

ش سندلی(ش داوطلب):

متوسطه ۲ نیمسال دوم

ساعت امتحان : صبح

زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه

پایه: یازدهم

رشته: ریاضی

نام و نام خانوادگی:

نام دبیر:

سال تحصیلی:

سوال امتحان درس: حسابان ۱

باز

۱. درستی یا نادرستی هر یک را مشخص کنید.(۵.نمره)

الف. اگر دامنه و برد دو تابع برابر باشند، دو تابع با هم برابرند.

ب. اگر تابعی، در نقطه ای، هم از چپ و هم از راست پیوسته باشد، در آن نقطه پیوسته است.

۲. جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.(۵.نمره)

الف. حاصل $[-\sqrt{7}]$ برابر..... است.ب. حاصل $\log_{\sqrt{2}} 8$ برابر است.

۳. مجموع بیست جمله اول در دنباله زیر چیست؟(نمره)

۳,۵,۷,۹,....

۴. معادله زیر را حل کنید. (نمره)

$$\sqrt{2x+1} + x = 7$$

۵. معادله زیر را حل کنید. (نمره)

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 2x + 1$$

www.my-dars.ir

۶. معادله عمود منصف پاره خطی را بنویسید که دو سر آن $A(-1,2)$, $B(3,6)$ باشند. (نمره)

۷. نمودار تابع زیر را رسم کنید، برد آن را مشخص کنید. (انمره)

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x} & , x < 0 \\ \sqrt{x} & , x > 0 \end{cases}$$

۸. در صورت وارون پذیری ضابطه تابع وارون را بیابید و دامنه آن را مشخص کنید. (انمره)

$$y = -|x - 1| + 1, x \geq 2$$

۹. اگر $f = \{(2,3), (3,7)\}$, $g = \{(3,0), (7,2)\}$ هر یک از موارد زیر را مشخص کنید. (انمره)

الف. $f + f^{-1}$

ب. $f \circ g$

۱۰. نیمه عمر عنصری رادیواکتیو ۱۳ سال است. اگر ۲۰ میلی گرم از آن در اختیار داشته باشیم، پس از هفت سال چه مقدار از آن باقی می ماند؟ (انمره)

۱۱. نمودار تابع $y = -1 + \log_2 x$ را رسم کنید. (انمره)

۱۲. معادله زیر را حل کنید. (انمره)

$$\log x + \log(x + 3) = 1$$

۱۳. اندازه طول کمان روبرو به زاویه 100° در دایره به شعاع ۵ چیست؟ (۰.۷۵ نمره)

۱۴. مقدار عددی هر یک از موارد زیر را بیابید. (۲۵.نمره)

الف. $\sin 300^\circ$

ب. $\tan \frac{-7\pi}{3}$

۱۵. اگر α زاویه ای در ناحیه دوم باشد و $\tan \alpha = -2$ حاصل $\cos 2\alpha$ چیست؟ (۱.نمره)

۱۶. مقدار $\sin 75^\circ$ را بیابید. (۱.نمره)

۱۷. حاصل هر یک از حد های زیر را بیابید. (۴.نمره)

الف. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-1}{x+1}$

ب. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+x}{1-x^2}$

پ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$

ت. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{3x-3}$

۱۸. نمودار تابعی را رسم کنید که در یک همسایگی عدد ۲ تعریف شده حد های چپ و راست داشته باشد ولی در آن حد نداشته باشد. (۵.نمره)

۱۹. نمودار تابعی را رسم کنید که در تعریف شده باشد ، در دو نقطه ناپیوسته باشد. (۵.نمره)

① الف) نادرست - ضابطی دوتابع هم باید یکسان باشند.

ب) درست

② الف) $[-\sqrt{7}] = -3 \iff -3 < -\sqrt{7} < -2$

ب) $\log \sqrt[2]{2^3} = \log \frac{2^3}{2^{\frac{1}{2}}} = 2 \times 3 \log 2 = 6$

③ $S_n = \frac{n}{p} (2a_1 + (n-1)d)$ فرمول محاسبه مجموع جملات دنباله حسابی

$S_{20} = \frac{20}{2} (2 \times 3 + (20-1) \times 2) = 10 \times (6 + 38) = 440$

④ $\sqrt{2n+1} + n = 7 \quad 2n+1 \geq 0 \quad n \geq -\frac{1}{2}$ شرط دامنه:

$\sqrt{2n+1} = 7 - n \quad 7 - n \geq 0 \quad n \leq 7$

دوطرف
به توان
۲

$2n+1 = n^2 - 14n + 49 \quad n^2 - 16n + 48 = 0 \quad (n-4)(n-12) = 0$

$\begin{cases} n=4 \checkmark \\ n=12 \times \end{cases}$ در دامنه نیست

⑤ $\sqrt{n^2 - 2n + 1} = 2n + 1 \quad 2n+1 \geq 0 \quad n \geq -\frac{1}{2}$

$\sqrt{(n+1)^2} = 2n+1$

$|n+1| = 2n+1 \xrightarrow{n \geq -\frac{1}{2}} n+1 = 2n+1 \quad \boxed{n=0}$

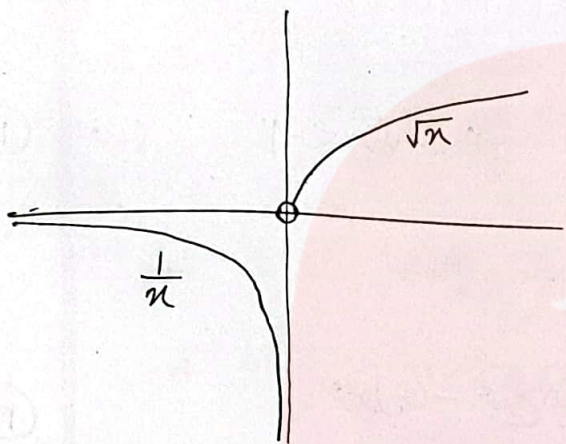
⑥ AB نقطه وسط پاره خط $M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{3-1}{2}, \frac{6+2}{2} \right) = (1, 4)$

شیب پاره خط $AB = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{6-2}{3-(-1)} = \frac{4}{4} = 1$

شیب پاره عمود بر AB $m \times 1 = -1 \quad m = -1$

حالا معادله خطی عمود بر AB را بنویسیم که از نقطه (۱، ۴) یعنی وسط پاره خط AB می‌گذرد. این خط عمود منصف B

$$-1(n-1) = y-4 \quad -n+1 = y-4 \quad \boxed{y = -n+5}$$



$$\text{بر } = \mathbb{R} - \{0\}$$

(۷)

(۱) برای بدست آوردن وارون تابع باید n را بر حسب y بدست آوریم.

$$y = -|n-1| + 1 \xrightarrow{n \geq 1} * y = -(n-1) + 1 = -n + 2 \quad \Leftrightarrow n = -y + 2 *$$

$$\text{بر تابع } f(n) \text{ یا دامنه تابع } f^{-1}(n) \quad y \leq 0 \quad n \geq 1 \quad -n + 2 \leq 0$$

حالا برای نوشتن ضابطه‌ی نهایی تابع $f^{-1}(n)$ جای n و y در * را عوض می‌کنیم.

$$\boxed{f^{-1}(n) = y = -n + 2 \quad n \leq 0}$$

نکته: از آن جاکه تابع $y = -|n-1| + 1$ در $n \geq 1$ یک به یک است پس وارون پذیر هم هست.

$$f^{-1}(n) = \{(3, 2), (7, 3)\} \quad D_{f+f^{-1}} = D_f \cap D_{f^{-1}} = \{3\}$$

(۹) الف)

$$f+f^{-1} = \{(3, 2+3)\} = \{(3, 5)\}$$

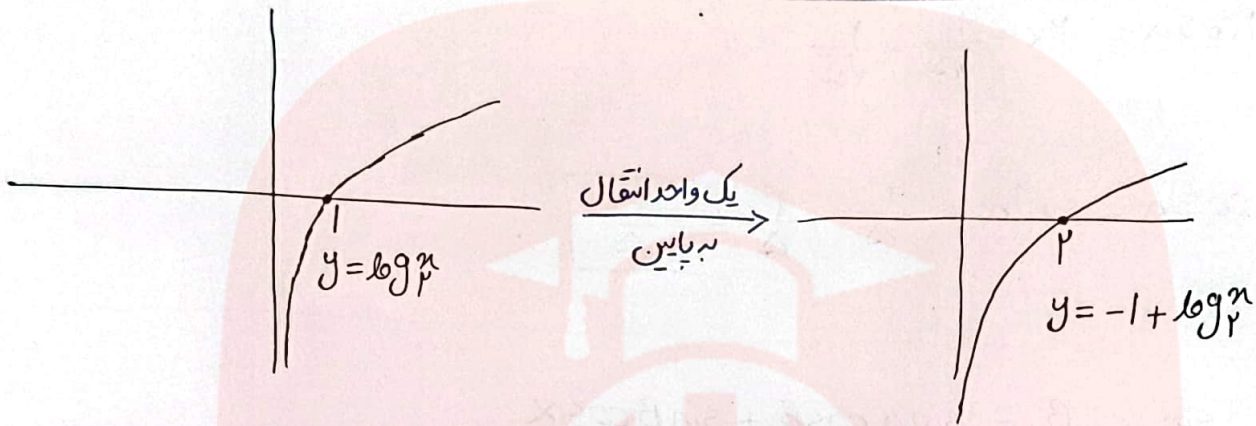
$$D_{f \circ g} = \{n \in D_g \mid g(n) \in D_f\} = \{7\}$$

ب)

$$\boxed{f \circ g = \{(7, 3)\}}$$

$$\frac{\text{مقدار باقی مانده}}{\text{مقدار اولیه}} = \left(\frac{1}{p}\right)^n$$

$$\text{مقدار باقی مانده} = n = 10 \times \left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{7}{13}}$$



$$\log n + \log(n+3) = 1$$

$$\longrightarrow \text{بررسی شروط دامنه: } n > 0, n+3 > 0, n > -3$$

$$\log_{10} n(n+3) = 1$$

$$n^2 + 3n = 10$$

$$n^2 + 3n - 10 = 0$$

$$(n+5)(n-2) = 0$$

$$\begin{cases} n = -5 \times \\ \text{در دامنه نیست} \\ n = 2 \checkmark \end{cases}$$

انزاه شعاع \times انزاه زاویه به رادیان = طول کمان

$$\frac{100}{360} = \frac{0}{2\pi}$$

انزاه زاویه به رادیان

$$0 = \frac{200\pi}{360} = \frac{5\pi}{9}$$

$$\text{طول کمان} = \frac{5\pi}{9} \times 5 = \frac{25\pi}{9}$$

$$\sin 30^\circ = \sin 27^\circ + 3^\circ = \sin \frac{3\pi}{4} + 3^\circ = -\cos 3^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan -\frac{7\pi}{3} = \tan -2\pi - \frac{\pi}{3} = \tan -\frac{\pi}{3} = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -2 \quad \sin \alpha = -2 \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{موجب}} \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \alpha = -2 \cos \alpha = -2 \times -\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{3}{5}$$

(15)

$$\sin \alpha + \beta = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin 45^\circ = \sin 30^\circ + 15^\circ = \sin 30^\circ \cos 15^\circ + \sin 15^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

(16)

$$\lim_{n \rightarrow -1} \frac{2n-1}{n+1} = \frac{-3}{0} \times \text{مستحيل}$$

(الف) (17)

$$\lim_{n \rightarrow -1} \frac{n^2+n}{1-n^2} = \lim_{n \rightarrow -1} \frac{n(n+1)}{(n+1)(1-n)} = \frac{-1}{2}$$

(ب)

$$\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin \Delta n}{\Delta n} = 1 \times \frac{\Delta}{\Delta} \times \frac{\Delta}{\Delta} = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin \Delta n}{\Delta n} \times \frac{\Delta}{\Delta} = 1 \times \frac{\Delta}{\Delta} = \frac{\Delta}{\Delta}$$

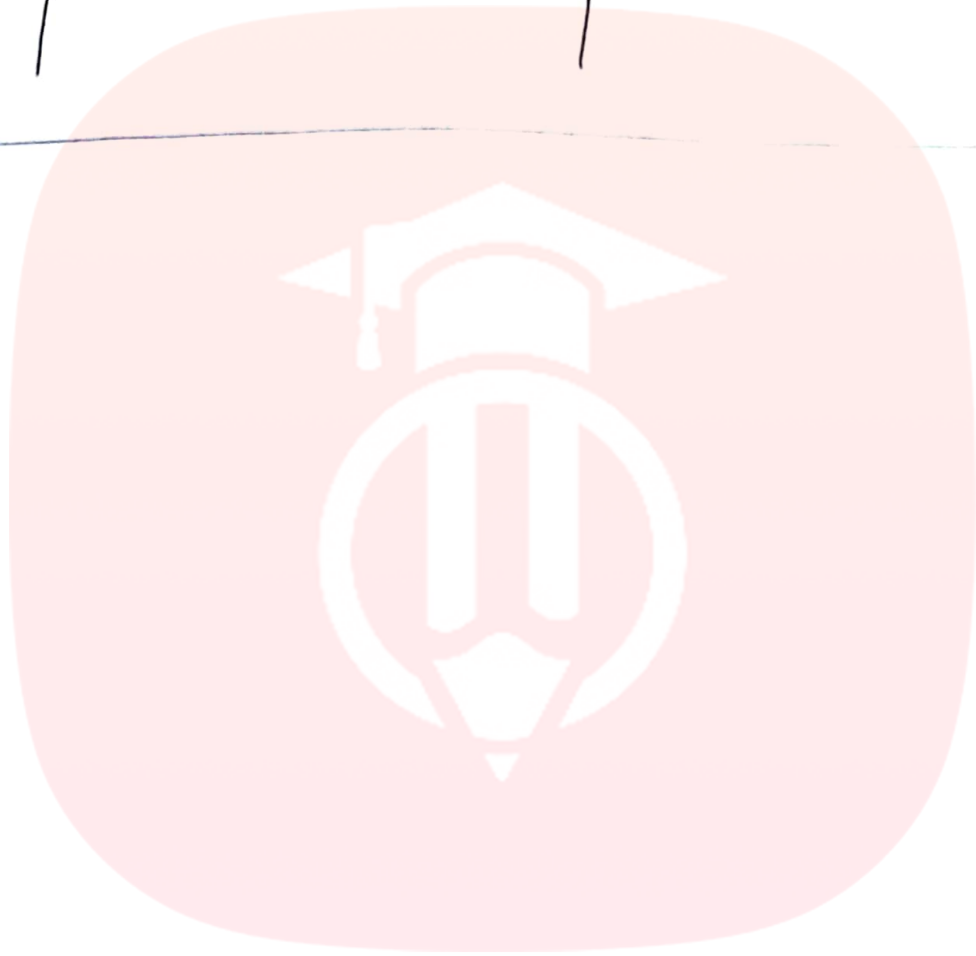
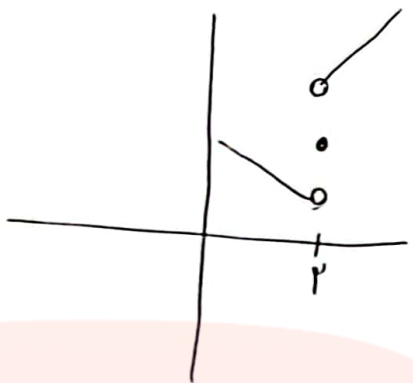
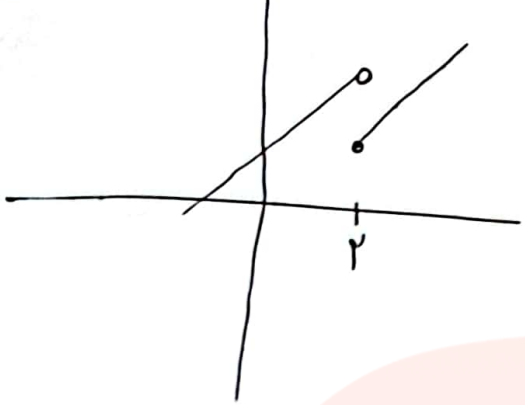
(ب)

$$\star \lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin n}{n} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{n-\sqrt{n}}{3n-3} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{\sqrt{n}(\sqrt{n}-1)}{3(\sqrt{n}-1)(\sqrt{n}+1)} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

(ج)

هر تابع مشابهی قابل قبول است.



مای دررس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir