

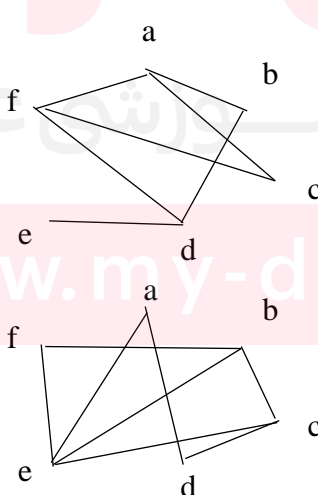
تعداد صفحات: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴	پایه: دوازدهم
اداره کل آموزش و پرورش فارس		مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات (استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است)	نمره
۱	کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام یک نادرست است؟ الف) برای هر عدد طبیعی n آنگاه $2^n + 3$ عددی اول است. ب) اگر $a b$ و $a c$ آنگاه $a bc$. پ) معادله سیاله $ax + by = c$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, b) c$.	۰/۷۵
۲	جاهای خالی را با عبارت های مناسب تکمیل کنید. الف) اگر $a \in \mathbb{Z}$ حاصل $(16a^4 و [2a^2 و 4a^3])$ برابر است با ب) دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود پ) تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ای ۲ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر است با	۰/۷۵
۳	اگر $\sqrt{2}$ گنگ و $\frac{a}{3}$ گویا باشند با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{2} + \frac{a}{3}$ گنگ است.	۱
۴	ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x و y داریم: $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})(x + y) \geq 4$	۱
۵	اگر ۱۲ اردیبهشت در یک سال دوشنبه باشد، با استفاده از همنهشتی تعیین کنید ۱۷ شهریور ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟	۰/۷۵
۶	به چند طریق می توان با ۳۹۰۰۰ تومان تعدادی مداد ۲۰۰۰ تومانی و خودکار ۵۰۰۰ تومانی خرید. تمام حالت های ممکن را با تشکیل معادله سیاله خطی بدست آورید.	۱/۲۵
۷	گراف G با مجموعه رأس های $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ab, ac, af, bd, de, df, fc\}$ را در نظر گرفته و به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) گراف را رسم کنید. ب) $N_G[d]$ را مشخص کنید. پ) گراف مکمل را رسم کنید. ت) یک زیر گراف با مرتبه ۴ را رسم کنید.	۲
۸	در گراف G درجه همه رئوس ۴ و $q = 3p - 8$ می باشد. مرتبه و اندازه این گراف را به دست آورید.	۱
۹	گراف G_7 را رسم کرده و عدد احاطه گری آن را مشخص کنید	۱/۲۵

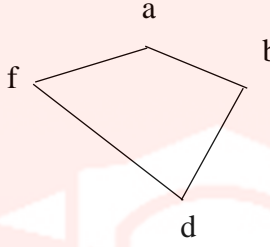
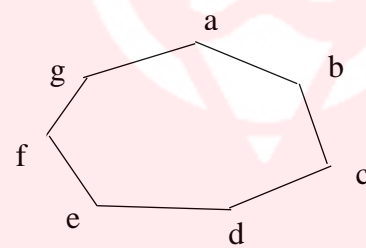
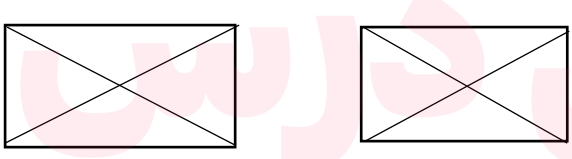
تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک	سؤالات امتحان شبه نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴	پایه: دوازدهم
اداره کل آموزش و پرورش فارس		مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	

۱/۲۵	الف) گراف همبند را تعریف کنید ب) یک گراف ناهمبند 3- منتظم مرتبه ۸ و اندازه ۱۲ رسم کنید	۱۰
۱/۵	با توجه به گراف مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد. ب) عدد احاطه‌گری گراف را مشخص کنید و ادعای خود را ثابت کنید.	۱۱
۱	تعداد حالتی که می‌توانیم ۹ نفر را در سه اتاق دو نفره، سه نفره و چهار نفره جای دهیم را به دست آورید	۱۲
۲	با استفاده از گل‌های مریم، رز و میخک چند دسته گل شامل ۸ شاخه می‌توان درست کرد به طوری که: الف) محدودیتی در استفاده از هر نوع گل نداشته باشیم؟ ب) حداقل سه شاخه گل رز استفاده شود؟	۱۳
۱/۵	قرار است در یک تعمیرگاه ۳ مکانیک خودرو، در ۳ روز مختلف، روی ۳ سمند و ۳ پژو متفاوت، جهت تعمیر کار کنند. برنامه ای برای این تعمیرگاه بنویسید که تداخلی در تعمیر خودروها و روزها ایجاد نشود.	۱۴
۱/۵	چند عدد طبیعی مانند n ، به طوری که $1 \leq n \leq 400$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۲، ۳ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱۵
۱/۵	در یک همایش حداقل چند نفر حاضر باشند تا مطمئن شویم، حداقل ۱۳ نفر آنها ماه و روزهای هفته تولدشان یکی است؟	۱۶
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
۱	الف) نادرست ۰/۲۵ ب) درست ۰/۲۵ پ) نادرست ۰/۲۵	۰/۷۵
۲	الف) $ 4a^2 $ ۰/۲۵ ب) ندارد ۰/۲۵ پ) ۳۰ ۰/۲۵	۰/۷۵
۳	برهان خلف اگر $\sqrt{2} + \frac{a}{4}$ گنگ نباشد پس گویاست ۰/۲۵ و داریم $\sqrt{2} + \frac{a}{4} = k \rightarrow \sqrt{2} = -\frac{a}{4} + k$ ۰/۵ که طرف چپ تساوی عدد گنگ و طرف راست تساوی عددی گویاست و این تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم نادرست است ۰/۲۵	۱
۴	$(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})(x+y) \geq 4 \rightarrow 1 + \frac{y}{x} + \frac{x}{y} + 1 \geq 4 \rightarrow \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2 \rightarrow y^2 + x^2 - 2xy \geq 0 \rightarrow (x-y)^2 \geq 0$ همیشه درست ۰/۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۱
۵	$19 + 21 + 21 + 21 + 17 = 129 \rightarrow 129 \equiv 2 \pmod{7}$ پنج شنبه ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵	۰/۷۵
۶	$2 \dots x + 5 \dots y = 29 \dots \rightarrow 2x + 5y = 29 \rightarrow 2x \equiv 29 \pmod{5} \rightarrow x \equiv 2 \pmod{5} \rightarrow x = 5k + 2$ ۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵ $y = 7 - 2k \rightarrow k = \dots \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 7 \end{cases}$ ۰/۲۵ $k = 1 \rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 5 \end{cases}$ و $k = 2 \rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases}$ و $k = 3 \rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 1 \end{cases}$ ۰/۲۵	۱/۲۵
۷	الف) ۰/۵  ب) $N_G[d] = \{b, e, d, f\}$ ۰/۵ پ) ۰/۵	۲

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره
	<p>(ت) ۰/۵</p> 	
۸	$r = 4 \rightarrow \begin{cases} q = 2p - 8 \\ 4p = 2q \end{cases}$ <p>۰/۲۵ ۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵ P=۸</p> <p>۰/۲۵ q=۱۲</p>	۱
۹	<p>رسم ۰/۵</p>  <p>$\gamma \geq \left\lfloor \frac{\gamma}{2} \right\rfloor = 3 \cdot 0/25$ احاطه گر مینیمم $D = \{b, e, g\}$</p> <p>۰/۲۵ پس عدد احاطه گری ۳ می باشد ۰/۲۵</p>	۱/۲۵
۱۰	<p>الف) گرافی که بین هر دو راس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد ۰/۷۵</p> <p>ب) ۰/۵</p> 	۱/۲۵
۱۱	<p>الف) ۰/۵</p> <p>$D = \{b, m, g, h, j, f\}$</p> <p>ب) از بین رئوس a, b, c راس c هر سه را احاطه می کند</p> <p>از بین رئوس d, m, n راس m هر سه را احاطه می کند ۰/۲۵</p> <p>از بین رئوس f, g, e, k راس e هر سه را احاطه می کند</p> <p>از بین رئوس h, p, j راس j هر سه را احاطه می کند ۰/۲۵</p> <p>پس عدد احاطه گری ۴ یا بیشتر از ۴ می باشد ۰/۲۵</p> <p>مجموعه احاطه گر مینیمم $D = \{c, m, e, j\}$ می باشد پس عدد احاطه گری ۴ می باشد ۰/۲۵</p>	۱/۵

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان شبیه نهایی درس: ریاضی گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه: دوازدهم	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۲/۴
مدارس روزانه دوره دوم متوسطه - اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	اداره کل آموزش و پرورش فارس

ردیف	پاسخ	نمره																																																
۱۲	$\binom{9}{4} \binom{5}{2} \binom{2}{2} = 126 \cdot 10 = 1260$ $0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$	۱																																																
۱۳	<p>الف) $\binom{8+2-1}{3-1} = \binom{9}{2} = 36$ نمره</p> <p>ب) $\binom{5+2-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$ نمره ۱</p>	۲																																																
۱۴	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>M_1</th> <th>M_2</th> <th>M_3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>R_1</th> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <th>R_2</th> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <th>R_3</th> <td>۳</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> </tbody> </table> <p>سه مکانیک (M) در سه روز (R) سه سمند کار می کنند ۰/۵</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <thead> <tr> <th></th> <th>M_1</th> <th>M_2</th> <th>M_3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>R_1</th> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <th>R_2</th> <td>۳</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <th>R_3</th> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۱</td> </tr> </tbody> </table> <p>سه مکانیک در سه روز روی سه پژو کار می کنند ۰/۵</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <thead> <tr> <th></th> <th>M_1</th> <th>M_2</th> <th>M_3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>R_1</th> <td>۱۱</td> <td>۲۲</td> <td>۳۳</td> </tr> <tr> <th>R_2</th> <td>۲۳</td> <td>۳۱</td> <td>۱۲</td> </tr> <tr> <th>R_3</th> <td>۳۲</td> <td>۱۳</td> <td>۲۱</td> </tr> </tbody> </table> <p>سه مکانیک در سه روز روی سه سمند و سه پژو بصورت مربع لاتین بالا کار می کنند ۰/۵</p>		M_1	M_2	M_3	R_1	۱	۲	۳	R_2	۲	۳	۱	R_3	۳	۱	۲		M_1	M_2	M_3	R_1	۱	۲	۳	R_2	۳	۱	۲	R_3	۲	۳	۱		M_1	M_2	M_3	R_1	۱۱	۲۲	۳۳	R_2	۲۳	۳۱	۱۲	R_3	۳۲	۱۳	۲۱	۱/۵
	M_1	M_2	M_3																																															
R_1	۱	۲	۳																																															
R_2	۲	۳	۱																																															
R_3	۳	۱	۲																																															
	M_1	M_2	M_3																																															
R_1	۱	۲	۳																																															
R_2	۳	۱	۲																																															
R_3	۲	۳	۱																																															
	M_1	M_2	M_3																																															
R_1	۱۱	۲۲	۳۳																																															
R_2	۲۳	۳۱	۱۲																																															
R_3	۳۲	۱۳	۲۱																																															
۱۵	$ B \cup C \cup D = B + C + D - B \cap C - B \cap D - D \cap C + B \cap C \cap D $ $= 200 + 122 + 80 - 66 - 40 - 15 + 12 = 305$ $0/25 \quad 0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$ $ B' \cap C' \cap D' = A - B \cup C \cup D = 400 - 305 = 95$ $0/25$	۱/۵																																																
۱۶	<p>۸۴ لانه داریم که می خواهیم حداقل ۱۳ کیوتر در یک لانه جای بگیرد پس ۱۰۰۹ کیوتر باید داشته باشیم ۰/۷۵</p> $(12-1)84 + 1 = 1009$ $0/25 \quad 0/25 \quad 0/25$	۱/۵																																																
۲۰	جمع نمره	همکاران محترم برای روشهای دیگر بارم را به نسبت تقسیم نمایید																																																

۱- الف) نادرست

ب) درست

ج) درست

۲- الف) $4a^3$ ب) ندارد ج) $[4a^2 + 4a^3] = 4a^3$ د) $(4a^3 + 4a^4) = 4a^3$

۳) $6 \times 5 = 30$

۳- فرض می‌کنیم $\sqrt{2} + \frac{a}{3}$ دو یا است (فرض خلف) اما دانسیم که فرقی دو عدد دو یا عددی دو یا است:
 $(\sqrt{2} + \frac{a}{3}) - \frac{a}{3} = \sqrt{2}$ → $\sqrt{2}$ با $\frac{a}{3}$ دو یا با هم که خلاف فرض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می‌شود.

۴-

$$(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})(x+y) \geq 4 \iff (1 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 1) \geq 4 \iff (\frac{x^2+y^2}{xy} + 2) \geq 4$$

$$(x^2+y^2 + 2xy) \geq 4xy \iff (x^2+y^2 - 2xy) \geq 0 \iff (x-y)^2 \geq 0$$

همواره برقرار است

۵- ۱۹ روز در اردیبهشت ۳۱ روز خرداد ۳۱ روز تیر ۳۱ روز مرداد و ۱۷ روز شهریور فاصله ۱۲ اردیبهشت تا ۱۷ شهریور است.

$$19 + 31 + 31 + 31 + 17 \leq 130$$

ب	ع	س	د
3	2	1	0

۳ متناظرا پنجشنبه است.

۶- n و y را به ترتیب تعداد خودکارها و مدادها فرض کنیم حل این مسئله معادل تعداد جواب‌های نامنفی $5000n + 2000y = 49000$ است.

$$5000n + 2000y = 49000$$

$$5n + 2y = 49$$

$$5n \leq 49 \implies n \leq 9 \implies n = 2k+1$$

$$y = -5k + 17$$

$$5(2k+1) + 2y = 49$$

$$10k - 24 = -2y$$

$$k=0 \implies \begin{cases} n=1 \\ y=17 \end{cases}$$

$$k=1 \implies \begin{cases} n=3 \\ y=12 \end{cases}$$

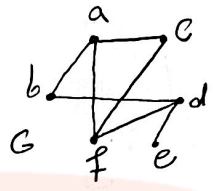
$$k=2 \implies \begin{cases} n=5 \\ y=7 \end{cases}$$

$$k=3 \implies \begin{cases} n=7 \\ y=2 \end{cases}$$

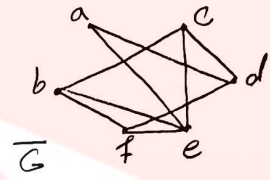
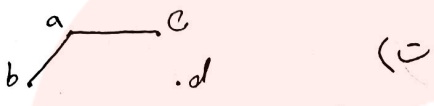
به ازای $(3, 2, 7, 0)$ برای n و y جواب‌ها نامنفی هستند.

(الف)

(ب) همسایگی دست راست d
 $N_G[d] = \{d, b, e, f\}$



(ب)



هر دو طرف دیدی جا ۴ رأس از رأس های گراف G که به یال های آن زیر مجموعه یال های گراف G باشند جواب است.

$$\sum_{i=1}^p \deg u_i = 2q$$

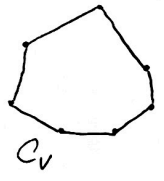
$$2p = 2(2p - 1)$$

$$2p = 14$$

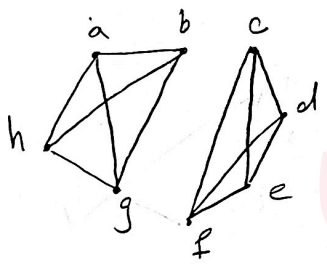
مرتب $p = 7 \rightarrow$
 اندازه $q = 2p - 1 = 14 - 1 = 13 \rightarrow$

- ۱

۹- گراف G رضی است که تنها از یک دور n رأسی تشکیل شده است
 عدد احاطه تک این گراف n است



۱۰- الف) گراف G راهبندی نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد



ب) هر گرافی که ۸ رأس و ۱۲ یال داشته باشد و درجه تمام رأس های آن ۲ باشد و بین حداقل ۲ رأس آن مسیری وجود نداشته باشد جواب است

۱۱- الف) $\{k, p, q, r, m, c\}$ هر مجموعه دیگری که تعداد عضوهای آن از عدد احاطه تک گراف G بیش تر باشد و با حذف هر یک از رأس های G دیگر احاطه تک نداشته باشد جواب است.

www.my-dars.ir

ب) با توجه به رابطه $\gamma(G) \leq \lfloor \frac{n}{\Delta+1} \rfloor$ ، $\gamma(G) \leq \lfloor \frac{14}{4} \rfloor$ و با توجه به این که مجموعه $\{n, m, c, q\}$ یک مجموعه احاطه تک است عدد احاطه تک این گراف ۴ است.

$$\frac{9!}{2! \times 3! \times 4!}$$

کجا نیست های ۹ نفر ۹! است چون جا به جایی خود نفری که در اتاق ۲ نفره هستند و سه نفر دیگر جا به جایی در اتاق ۳ نفره و چهار نفره حالت جدیدی تولید می کنند جایست های بی اثر ← ۲! × ۳! × ۴! است

روش دوم:

$$\binom{9}{2} \times \binom{7}{3} \times \binom{4}{4} = \frac{9!}{2! \times 7!} \times \frac{7!}{3! \times 4!} \times 1 = \frac{9!}{2! \times 3! \times 4!}$$

۱۳- الف)

ک = ۲
n = ۸

$$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{2! \times 8!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

ب)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 8 \\ x_1 + 3 + x_2 + x_3 &= 8 \end{aligned}$$

$$x_1 > 3 \quad x_1 = x_1' + 3$$

$$x_1' + x_2 + x_3 = 5$$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

۱	۲	۳
۲	۱	۳
۳	۳	۱

۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

⇓

۱۲	۳۱	۲۳
۳۳	۲۲	۱۱
۲۱	۱۳	۳۲

۱۴- حاصل دو مربع لاتین متعامد ۳×۳ است

۱۵-

$$|A \cup B \cup C| = |S| - |A \cap B \cap C|$$

$$|S| - (|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|)$$

$$|S| = 400 \quad |A| = \left[\frac{400}{2} \right] = 200 \quad |B| = \left[\frac{400}{3} \right] = 133 \quad |C| = \left[\frac{400}{5} \right] = 80$$

$$|A \cap B| = \left[\frac{400}{6} \right] = 66 \quad |A \cap C| = \left[\frac{400}{10} \right] = 40 \quad |B \cap C| = \left[\frac{400}{15} \right] = 26$$

$$|A \cap B \cap C| = \left[\frac{400}{30} \right] = 13 \quad |A \cup B \cup C| = 400 - (200 + 133 + 80 - 66 - 40 - 26 + 13) = 170$$

$$12 \times v = 14$$

برای $k+1 = 14$ است یعنی $k=12$ است تعداد لانه‌ها ۱۴ است پس تعداد دانگن آموزها حداقل ۱۴ است

حداقل ۱۴

$$k_{n+1} = 12 \times 14 + 1 = 169$$

۱۶۹

مای دررس
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir