

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۶	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: علوم تجربی	سؤالات میان نوبت درس: ریاضی ۳	
دانش آموزان روزانه دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم شهر تهران در اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات	بارم
------	--------	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = -1 - x^3$ در دامنه‌ی خود اکیداً نزولی است.</p> <p>ب) دامنه‌ی تابع $f(x) = -2 \tan\left(\frac{x}{3}\right)$ برابر $x \neq 3k\pi + \frac{2\pi}{3}$ است.</p> <p>پ) نمودار $y = \sin 2x$ از انبساط عمودی نمودار $y = \sin x$ در راستای محور yها بدست می‌آید.</p>	۰/۷۵
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) با توجه به مثبت بودن r، معادله‌ی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله‌ی یک دایره است اگر و تنها اگر رابطه‌ی..... برقرار باشد.</p> <p>ب) شکل حاصل از دوران یک مربع حول یک ضلع آن،..... نام دارد.</p> <p>پ) اگر صفحه p با مولد سطح مخروطی..... و از رأس.....، شکل حاصل سهمی نام دارد.</p> <p>ت) هر نقطه‌ی اکستریم نسبی تابع، یک نقطه‌ی..... آن است.</p>	۱/۲۵
۳	<p>اگر $f(x) = \frac{2}{x}$، $g(x) = \frac{x}{x-3}$، دامنه‌ی $f \circ g(x)$ را به دست آورید.</p>	۱/۲۵
۴	<p>وارون تابع زیر را به دست آورید.</p> <p>$f(x) = 1 + \sqrt{x+2}$</p>	۱
۵	<p>نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه‌ی $y = a \cos bx + c$ است. ضابطه‌ی تابع را مشخص کنید.</p>	۱/۵
۶	<p>جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را به دست آورید.</p>	۱
۷	<p>حدود زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x^2}}{x-1}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos x}$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x^2 + x - 1}$</p>	۱/۷۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

به نام خداوند جان و خرد

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۶	تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	رشته: علوم تجربی	سؤالات میان نوبت درس: ریاضی ۳	
دانش آموزان روزانه دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم شهر تهران در اردیبهشت ماه سال ۱۴۰۲			
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران			

ردیف	سؤالات	بارم
۸	مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست.) $f(x) = (\sqrt{x} - 1)^2 \left(\frac{1}{x}\right)$	۱
۹	تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < 0 \\ x^2 - 1 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. الف) نشان دهید $f'(0)$ وجود ندارد. ب) ضابطه تابع مشتق را بنویسید. پ) نمودار f' را رسم کنید.	۲
۱۰	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t$ است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه $[0, 4]$ ، برابر است؟	۱
۱۱	اگر تابع $f(x) = ax^2 + bx$ در $x = -1$ دارای مینیمم نسبی -1 باشد، مقادیر a, b را بیابید.	۱/۲۵
۱۲	مقدار ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - x + 2$ را در بازه $[0, 1]$ به دست آورید.	۱/۵
۱۳	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۲۴ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۱/۵
۱۴	خروج از مرکز یک بیضی $\frac{2}{3}$ و طول قطر کانونی آن ۱۲ است. طول قطر کوچک بیضی و فاصله کانونی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	دو دایره‌ی زیر نسبت به هم چه وضعی دارند؟ $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$, $x^2 + y^2 + 2x - 4y = 9$	۲
	موفق باشید.	جمع نمرات
		۲۰

سؤال (۱) الف) درست (ب) نادرست (ج) نادرست

سؤال (۲) الف) $a^2 + b^2 - 4c$ (ب) استقرانه (ج) موازی - عبور نکرده

سؤال (۳) $D_{f \circ g} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\}$

$D_g = \mathbb{R} - \{3\}$ $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

$\rightarrow D_{f \circ g} = \{x | x \in \mathbb{R} - \{3\}, \frac{x}{x-3} \neq 0\} \rightarrow D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{0, 3\}$

سؤال (۴) $f(x) = 1 + \sqrt{x+2}$ $x \geq -2 \rightarrow y-1 = \sqrt{x+2}$

$(y-1)^2 = x+2 \rightarrow x = (y-1)^2 - 2 \rightarrow f^{-1}(x) = (x-1)^2 - 2$
 $D_{f^{-1}} = [1, +\infty)$

سؤال (۵) $\max = 2 \rightarrow |a| + c = 2$
 $\min = 0 \rightarrow -|a| + c = 0 \rightarrow c = 1, a = -1$

$T = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2$

$\rightarrow y = -\cos 2x + 1$

سؤال (۶) $\sin x - (1 - 2\sin^2 x) = 0 \rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

$\rightarrow \sin x = t \rightarrow 2t^2 + t - 1 = 0 \rightarrow t^2 + t^2 + t - 1 = 0 \rightarrow t(t+1) + (t-1)(t+1) = 0$

$\rightarrow (t+1)(t+t-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -1 \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ t = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$

سؤال (۷) الف) $\lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{n^2}}{n-1} = \lim_{n \rightarrow -\infty} \frac{2n^2 - 1}{n^3 - n^2} \rightarrow \frac{2n^2}{n^3} = 0$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

$$y \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} \rightarrow P(x+y) = P \times \rightarrow x+y = 12 \quad (12 \text{ ال } 12) \\ \rightarrow y = 12 - x$$

$$S_{\max} = xy \xrightarrow{y=x} S = (12-x)^2$$

$$\rightarrow S' = 2(12-x)(-1) = 0 \rightarrow x = 12$$

$$y = 12$$

$$e = \frac{r}{p} \quad rQ = 12 \rightarrow a = 6 \rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{r}{p} = \frac{c}{6} \quad (12 \text{ ال } 12)$$

$$r_b = ? \quad r_c = ? \rightarrow c = 4$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow 36 = b^2 + 16 \rightarrow b^2 = 20 \rightarrow b = 2\sqrt{5}$$

$$\rightarrow r_b = 2\sqrt{5}$$

$$r_c = 4$$

$$A \text{ دایره: } x^2 + y^2 + 2x - 4y - 9 = 0 \rightarrow O_A = (-1, 2), R_A = \sqrt{14}$$

$$B \text{ دایره: } x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0 \rightarrow O_B = (1, -2), R_B = 2$$

$$O_A O_B = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}$$

$$|R_A - R_B| < 2\sqrt{5} < R_A + R_B \rightarrow \text{دو دایره متقاطع هستند}$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir