}{-\cos n} = 1 - \cos^2 n = \sin^2 n$$

$$\frac{\sin 160^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$$

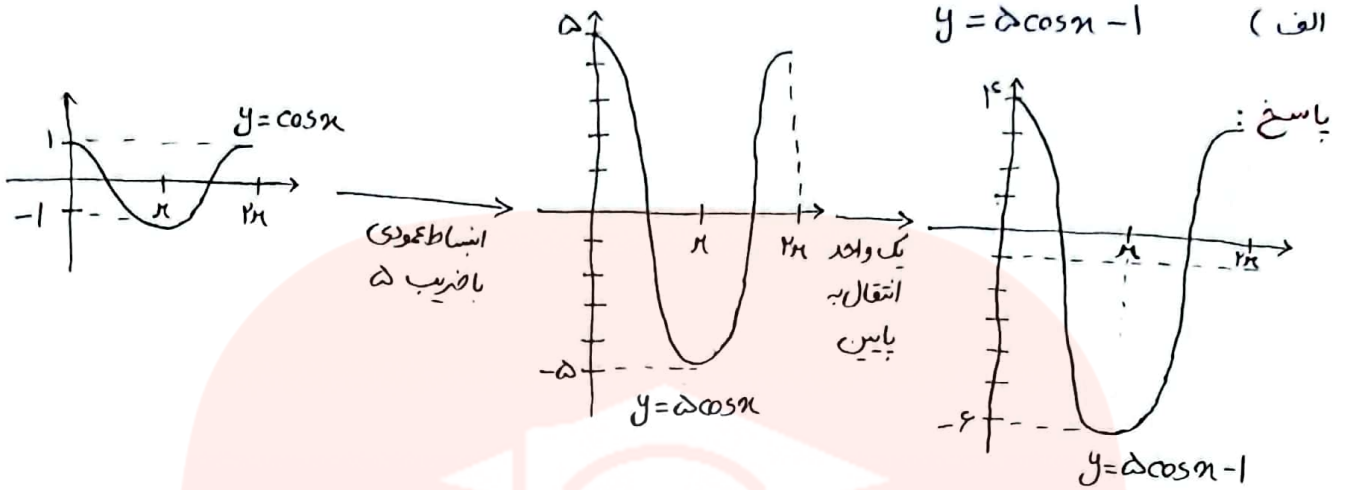
(ب)

$$\frac{\sin(180^\circ - 20^\circ) - \cos(180^\circ + 20^\circ)}{\cos(90^\circ + 20^\circ) + \sin(90^\circ - 20^\circ)} = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ} \xrightarrow[\text{تقسیم بر } \cos]{\text{صورت و مخرج}} \frac{\tan 20^\circ + 1}{1 - \tan 20^\circ} = \frac{1.36}{0.64}$$

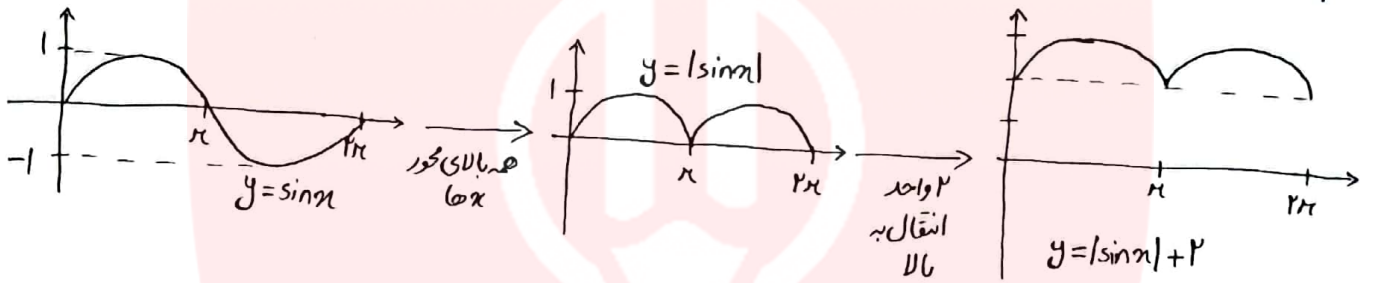
پاسخ:

۹) نمودار توابع زیر را رسم کنید.

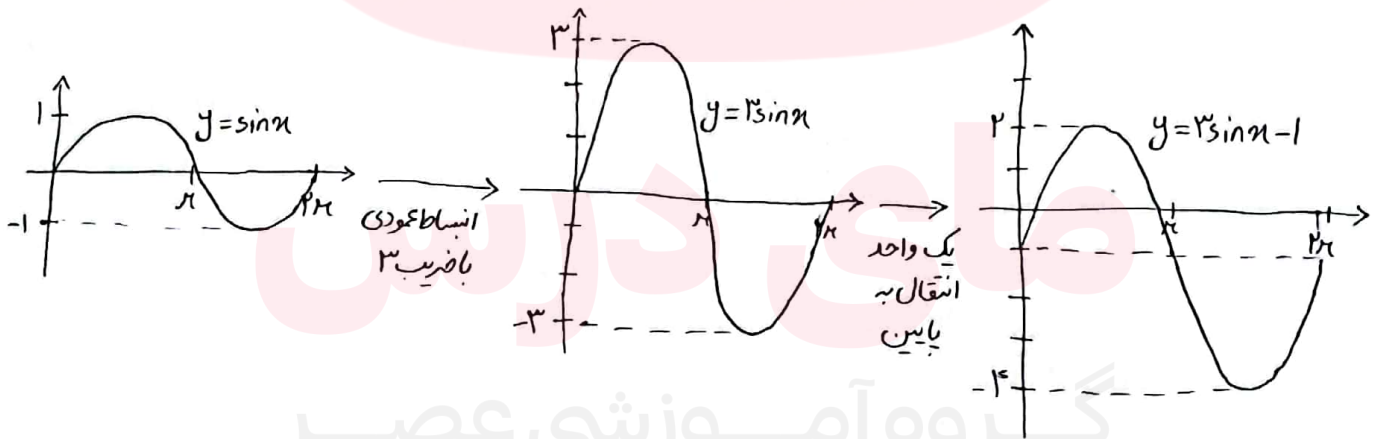
الف) $y = 5 \cos x - 1$



ب) $y = |\sin x| + 2$



ب) $y = 3 \sin x - 1$



۱۰) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$

یاسخ: $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|(x+1)(x-2)|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \times \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{2x + \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{4x^2 - x^2 - 12}$

$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{3(x+2)(x-2)} = \frac{-3 \times 1}{3 \times 4} = \boxed{-\frac{1}{4}}$

(ب)

$$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{n - \sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1} - 2n}$$

$$\lim_{n \rightarrow 2} \frac{n - \sqrt{n+2}}{\sqrt{n+1} - 2n} \times \frac{n + \sqrt{n+2}}{n + \sqrt{n+2}} \times \frac{\sqrt{n+1} + 2n}{\sqrt{n+1} + 2n} = \lim_{n \rightarrow 2} \frac{(n^2 - n - 2)(\sqrt{n+1} + 2n)}{(n+1 - 4n^2)(n + \sqrt{n+2})} \quad \text{پاسخ:}$$

$$= \lim_{n \rightarrow 2} \frac{(n+1)(n-2)(\sqrt{n+1} + 2n)}{-(n-2)(4n+1)(n + \sqrt{n+2})} = \frac{3 \times 1 \times 3}{-1 \times 9 \times 3} = \boxed{-\frac{1}{9}}$$

(پ)

$$\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(n + \frac{\pi}{4})}{\cos n - \sin n}$$

$$\star \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\lim_{n \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \cos n - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin n}{\cos n - \sin n} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{پاسخ:}$$

پاسخ:

(ت)

$$\lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - |\cos n|}{|\sin n| \sin n}$$

$$\lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos n}{-\sin^2 n} = \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos n}{-(1 - \cos^2 n)} = \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos n}{-(1 + \cos n)(1 - \cos n)} \quad \text{پاسخ:}$$



$$= \lim_{n \rightarrow 0^-} \frac{1}{-(1 + \cos n)} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

تابع ضابطه‌ی (11) $f(n) = \begin{cases} \frac{2n^2 - n - 1}{n - 1} & n > 1 \\ an - a + 3 & n \leq 1 \end{cases}$ برای $n=1$ پیوسته است؟

پاسخ: برای این که تابع در $n=1$ پیوسته باشد باید مقدار حد راست و چپ تابع در $n=1$ برابر باشند.

$$f(1) = a - a + 3 = 3$$

$$\lim_{n \rightarrow 1^-} f(n) = a - a + 3 = 3$$

$$\lim_{n \rightarrow 1^+} f(n) = \lim_{n \rightarrow 1^+} \frac{(n-1)(2n+1)}{(n-1)} = 3$$

\Rightarrow پس این تابع به ازای هر مقدار a در $n=1$ پیوسته است.

① در یک دنباله حسابی مجموع ۵ جمله اول آن $\frac{1}{3}$ مجموع ۵ جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

پاسخ: $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$ فرمولی است که مجموع جمله‌های دنباله حسابی را می‌دهد.

$$S_5 = \frac{5}{2} (2a_1 + 4d) = 5a_1 + 10d \rightarrow \text{مجموع ۵ جمله اول}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d \quad S_{10} - S_5 = 5a_1 + 35d \rightarrow \text{مجموع ۵ جمله دوم}$$

$$5a_1 + 10d = \frac{1}{3} (5a_1 + 35d)$$

$$15a_1 + 30d = 5a_1 + 35d$$

$$10a_1 = 5d$$

$$2a_1 = d$$

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 2a_1}{a_1} = 3$$

② اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 12x + 1 = 0$ باشند، مقدار $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ را بدست آورید.

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{12}{4} = 3$$

$$P = \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{3+1} = 2$$

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

③ معادلات زیر را حل کنید.

$$x(x^2 - 9)\sqrt{x-2} = 0$$

(الف)

$$x(x-3)(x+3)\sqrt{x-2} = 0$$

$$x-2 \geq 0$$

$$x \geq 2$$

غیر قابل قبول $x=0$

$$x-3=0 \quad x=3 \checkmark$$

غیر قابل قبول $x=-3$

$$\sqrt{x-2}=0 \quad x=2 \checkmark$$

پاسخ:

$$|n-1-3| < 3 \quad \text{ب}$$

$$|n-1-3| < 3 \rightarrow -3 < |n-1-3| < 3 \rightarrow \underbrace{0 < |n-1| < 6}_{\text{پاسخ:}}$$

با توجه به خواص قدر مطلق این بخش از نامعادله به ازای هر n به جز یک برقرار است.

$$|n-1| < 6 \xrightarrow{\text{توان } 2} n^2 - 2n + 1 < 36 \quad n^2 - 2n - 35 < 0 \quad (n+5)(n-7) < 0$$

$$-5 < n < 7$$

$$\text{پاسخ نهایی} \rightarrow n \in (-5, 7) - \{1\}$$

۴ ضابطه‌ی تابع وارون $f(n) = \frac{5n+1}{n-3}$ را به دست آورید.

پاسخ: برای به دست آوردن وارون تابع باید n را بر حسب y به دست آوریم.

$$y = \frac{5n-1}{n-3} \quad yn - 3y = 5n - 1 \quad yn - 5n = 3y - 1 \quad n(y-5) = 3y - 1$$

$$n = \frac{3y-1}{y-5} \xrightarrow{\text{بلی نوشتن ضابطه نهایی } f^{-1} \text{ جای } n \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} f^{-1}(n) = \frac{3n-1}{n-5} \quad (n \neq 5)$$

۵ اگر $g(n) = 2n-1$ و $f \circ g(n) = \frac{n}{n-3}$ باشد، مقدار $f(3)$ را به دست آورید.

$$g(a) = 3 \quad 2a-1 = 3 \quad a = 2 \quad \text{پاسخ:}$$

$$f(3) = f(g(a)) = f(g(2)) = \frac{2}{2-3} = \overline{-2}$$

۶ اگر $f = \{(1,2), (2,5), (3,1)\}$ و $g = \{(1,4), (2,3), (3,1)\}$ باشد، آن گاه $f \circ g$ را به دست آورید.

$$D_{f \circ g} = \{n \in D_g \mid g(n) \in D_f\} = \{2, 3\} \quad \text{پاسخ:}$$

$$f \circ g = \{(2, 1), (3, 2)\}$$

$$f(g(2)) = f(1) = 2$$

$$f(g(3)) = f(1) = 2$$

⑦ معادلات لگاریتمی زیر را رسم کنید.

الف) $\log_5(2n-1) + \log_5(3n-5) = 1$

پاسخ: $\log_5(2n-1)(3n-5) = 1 \rightarrow \log_5(2n-1)(3n-5) = \log_5 5 \rightarrow (2n-1)(3n-5) = 5$

در دامنه نیست x \rightarrow $6n^2 - 13n = 0$ $n(6n-13) = 0$
 $\rightarrow 6n^2 - 13n - 10n + 5 = 5$ $n = 0$ \checkmark
 $n = \frac{13}{6}$ \checkmark

بررسی دامنه: $2n-1 > 0 \rightarrow n > \frac{1}{2}$, $3n-5 > 0 \rightarrow n > \frac{5}{3} \Rightarrow n > \frac{5}{3}$

ب) $2 \log \sqrt{2n+3} = \frac{1}{4} \log 16 - \log(2n-3)$

پاسخ: $2 \log \sqrt{2n+3} = \frac{1}{4} \log 16 - \log(2n-3)$ $2n+3 \geq 0 \rightarrow n \geq -\frac{3}{2}$ $2n-3 > 0 \rightarrow n > \frac{3}{2}$

$\log 2n+3 = \log 4 - \log(2n-3)$

$\log 2n+3 = \log \frac{4}{2n-3}$

$2n+3 = \frac{4}{2n-3}$

$4n^2 - 9 = 4$

$4n^2 - 16 = 0$

$4(n-2)(n+2) = 0$ $n = 2$ \checkmark
 $n = -2$ \times
 در دامنه نیست.

⑧ حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{\tan(n - \frac{\pi}{4}) \cos(\frac{3\pi}{4} + n) - \sin^2(\frac{\sqrt{\pi}}{4} - n)}{\cos(n - \frac{\pi}{4}) \tan(\frac{3\pi}{4} + n)}$

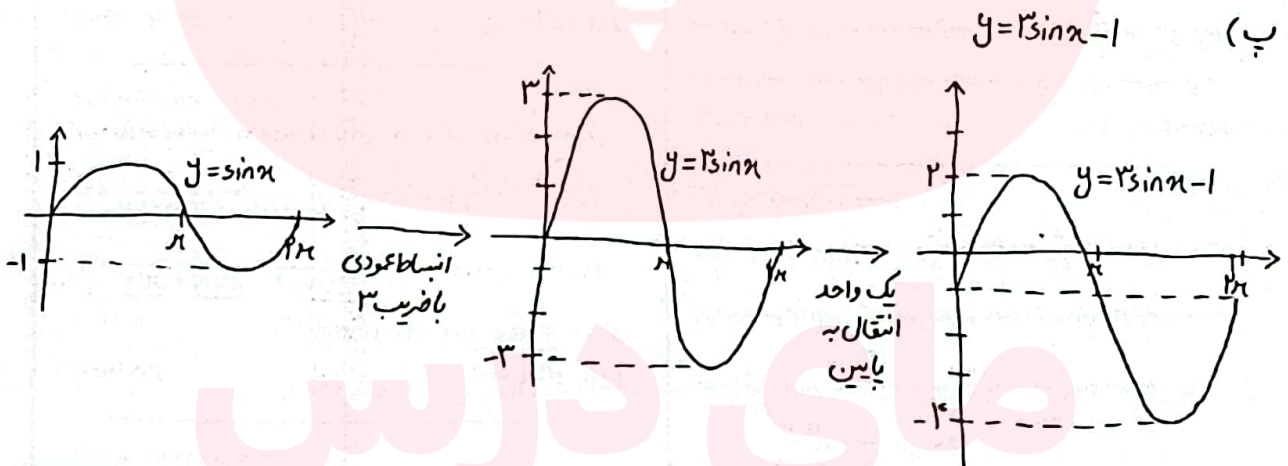
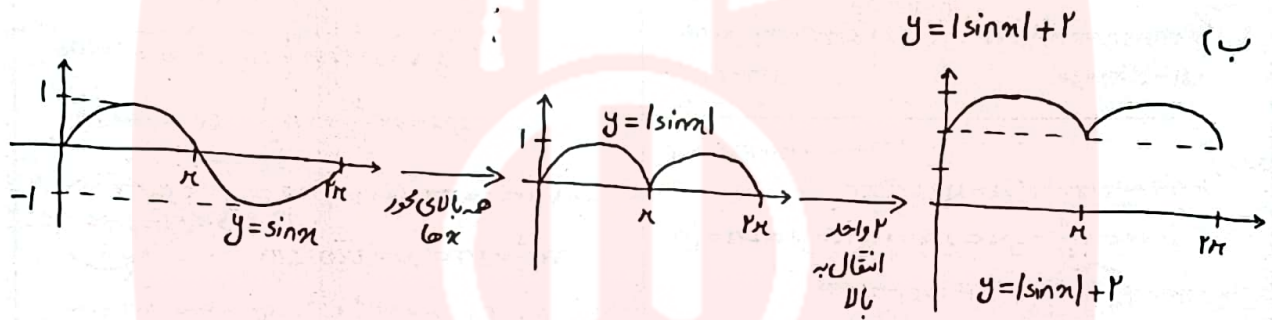
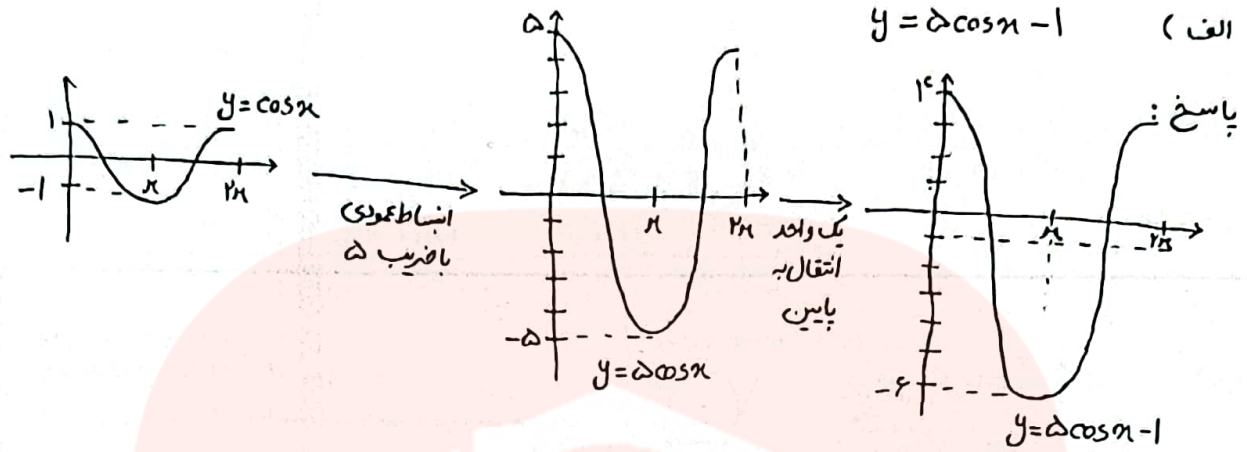
پاسخ: $\frac{-\tan(\frac{\pi}{4} - n) \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot (-\cot n)} = \frac{-\cot n \cdot \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot (-\cot n)}$

$= \frac{-\frac{\cos n}{\sin n} \sin n + \cos^2 n}{\sin n \cdot (-\frac{\cos n}{\sin n})} = \frac{-\cos n + \cos^2 n}{-\cos n} = 1 - \cos^2 n = \sin^2 n$

ب) $\frac{\sin 160^\circ - \cos 20^\circ}{\cos 110^\circ + \sin 70^\circ}$

پاسخ: $\frac{\sin(180-20) - \cos(180+20)}{\cos(90+20) + \sin(90-20)} = \frac{\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ}$
 صورت وخرج تقسیم بر $\cos 20^\circ$ $\rightarrow \frac{\tan 20^\circ + 1}{1 - \tan 20^\circ} = \frac{1.36}{0.64}$

۹) نمودار توابع زیر را رسم کنید.



۱۰) حاصل عبارت های زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}}$

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|(x+1)(x-2)|}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} \times \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{2x + \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{4x^2 - x^2 - 12}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x+1)(x-2)(2x + \sqrt{x^2 + 12})}{3(x+2)(x-2)} = \frac{-3 \times 1}{3 \times 4} = \boxed{-\frac{1}{4}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 2x}$$

(ب)

پاسخ: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 2x} \times \frac{x + \sqrt{x+1}}{x + \sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x+1} + 2x}{\sqrt{x+1} + 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - x - 2)(\sqrt{x+1} + 2x)}{(x+1 - 4x^2)(x + \sqrt{x+1})}$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)(x-2)(\sqrt{x+1} + 2x)}{-(x-2)(4x+1)(x + \sqrt{x+1})} = \frac{3 \times 1 \times 2}{-1 \times 9 \times 2} = \boxed{-\frac{1}{3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos(x + \frac{\pi}{4})}{\cos x - \sin x}$$

(پ)

* $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x}{\cos x - \sin x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

پاسخ:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - |\cos x|}{|\sin x| \sin x}$$

(ت)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{-\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{-(1 - \cos^2 x)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{-(1 + \cos x)(1 - \cos x)}$$



پاسخ:

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{-(1 + \cos x)} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

تابع ضابطه‌ی 11 $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1} & x > 1 \\ ax - a + 3 & x \leq 1 \end{cases}$ برای $x=1$ پیوسته است؟

پاسخ: برای این تابع در $x=1$ پیوسته باشد باید مقدار حد راست و چپ تابع در $x=1$ برابر باشند.

$$f(1) = a - a + 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a - a + 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(2x+1)}{(x-1)} = 3$$

پس این تابع به ازای هر مقدار a در $x=1$ پیوسته است.