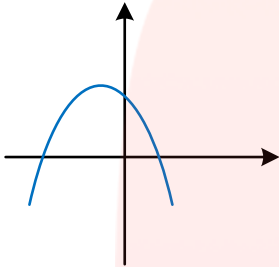
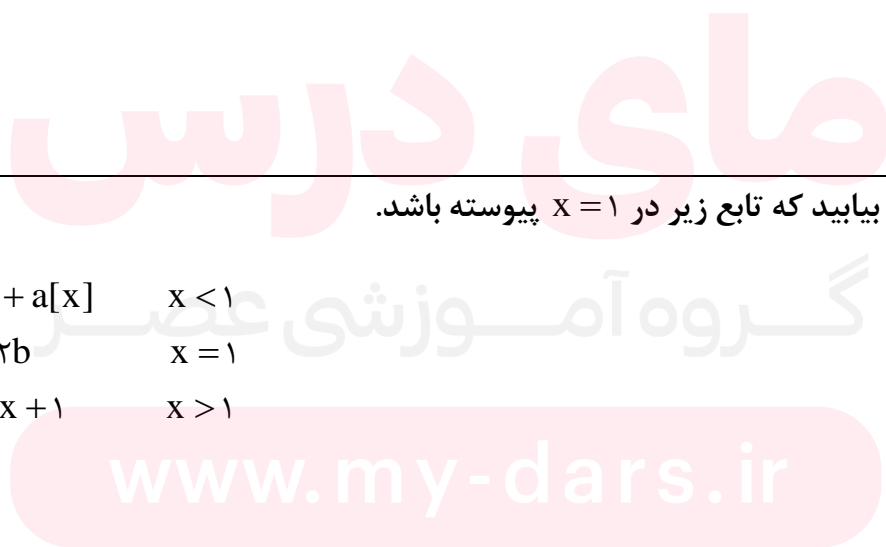


بارم	سوالات	ردیف
۱	<p>در نمودار $f(x) = ax^2 + bx + c$ علامت ضرایب a و b و c و تعداد صفرهای تابع را تعیین کنید.</p> 	۱
۱	<p>معادله زیر را حل کنید.</p> $\sqrt{3x+4} = x$	۲
۱	<p>اگر $A(3, 2)$ و $B(-5, 4)$ دو سر یک پاره خط باشند معادله عمودمنصف پاره خط را بنویسید.</p>	۳
۱	<p>برد تابع $y = x+2 + x-1$ را به دست آورید. (به کمک رسم شکل)</p>	۴

بارم	سوالات (صفحه ۲ از ۴)	ردیف
۱/۲۵	<p>الف) یک به یک بودن تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را به کمک رسم نمودار بررسی کنید.</p> <p>ب) در صورت وارون پذیری ضابطه تابع وارون را به دست آورید.</p>	۵
۱/۷۵	<p>توابع $f(x) = x-1$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ مفروضند.</p> <p>الف) دامنه توابع و \cdot را به دست آورید.</p> <p>ب) مقدار $(g \circ f)(8)$ را به دست آورید.</p> <p>پ) مقدار $(f - 2g)(2)$ را بیابید.</p>	۶
۱	<p>الف) اگر $\log_2 = a$ و $\log_3 = b$ باشد. حاصل عبارت $\log_{0.12}$ را به دست آورید.</p> <p>ب) حاصل عبارت $A = \log_{\frac{1}{3}} - \log_{\frac{1}{2}} + 2 \log_{\frac{1}{10}}$ را به دست آورید.</p>	۷

ردیف	سوالات	بارم
۸	معادله زیر را حل کنید.	۱
	$\log_x(x+2) = \log_x(4-x) + 1$	
۹	اگر $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}{2 \sin(\pi + \alpha) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha)} = 2$ باشد. مقدار $\tan \alpha$ را حساب کنید.	۱/۵
۱۰	نمودار تابع $y = -\cos x + 2$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	
۱۱	اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{5}{13}$ و α حاده و β منفرجه باشد. حاصل عبارات زیر را بیابید.	۱
	الف) $\cos(\alpha - \beta) =$	
	ب) $\sin 2\alpha =$	۱

بارم	سوالات (صفحه ۴ از ۴)	ردیف
۱	آیا تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & x < -2 \\ x + 1 & x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ حد دارد؟ چرا؟	۱۲
۱	حدهای زیر را به دست آورید.	۱۳
۱	الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$	
۱/۵	ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 1}$	
۱/۵	پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} =$	
۱/۵	a و b را طوری بیابید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد.	۱۴
	$f(x) = \begin{cases} x^2 + a[x] & x < 1 \\ 2b & x = 1 \\ -3x + 1 & x > 1 \end{cases}$	



نمره کتبی به عدد:	نمره کتبی به حروف:	نام و نام خانوادگی دبیر:
تعداد سوالات: ۱۴	با آرزوی موفقیت برای شما	تاریخ و امضا:
۲۰,۰۰	جمع بarm:	

دانه‌ی سری روبه پایین است $\leftarrow a < 0$ (1)

سری محورین‌ها را در بالای محور قطع می‌کند $\leftarrow c > 0$

در مطلق ریشه‌ی منفی بزرگ‌تر از ریشه‌ی مثبت است پس مجموع ریشه‌ها (S) منفی است $\leftarrow -\frac{b}{a} < 0$

$$\left. \begin{matrix} \frac{b}{a} > 0 \\ a < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow b < 0$$

(2)

$$\sqrt{3n+4} = n \rightarrow n \geq 0$$

بترکان 2

$$3n+4 = n^2 \quad n^2 - 3n - 4 = 0 \quad (n+1)(n-4) = 0 \quad n = \begin{cases} -1 \times \\ 4 \checkmark \end{cases}$$

(3)

نقطه‌ی وسط پاره‌خط AB $M = \frac{A+B}{2} = \left(\frac{-2+3}{2}, \frac{2+4}{2} \right) = (-1, 3)$

شیب پاره‌خط AB $= \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{2-4}{3-(-2)} = \frac{-2}{5} = -\frac{1}{2.5}$

شیب پاره‌خط عمود بر AB m $mx - \frac{1}{m} = -1 \quad m = 4$

معادله‌ی خطی عمود بر AB را می‌نویسیم که از نقطه $(-1, 3)$ یعنی وسط پاره‌خط AB می‌گذرد. این خط عمود منصف AB است.

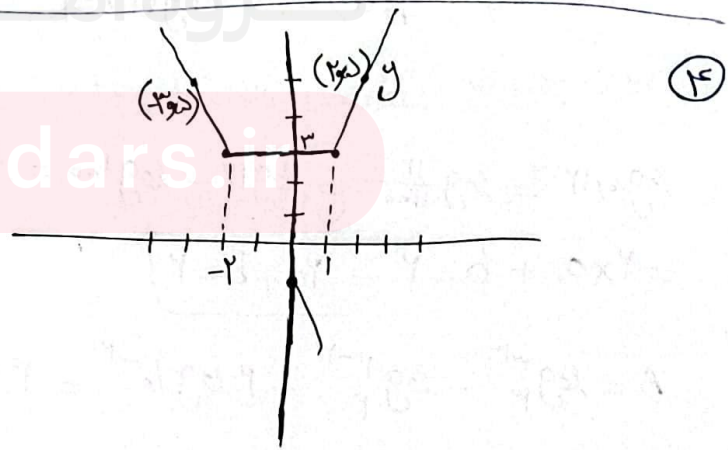
$$4(x+1) = y-3 \quad 4x+4 = y-3 \quad \boxed{y = 4x+7}$$

$x < -2 \rightarrow y = -x-2 -x+1 = -2x-1$

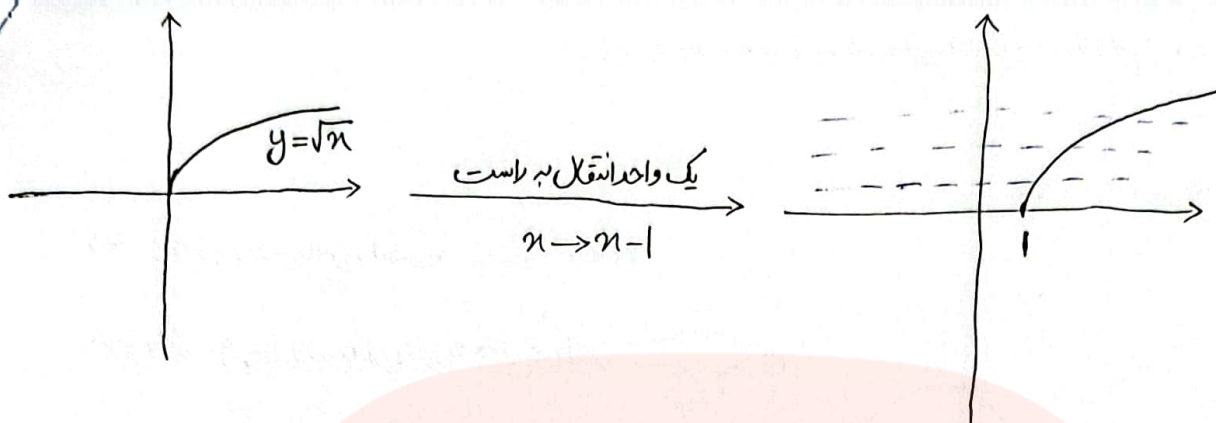
$-2 \leq x < 1 \rightarrow y = x+2 -x+1 = 3$

$x \geq 1 \rightarrow y = x+2 +x-1 = 2x+1$

$R = [3, +\infty)$



(الف) 5



برای این که یک تابع یک به یک باشد نباید هیچ خط افقی موازی با محور x وجود داشته باشد که تابع را در دو نقطه یا بیش تر قطع کند
تابع بالا $(f(x) = \sqrt{x-1})$ این ویژگی را داراست پس یک به یک است.

ب) تابع یک به یک پس وارون پذیر است. برای به دست آوردن وارون تابع باید x را بر حسب y به دست آوریم.

$$y = \sqrt{x-1} \rightarrow y \geq 0 \quad \text{بر تابع } f(x) \text{ یا دامنه تابع } f^{-1}(x)$$

$$y^2 = x-1 \quad x = y^2 + 1 \rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = x^2 + 1 \quad (x \geq 0)}$$

جای x و y را عوض می کنیم

$$D_g = \mathbb{Z} [-2, +\infty) \quad D_f = \mathbb{R}$$

(الف) 6

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \geq -2\} = [-2, +\infty)$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x-1 \geq -2\} = \{x \geq -1\} = [-1, +\infty)$$

$$f(7) = 7-1 = 6 \quad g(f(7)) = g(6) = \sqrt{6+2} = 3 \quad \text{ب)}$$

$$f(2) = 1 \quad g(2) = 2 \quad 2g(2) = 4 \quad (f-2g)(2) = 1-4 = -3 \quad \text{پ)}$$

$$\log_{10} 12 = \log \frac{12}{100} = \log 12 - \log 100 = \log 2^2 \times 3 - \log 10^2 = 2 \log 2 + \log 3 - 2 \log 10 \quad \text{(الف) 7}$$

$$= 2a + b - 2 = \boxed{2a + b - 2}$$

$$A = \log_3 3^4 - \log_2 2^{-3} + 2 \log_{10} 10^{-2} = 4 \log_3 3 + 3 \log_2 2 - 4 \log_{10} 10 = 4 + 3 - 4 = 3 \quad \text{ب)}$$

$$\log_n^{n+1} = \log_n^{1-n} + 1 \rightarrow \left. \begin{array}{l} n+1 > 0 \quad n > -1 \\ 1-n > 0 \quad n < 1 \\ n > 0 \\ n \neq 1 \end{array} \right\} \Rightarrow n \in (0, 1) - \{1\}$$

$$\log_n^{n+1} = \log_n^{1-n} + \log_n n$$

$$\log_n^{n+1} = \log_n n(1-n)$$

$$n+1 = n(1-n)$$

$$n^2 - 1n + 1 = 0$$

$$(n-1)(n-2) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} n=1 \times \checkmark \\ n=2 \checkmark \end{array} \right\}$$

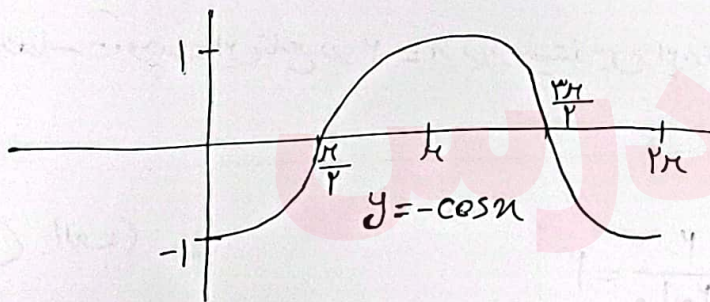
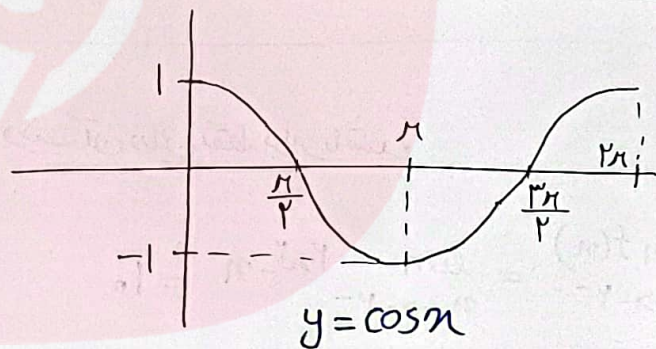
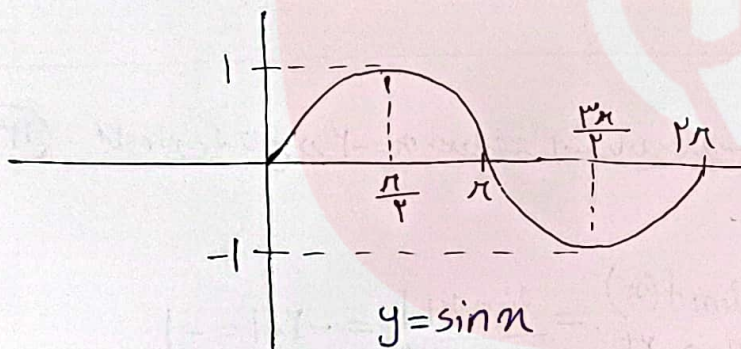
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi x}{p} + \alpha\right)}{p \sin(x+\alpha) + \cos\left(\frac{\pi x}{p} + \alpha\right)} = 1$$

$$\frac{-\cos \alpha}{-p \sin \alpha + \sin \alpha} = 1$$

$$\frac{-\cos \alpha}{-\sin \alpha} = 1$$

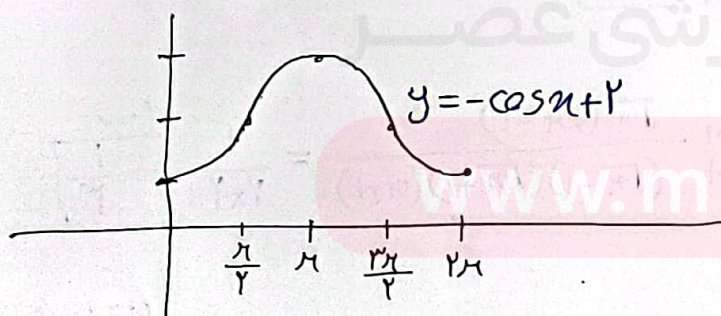
$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{1} = \tan \alpha$$



مودار $y = \cos x$ را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم.

$$y = \cos x \rightarrow y = -\cos x$$



مودار $y = -\cos x$ را دو واحد به بالا انتقال می دهیم.

$$y = -\cos x \rightarrow y = -\cos x + 1$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\cos \beta = -\frac{5}{13} \quad \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1 \quad \sin^2 \beta = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$$

$$\sin \beta \rightarrow \sin \beta = \frac{12}{13}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \frac{4}{5} \times \left(-\frac{5}{13}\right) + \frac{3}{5} \times \frac{12}{13} = \frac{36 - 20}{65} = \frac{16}{65}$$

(الف)

$$\sin^2 \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$$

(ب)

(۱۲) برای این که تابع در $x = -2$ حد داشته باشد باید حد راست و چپ آن در این نقطه برابر باشند.

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} 2x^2 - x = 10$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} x + 1 = -2 + 1 = -1$$

حد راست و چپ این تابع در $x = -2$ برابر نیستند پس این تابع در $x = -2$ حد ندارد.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x-1)} = \frac{2}{2-1} = 2$$

(الف) (۱۳)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x+1)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

(ب)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \sin^2 x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} = 1$$

(پ)

$$\left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \right)$$

برای این که تابع در $x=1$ پیوسته باشد باید حد راست و چپ و مقدار این تابع در $x=1$ برابر باشند.

$$f(1) = 2b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = x^2 + a[x] = 1 + 0 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -3x + 1 = -3 + 1 = -2$$

از آن جا که حد های راست و چپ تابع در $x=1$ برابر نیستند پس

تابع به ازای هیچ a و b ای در $x=1$ پیوسته نیست.



مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir