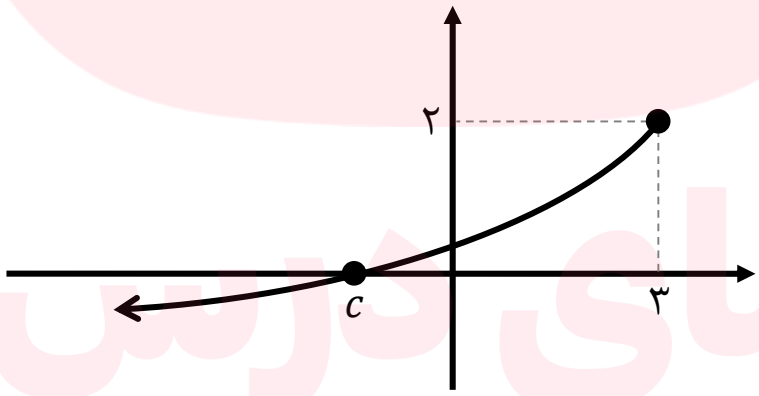
مشخصات دانش آموز	زمان امتحان		نمره امتحان	
نام :	تاریخ : ۱۰ /۱۰/		نمره با عدد :	
نام خانوادگی :	ساعت شروع : ۱۰:۳۰		نمره با حروف :	مهر مدرسه
کلاس : **یازدهم ریاضی**	مدت : ۱۲۰ دقیقه	«**آزمون هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان**»	نام دبیر :	
شماره :	نام درس : **حسابان ۱**	**نوبت اول دی ماه**	امضا :	

صفحه اول

ردیف	پرسش ها	بارم
۱	درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید. ۱) حاصل عبارت $۲۰۰ + \ldots + ۶ + ۴ + ۲$ برابر ۱۰۱۰۰ است. ( ) ۲) معادله $\sqrt{x-۱} + \sqrt{x^۲-۱} = ۰$ دارای یک ریشه حقیقی است. .( ) ۳) حاصل عبارت $[\sqrt{۱}] + [\sqrt{۲}] + [\sqrt{۳}] + \cdots + [\sqrt{۲۰}]$ برابر ۱۲ است . ( ) ۴) دو تابع f و g مساوی اند اگر و تنها اگر $R_f = R_g$ و $D_f = D_g$. ( )	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت یا کلمه مناسب کامل کنید الف) مجموعه صفرهای تابع با ضابطه $f(x) = x^۲ + \frac{۱}{x}$ برابر است با ..... ب) دامنه تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x - \lvert x \rvert}$ برابر است با : ..... پ) مجموعه جواب معادله $[x] + [۲x] + [۳x] = ۱$ برابر است با : ..... ت) فاصله نقطه ی $A(-۲و۱)$ از خط $y = x + ۱$ برابر با ..... است.	۲
۳	در یک دنباله حسابی جملات دوم و هشتم قرینه اند و جمله هفتم این دنباله ۴ است. مجموع ۸ جمله اول این دنباله را بدست آورید.	۱/۵
۴	اگر β و α ریشه های معادله $x^۲ = x + ۳$ باشند معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $\frac{\alpha}{\beta}$ و $\frac{\beta}{\alpha}$ باشند .	۱/۵
۵	مجموعه جواب معادله زیر را بیابید . $\frac{۱}{x^۲+x} + \frac{۱}{x^۲+۳x+۲} = \frac{۱}{۴}$	۱/۵
۶	به روش هندسی تعداد جواب های معادله $\lvert x^۲ - ۴ \rvert = \lvert x + ۱ \rvert$ را بدست آورید.	۱
۷	اگر $a < ۰ < -b$ حاصل عبارت $\lvert a+b \rvert - ۲\lvert b \rvert + \lvert ۳a \rvert$ را بدون قدرمطلق بیابید .	۱

ادامه سوالات در صفحه ی ۲

ردیف	صفحه ی دوم	بارم
۸	نقاط $A(۰و۳)$ و $B(۳و-۱)$ و $C(۱و۵)$ سه رأس مثلثی هستند . فاصله رأس B تا میانه وارد بر ضلع BC چقدر است ؟	۱/۵
۹	اگر معادله دو ضلع مجاور یک مستطیل $۴x+my=۲m+۱$ و $۳x-۴y=-۱$ باشند و یک راس آن $A(-۱،۲)$ باشد، مساحت مستطیل را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۰	اگر دو تابع $f(x)=\frac{۴}{x+۳}$ و $g(x)=\frac{۴bx+c}{x^۲+ax+۹}$ مساوی باشند، مقادیر a و b و c را به‌دست آورید.	۱/۵
۱۱	اگر دامنه تابع $f(x)=\frac{۴x-۲}{mx^۲+nx+۱}$ مساوی $D_f=\left(-\infty .\frac{۱}{۲}\right)\cup\left(\frac{۱}{۲} .+\infty\right)$ باشد . مقدار n و m را حساب کنید .	۱/۲۵
۱۲	نمودار تابع با ضابطه $f(x)=x\left[\frac{x}{۳}\right]$ در بازه (-۳.۳) رسم کنید .	۱
۱۳	اگر $f^{-۱}(x)=x^۳+x+۱$ و $g(x)=۲f(x-۱)+۱$ باشد . مقدار $g^{-۱}(۳)$ را بدست آورید .	۱/۵
۱۴	دو تابع $\{(۷و۴) . (۲و۵)، (۵و۳)، (۷و۴)\}$ و $g(x)=\frac{x}{x+۱}$ مفروض اند . اگر $f^{-۱}(g(۴a))=۵$ مقدار عددی a را حساب کنید.	۱/۲۵
۱۵	شکل مقابل نمودار تابع $f(x)=a-\sqrt{b-x}$ است . مقادیر c و b و a را حساب کنید .  	۱
	جمع	۲۰

مای درس
گروه آموزشی عصر
www.my-dars.ir

پاسخ تشریحی حسابان ۱ - فرزانگان - خوزستان تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰ احسان تقی زاده

سوال ۱) الف) درست ۲) درست ۳) نادرست ۴) درست

سوال ۲) الف) ۱- ب) $0 < x$ پ) $\sqrt{2}$

سوال ۳) $\begin{cases} a_4 = -a_8 \to a_1 + 3d = -a_1 - 7d \Rightarrow 2a_1 + 10d = 0 \to a_1 = -5d \\ a_7 = 4 \to a_1 + 6d = 4 \xrightarrow{a_1 = -5d} -5d + 6d = 4 \Rightarrow d = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow a_1 = -20$

$\Rightarrow S_8 = \frac{8}{2}\left[2a_1 + 7d\right] = 4\left[(2)(-20) + (7)(4)\right] = 4\left[-40 + 28\right] = -48$

سوال ۴) $x^2 - x - 2 = 0 \to \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = \frac{\alpha}{\beta} \\ x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \end{cases} \to x_1 + x_2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}$ $P = x_1 x_2 = 1$

$\Rightarrow S = x_1 + x_2 = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{1^2 - 2(-2)}{-2} = \frac{1+4}{-2} = \frac{-5}{2}$

$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = 0$

سوال ۵)

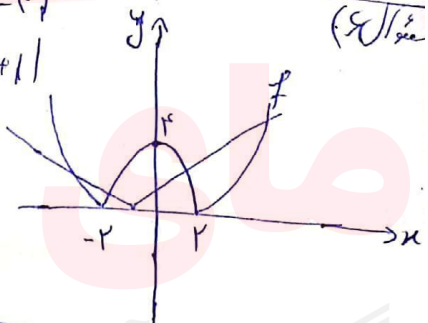
$\frac{x+2+x}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2(x+1)}{(x+1)(x)(x+2)} = \frac{1}{4} \xrightarrow{x \neq -1}$

$\frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow 8 = x^2 + 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \to (x+4)(x-2) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 \quad \text{ق ق} \\ x = 2 \quad \text{ق ق} \end{cases}$

سوال ۶) $|x^2 - 4| = |x+1|$ $f(x) = |x^2 - 4|$ $g(x) = |x+1|$

طبق نمودارهای f و g، معادله‌ی فوق ۴ ریشه (جواب) دارد.



سوال ۷) $|a+b| - 2|b| + |3a| = -a - b + 2b - 3a = -4a + b$

$2a < 0 < -b \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$

سوال ۸) $m \left| \frac{x_B + x_C}{2} \right. \Rightarrow m \left| \frac{3+5}{2} \right. \to m \left| \begin{matrix} 4 \\ 0 \end{matrix} \right.$ وسط BC $\quad A \left| \begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix} \right.$

$\frac{y_B + y_C}{2} \quad \frac{-1-1}{2}$

$m_{AM} = \frac{0-3}{4-0} = \frac{-3}{4}$ $\quad B \left| \begin{matrix} 3 \\ -1 \end{matrix} \right.$

$\Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + b \xrightarrow{A(0,3)} b = 3 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3$

$y + \frac{3}{4}x - 3 = 0 \to d = \frac{|3 \times (\frac{3}{4}) + 1 \times (-1) - 3|}{\sqrt{1^2 + (\frac{3}{4})^2}} = \frac{|\frac{9}{4} - 1 - 3|}{\sqrt{1 + \frac{9}{16}}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{7}{5}$

Scanned with CamScanner

سوال ۹)

$$\begin{cases} 3x - 4y = -1 \longrightarrow m_1 = \frac{-a}{b} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \\ 4x + my = 2m+1 \longrightarrow m_2 = \frac{-a}{b} = \frac{-4}{m} \end{cases} \xrightarrow[\text{هم عمودند}]{\text{دو خط بر}} m_1 m_2 = -1$$

$A(-1, 2)$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \times \left(\frac{-4}{m}\right) = -1 \Rightarrow \frac{-3}{m} = -1 \Rightarrow m = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 4y + 1 = 0 \\ 4x + 3y - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\text{فاصله} = \frac{|1 - 3 - 8 + 11|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\text{عرض} = \frac{|-4 + 3 \times 2 - 7|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{5}{\sqrt{25}} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = 2 \times 1 = 2$$

سوال ۱۰)

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \begin{cases} D_f = D_g \\ R_f = R_g \end{cases} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 = x^2 + ax + 9$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + ax + 9$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 6}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x+3} = \frac{4bx + c}{(x+3)^2}$$

$$\Rightarrow 4x + 12 = 4bx + c \Rightarrow \begin{cases} 4b = 4 \Rightarrow b = 1 \\ c = 12 \end{cases}$$

سوال ۱۱)

$$D_f = (-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty) \longrightarrow m\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = mx^2 + nx + 1$$

$$\Rightarrow m\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) = mx^2 + nx + 1$$

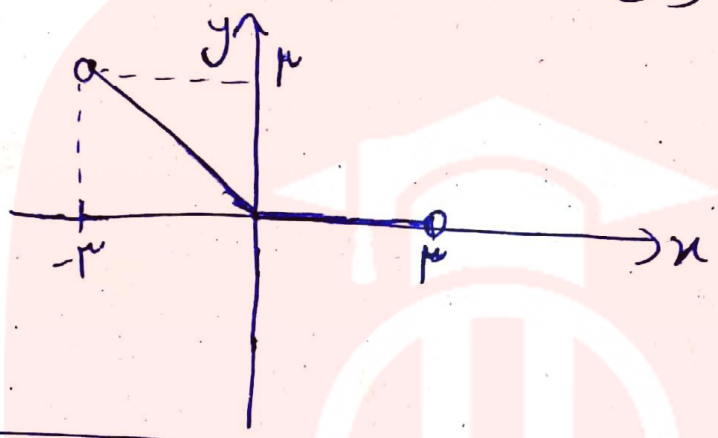
$$\Rightarrow mx^2 - mx + \frac{1}{4}m = mx^2 + nx + 1 \Rightarrow \begin{cases} n = -m \Rightarrow n = -4 \\ \frac{1}{4}m = 1 \Rightarrow m = 4 \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

$f(x) = x\left[\frac{x}{3}\right]$ (۱۲ ریاضی)

$-3 < x < 0 \rightarrow -1 < \frac{x}{3} < 0 \rightarrow \left[\frac{x}{3}\right] = -1 \rightarrow y = -x$

$0 \leq x < 3 \rightarrow 0 \leq \frac{x}{3} < 1 \rightarrow \left[\frac{x}{3}\right] = 0 \rightarrow y = 0$



$f^{-1}(x) = x^3 + x + 1$

$g(x) = 2f(x-1) + 1 \Rightarrow 3 = 2f(a-1) + 1 \Rightarrow \boxed{f(a-1) = 1}$ ①

$g^{-1}(3) = ? \rightarrow g^{-1}(3) = a \rightarrow g(a) = 3$ (۱۳ ریاضی)

① $\Rightarrow f^{-1}(1) = a-1 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^3 + x + 1 \Rightarrow 1^3 + 1 + 1 = a - 1$

$\Rightarrow 3 = a - 1 \Rightarrow \boxed{a = 4} \Rightarrow g^{-1}(3) = 4$

$f^{-1} = \{(4,7), (5,3), (3,a), (7,4)\}$ $g(x) = \frac{x}{x+1}$ (۱۴ ریاضی)

$f^{-1}(g(4a)) = a \Rightarrow f^{-1}(2) = a \Rightarrow g(4a) = 2 \Rightarrow \frac{4a}{4a+1} = 2$

$\Rightarrow 2a = 4a + 1 \Rightarrow -2a = 1 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$

$f(x) = -\sqrt{b-x} + a \rightarrow D = x \leq 2 \Rightarrow b - x \geq 0 \rightarrow b \geq x$ (۱۵ ریاضی)

$\Rightarrow x \leq b \Rightarrow \boxed{b = 2} \Rightarrow \boxed{a = 2} \Rightarrow f(x) = -\sqrt{2-x} + 2$

$\Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{2-x} = 2 \Rightarrow 2 - x = 4 \Rightarrow \boxed{x = -1} \Rightarrow \boxed{c = -1}$

Scanned with CamScanner