

نام درس: آمار و احتمال
پایه: یازدهم
رشته: ریاضی و فیزیک
نام و نام خانوادگی:
کلاس:
نام دبیر: دریانی

استان البرز
ناحیه چهار کرج
نوبت دوم خرداد ماه
مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه
تاریخ امتحان:
ساعت:
شماره داوطلب:

تذکر: پاسخ سؤالات را با استفاده از خودکار مشکی یا آبی در پاسخنامه بنویسید.

بارم

ردیف

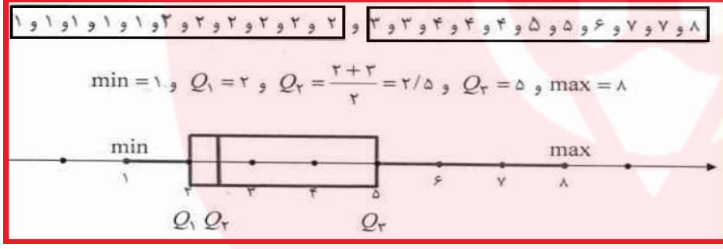
ردیف	بارم	سؤال
۱	۰,۵ ۰,۵ ۰,۵ ۰,۵	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) عکس نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ برابر است با ب) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، گوئیم A و B هستند. ج) داده ای که بیشترین فراوانی را داشته باشد، نام دارد. د) اگر یک روش نمونه گیری از نمونه گیری ایده آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند می گویند آن روش نمونه گیری است.</p>
۲	۰,۵ ۰,۵ ۰,۵	<p>گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>۱) کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ الف) $\emptyset = \{\emptyset\}$ ب) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ج) $\emptyset \notin \{\emptyset\}$ د) $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$</p> <p>۲) دو پیشامد A و B مستقل اند اگر و تنها اگر <input type="checkbox"/> الف) $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ <input type="checkbox"/> ب) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ <input type="checkbox"/> ج) $P(A \cap B) = P(A) / P(B)$ <input type="checkbox"/> د) $P(A \cap B) = P(A) \times P(A B)$</p> <p>۳) کدام یک از موارد زیر در نمودار جعبه ای نشان داده نمی‌شود؟ <input type="checkbox"/> الف) میانه <input type="checkbox"/> ب) بیشترین داده <input type="checkbox"/> ج) چارک اول <input type="checkbox"/> د) میانگین</p> <p>۴) نوعی نمونه گیری طبقه ای است که در آن اندازه طبقات باهم برابر است. <input type="checkbox"/> الف) نمونه گیری احتمالی <input type="checkbox"/> ب) نمونه گیری خوشه ای <input type="checkbox"/> ج) نمونه گیری سامانمند <input type="checkbox"/> د) نمونه گیری ساده</p>
۳	۱ ۱ ۱ ۱	<p>عبارت‌های زیر را تعریف کنید.</p> <p>الف) افزایش یک مجموعه: ب) احتمال غیر هم شانس ج) انحراف معیار داده‌ها د) متغیر کیفی</p>

۱	<p>جدول زیر را کامل کنید.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>ارزش $(p \wedge q)$</td> <td>ارزش $(p \Rightarrow q)$</td> <td>ارزش q</td> <td>ارزش p</td> <td>گزاره q</td> <td>گزاره p</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>عدد ۲ زوج است.</td> </tr> </table>	ارزش $(p \wedge q)$	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p	د					عدد ۲ زوج است.	۴
ارزش $(p \wedge q)$	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p									
د					عدد ۲ زوج است.									
۰,۵	<p>ثابت کنید برای سه مجموعه دلخواه A، B و C از مجموعه مرجع U داریم: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$</p>	۵												
۰,۵	<p>عبارت زیر را ساده کنید.</p> $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$	۶												
۱	<p>در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده‌ی هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده، کمتر از ۴ باشد را تعیین کنید.</p>	۷												
۱	<p>در کیسه ای ۱ گوی سبز، ۳ گوی سفید و ۲ گوی قرمز است. از کیسه دو گوی به ترتیب و بدون جای گذاری خارج می‌کنیم. احتمال اینکه گوی اول سبز و گوی دوم سفید باشد، چقدر است؟</p>	۸												
۱	<p>دو ظرف داریم. در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی برمی داریم و بدون مشاهده آن را به ظرف دوم منتقل می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می‌آوریم؛ با چه احتمالی این مهره سبز است؟</p>	۹												
۱	<p>یک سکه و دو تاس به طور همزمان پرتاب می‌شوند. احتمال اینکه سکه، رو و هر دو تاس عدد ۶ را نشان دهند، چقدر است؟</p>	۱۰												

۰,۵	۱۱	اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه خونی O، ۰,۴ باشد و مجموع فراوانی های همه ی گروه های خونی برابر ۲۰ در نظر گرفته شود. فراوانی گروه خونی O چه عددی است؟
۱	۱۲	تعداد حمله های یک تیم فوتبال در شش مسابقه گذشته به صورت ۴۳، ۴۲، ۴۵، ۴۴، ۴۸ باشد. میانگین تعداد حملات این تیم در شش بازی گذشته را به دست آورید؟ میانه ی این داده ها چه عددی است؟
۱,۵	۱۳	فرض کنید ۲۲ بوته گل قرمز را انتخاب و تعداد گل های هر بوته را شمرده ایم و نتایج زیر به دست آمده است: ۲، ۱، ۵، ۵، ۲، ۲، ۲، ۳، ۱، ۱، ۱، ۲، ۴، ۷، ۱، ۴، ۶، ۸، ۳، ۴، ۷ نمودار جعبه ای را برای این داده ها رسم کنید.
۱	۱۴	اگر ضریب تغییرات ۱۰ داده ۲ باشد و میانگین آن ۴، واریانس داده ها را به دست آورید.
۱	۱۵	کدام روش گردآوری داده ها برای موارد زیر مناسب است؟ یک دلیل برای انتخاب خود ذکر کنید. الف) میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه ی برخورد و رسیدگی به درخواست های آنها. ب) تعداد سرنشینان خودروهای سواری در یکی از محور های خروجی شهر.
۰,۵	۱۶	طول فاصله ی اطمینان، برابر تفاضل حد بالا و پایین بازه ی اطمینان است. الف) اگر در فرمول بازه اطمینان اندازه ی نمونه افزایش یابد، طول فاصله ی اطمینان می یابد. چرا؟ ب) اگر در فرمول بازه اطمینان انحراف معیار جامعه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان می یابد. چرا؟
		موفق باشید

<p>۰,۵ ۰,۵ ۰,۵ ۰,۵</p>	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) عکس نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ برابر است با $\sim q \Rightarrow \sim p$.</p> <p>ب) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، گوییم A و B ناسازگار هستند.</p> <p>ج) داده ای که بیشترین فراوانی را داشته باشد، مد یا نما نام دارد.</p> <p>د) اگر یک روش نمونه گیری از نمونه گیری ایده آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند می گویند آن روش نمونه گیری اریب است.</p>
<p>۰,۵ ۰,۵ ۰,۵</p>	<p>گزینه‌ی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>۱) کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟ گزینه ب</p> <p>الف) $\emptyset = \{\emptyset\}$ ب) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ج) $\emptyset \notin \{\emptyset\}$ د) $\{\emptyset\} \in \{\emptyset\}$</p> <p>۲) دو پیشامد A و B مستقل اند اگر و تنها اگر</p> <p>الف) $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ ب) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ <input checked="" type="checkbox"/> ب</p> <p>ج) $P(A \cap B) = P(A) / P(B)$ د) $P(A \cap B) = P(A) \times P(A B)$ <input type="checkbox"/> د</p> <p>۳) کدام یک از موارد زیر در نمودار جعبه ای نشان داده نمی‌شود؟</p> <p>الف) <input type="checkbox"/> میانه ب) <input type="checkbox"/> بیشترین داده ج) <input type="checkbox"/> چارک اول د) <input checked="" type="checkbox"/> میانگین</p> <p>۴) نوعی نمونه گیری طبقه ای است که در آن اندازه طبقات باهم برابر است.</p> <p>الف) <input type="checkbox"/> نمونه گیری احتمالی ب) <input type="checkbox"/> نمونه گیری خوشه ای ج) <input checked="" type="checkbox"/> نمونه گیری سامانمند د) <input type="checkbox"/> نمونه گیری ساده</p>
<p>۱ ۱ ۱ ۱</p>	<p>عبارت‌های زیر را تعریف کنید.</p> <p>الف) افراز یک مجموعه: فرض کنیم $A \neq \emptyset$ یک مجموعه و A_1, \dots, A_n زیر مجموعه های آن باشند. مجموعه ای A به n زیر مجموعه افراز شده است هر گاه سه شرط زیر برقرار باشند:</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; width: fit-content;"> <p>I) $\forall 1 \leq i \leq n; A_i \neq \emptyset$ II) $\forall i, j (i \neq j; A_i \cap A_j = \emptyset)$ III) $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i = A$</p> </div> <p>ب) احتمال غیر هم شانس: هرگاه حداقل دو پیشامد ساده از فضای نمونه ای $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ احتمال نابرابر داشته باشند، S را فضای نمونه ای با احتمال غیرهم شانس می گوئیم.</p> <p>ج) انحراف معیار داده‌ها: اگر n داده از جامعه به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، انحراف آنها را با نماد σ نشان می دهیم که به صورت زیر محاسبه می شود:</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 5px; width: fit-content;"> $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$ </div> <p>د) متغیر کیفی: متغیری است که صرفاً برای دسته بندی افراد یا اشیا در گروه ها به کار می رود و لزوماً مقدار عددی نمی گیرد.</p>

۱	<p>جدول زیر را کامل کنید.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>ارزش $(p \wedge q)$</td> <td>ارزش $(p \Rightarrow q)$</td> <td>ارزش q</td> <td>ارزش p</td> <td>گزاره q</td> <td>گزاره p</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>گزاره درست</td> <td>عدد ۲ زوج است.</td> </tr> </table>	ارزش $(p \wedge q)$	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p	د	د	د	د	گزاره درست	عدد ۲ زوج است.	۴
ارزش $(p \wedge q)$	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p									
د	د	د	د	گزاره درست	عدد ۲ زوج است.									
۰,۵	<p>ثابت کنید برای سه مجموعه دلخواه A، B و C از مجموعه مرجع U داریم:</p> $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$A \cup (B \cup C) = \{x \in U \mid \dots \vee x \in (B \cup C)\}$</td> <td style="padding: 5px;">تعریف اجتماع</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$= \{x \in U \mid x \in A \vee (x \in B \vee \dots)\}$</td> <td style="padding: 5px;">تعریف اجتماع</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$= \{x \in U \mid (\dots \vee x \in B) \vee x \in C\}$</td> <td style="padding: 5px;">شرکت پذیری «\vee»</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$= \{x \in U \mid x \in (\dots) \vee x \in C\}$</td> <td style="padding: 5px;">تعریف اجتماع</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$= (A \cup B) \cup C$</td> <td style="padding: 5px;">تعریف اجتماع</td> </tr> </table>	$A \cup (B \cup C) = \{x \in U \mid \dots \vee x \in (B \cup C)\}$	تعریف اجتماع	$= \{x \in U \mid x \in A \vee (x \in B \vee \dots)\}$	تعریف اجتماع	$= \{x \in U \mid (\dots \vee x \in B) \vee x \in C\}$	شرکت پذیری « \vee »	$= \{x \in U \mid x \in (\dots) \vee x \in C\}$	تعریف اجتماع	$= (A \cup B) \cup C$	تعریف اجتماع	۵		
$A \cup (B \cup C) = \{x \in U \mid \dots \vee x \in (B \cup C)\}$	تعریف اجتماع													
$= \{x \in U \mid x \in A \vee (x \in B \vee \dots)\}$	تعریف اجتماع													
$= \{x \in U \mid (\dots \vee x \in B) \vee x \in C\}$	شرکت پذیری « \vee »													
$= \{x \in U \mid x \in (\dots) \vee x \in C\}$	تعریف اجتماع													
$= (A \cup B) \cup C$	تعریف اجتماع													
۰,۵	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = [(A \cup B) \cap A'] \cup (A \cap B)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$= [(A \cap A') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B)$</td> <td style="padding: 5px;">$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$= (B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B$</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table>	$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = [(A \cup B) \cap A'] \cup (A \cap B)$		$= [(A \cap A') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B)$	$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$	$= (B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B$		۶						
$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = [(A \cup B) \cap A'] \cup (A \cap B)$														
$= [(A \cap A') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B)$	$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B)$													
$= (B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B$														
۱	<p>در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد، متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال اینکه عدد مشاهده شده، کمتر از ۴ باشد را تعیین کنید.</p> <p>$P(1) = x, P(2) = 2x, P(3) = 3x, P(4) = 4x, P(5) = 5x, P(6) = 6x$</p> <p>$\Rightarrow x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{21}$</p> <p>$\Rightarrow P(\{1, 2, 3\}) = P(1) + P(2) + P(3) = x + 2x + 3x = 6x = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$</p>	۷												
۱	<p>در کیسه ای ۱ گوی سبز، ۳ گوی سفید و ۲ گوی قرمز است. از کیسه دو گوی به ترتیب و بدون جای گذاری خارج می‌کنیم. احتمال اینکه گوی اول سبز و گوی دوم سفید باشد، چقدر است؟ پیشامد سبز بودن گوی اول را A و پیشامد سفید بودن گوی دوم را B می‌نامیم. در این صورت، آنچه خواسته شده $P(A \cap B)$ است. با توجه به قانون ضرب احتمال باید $P(A)$ و $P(B A)$ را به دست آوریم. در ابتدا ۶ گوی در کیسه است که یکی از آنها سبز است. پس $P(A) = 1/6$. برای محاسبه $P(B A)$ توجه کنید که بعد از خارج کردن گوی اول، با این شرط که آن گوی سبز باشد، ۵ گوی در کیسه مانده که ۳ تا از آنها سفید است، در نتیجه $P(B A) = 3/5$</p> <p>پس $P(A \cap B) = 1/6 \times 3/5 = .1$</p>	۸												
۱	<p>دو ظرف داریم. در اولی ۴ مهره سبز و ۳ مهره قرمز و در دومی ۳ مهره سبز و ۵ مهره قرمز وجود دارد. از ظرف اول یک مهره به طور تصادفی برمی‌داریم و بدون مشاهده آن را به ظرف دوم منتقل می‌کنیم. اکنون یک مهره از ظرف دوم بیرون می‌آوریم؛ با چه احتمالی این مهره سبز است؟ پیشامد اینکه مهره برداشته شده از ظرف اول سبز باشد را $G1$، قرمز بودن آن را با $R1$، پیشامد سبز بودن مهره برداشته شده از ظرف دوم را با $G2$ و قرمز بودن آن را با $R2$ نمایش می‌دهیم. پس داریم:</p> $P = 4/7 \times 4/9 + 3/7 \times 3/9 = 25/63$	۹												
۱	<p>یک سکه و دو تاس به طور همزمان پرتاب می‌شوند. احتمال اینکه سکه، رو و هر دو تاس عدد ۶ را نشان دهند، چقدر است؟ پیشامد رو بودن سکه را با A و پیشامد ۶ آمدن هر دو تاس را با B نمایش می‌دهیم. واضح است که این دو پیشامد مستقل از یکدیگرند، پس احتمال رخ دادن هر دو با هم برابر است با: $P(A) = 1/2$ و $P(B) = 1/36$</p> <p>$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 1/2 \times 1/36 = 1/72$</p>	۱۰												

۰,۵	۱۱	اگر فراوانی نسبی مربوط به گروه خونی O، ۰,۴ باشد و مجموع فراوانی های همه ی گروه های خونی برابر ۲۰ در نظر گرفته شود. فراوانی گروه خونی O چه عددی است؟ $f_0 = 0,4$ و $f_0 = 0,4$ و $FO / 20 = 4,0$ پس داریم $FO = 8$
۱	۱۲	تعداد حمله های یک تیم فوتبال در شش مسابقه گذشته به صورت ۴۳، ۴۵، ۴۲، ۴۵، ۴۴، ۴۸ باشد. میانگین تعداد حملات این تیم در شش بازی گذشته را به دست آورید؟ میانه ی این داده ها چه عددی است؟ $\bar{x} = \frac{48 + 45 + 44 + 45 + 42 + 43}{6} = \frac{267}{6} = 44,5$ برای بدست آوردن میانه اول داده ها را مرتب می کنیم. ۴۸، ۴۵، ۴۵، ۴۴، ۴۳، ۴۲. چون تعداد داده ها زوج است، میانه برابر است با میانگین دو عدد وسط: $(44+45) / 2 = 44,5$
۱,۵	۱۳	فرض کنید ۲۲ بوته گل قرمز را انتخاب و تعداد گل های هر بوته را شمرده ایم و نتایج زیر به دست آمده است: ۲، ۱، ۵، ۵، ۲، ۲، ۲، ۲، ۳، ۱، ۱، ۱، ۲، ۴، ۷، ۱، ۴، ۶، ۸، ۳، ۴، ۷ نمودار جعبه ای را برای این داده ها رسم کنید. 
۱	۱۴	اگر ضریب تغییرات ۱۰ داده ۲ باشد و میانگین آن ۴، واریانس داده ها را به دست آورید. $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 2 = \frac{\sigma}{4} \rightarrow \sigma = 8 \rightarrow \sigma^2 = 64$
۱	۱۵	کدام روش گردآوری داده ها برای موارد زیر مناسب است؟ یک دلیل برای انتخاب خود ذکر کنید. الف) میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه ی برخورد و رسیدگی به درخواست های آنها. مصاحبه، متغیر رضایت مندی تنها با مصاحبه قابل اندازه گیری است. ب) تعداد سرنشینان خودروهای سواری در یکی از محور های خروجی شهر. مشاهده، برای جمع آوری این داده نیازی به نظر سرنشین خودرو نداریم.
۰,۵	۱۶	طول فاصله ی اطمینان، برابر تفاضل حد بالا و پایین بازه ی اطمینان است. الف) اگر در فرمول بازه اطمینان اندازه ی نمونه افزایش یابد، طول فاصله ی اطمینان کاهش می یابد. چرا؟ زیرا دقت برآورد افزایش می یابد. ب) اگر در فرمول بازه اطمینان انحراف معیار جامعه افزایش یابد، طول فاصله اطمینان افزایش می یابد. چرا؟ زیرا دقت برآورد کاهش می یابد.
موفق باشید		