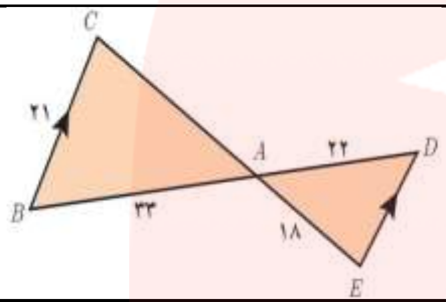
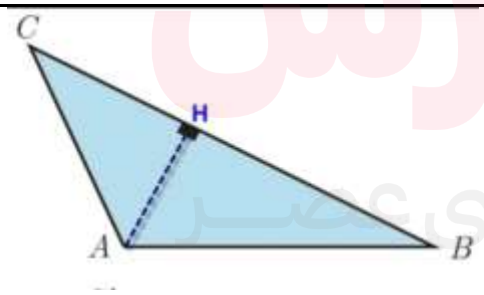
| | | |
|---|---|---|
| نام : ............................................................ | ((بسمه تعالی)) | تاریخ امتحان: ........./........./ |
| نام خانوادگی :.......................................... | | مدت امتحان : ۱۱۰ دقیقه |
| نام پدر :............................................... | | ساعت شروع امتحان : ............................ |
| نام درس : ریاضی ۲ سال یازدهم تجربی | | تعداد صفحات :۲ |
| | ریاضی ۲ سال یازدهم تجربی | تعداد سوالات : ۱۱ |

| ردیف | سوالات در دو صفحه می باشد. | بارم |
|---|---|---|
| ۱ | درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.<br>الف ) هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است. | ۰.۲۵ |
| | ب ) دو تابع با ضابطه $f(x)=\frac{2x}{x}, g(x)=2$ با هم برابرند. | ۰.۲۵ |
| | ج ) نقاط برخورد نمودار یک تابع مانند **f** با محور **x**ها را صفرهای تابع می نامند. | ۰.۲۵ |
| ۲ | جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.<br>الف )هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به فاصله ی یکسان باشد ، روی ......................... قرار دارد. | ۰.۵ |
| | ب ) استدلالی را که در آن " از جزء به کل می رسیم " استدلال ........................... نامیده می شود. | ۰.۵ |
| | ج ) برای رد یک حکم کلی مانند " تمام اعداد فرد ، اول اند " از ........................... استفاده می کنیم. | ۰.۵ |
| | د ) هر گزاره ی درست و کلی که به کمک استدلال استنتاجی به دست می آید را ................... می نامیم. | ۰.۵ |
| | ه ) در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر،دو مثلث ..............به وجود می آورد که این دو مثلث با هم و با مثلث اصلی متشابه اند. | ۰.۵ |
| ۳ | الف )معادله ی خطی را بنویسید که از دو نقطه ی $A(0,7),B(3,1)$ می گذرد.<br><br>ب ) فاصله ی نقطه ی $A(7,5)$ را از خط به معادله ی $4x+3y+17=0$ را به دست آورید.<br><br>ج ) نشان دهید دو خط به معادلات رو برو با هم موازیند : $5x-12y+8=0$ و $-10x+24y+10=0$ | ۳ |
| ۴ | معادله درجه دومی را بنویسید که ریشه های آن $1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}$ باشند. | ۱.۵ |

| | | |
|---|---|---|
| ۵ | معادلات رادیکالی و گویای زیر را حل کنید.<br>معادله ی گویا $\frac{۳}{x}-\frac{۲}{x-۳}=\frac{۱۲}{۹-x^{۲}}$ (ب     معادله رادیکالی $\frac{۱}{\sqrt{u-۳}}-\frac{۲}{\sqrt{u}}=۰$ (الف | ۳ |
| ۶ | با توجه به قضیه ی فیثاغورس اگر زاویه ی **A** از مثلثی مانند **ABC** ، قائمه باشد ، آنگاه $a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}$ .<br>در قضیه ی بالا فرض و حکم را مشخص کنید و عکس این قضیه را بنویسید. | ۱ |
| ۷ | در شکل مقابل $BC \parallel DE$ اندازه ی پاره خط های $CA,DE$ را به دست آورید.<br> | ۱.۵ |

| | | |
|---|---|---|
| ۸ | عکس قضیه تالس را نوشته و آن را به کمک برهان خلف اثبات کنید. | ۲ |
| ۹ | در مثلث قائم الزاویه ی روبرو در هر حالت اندازه ی پاره خط خواسته شده را بدست آوردید.<br>الف) HC=?    BH=۷    AH=۵<br>ب) Ac=?    CH=۳    BH=۵<br>ج) AH=?    AC=۶    AB=۸<br> | ۲.۲۵ |

| ردیف | سوال | بارم |
|---|---|---|
| | | |
| ۱۰ | **دامنه ی تابع گویای زیر را بدست آورید.**<br>$f(x) = \dfrac{x+2}{x-3}$ | ۱ |
| ۱۱ | **برای تابع رادیکالی روبرو:**<br>الف) دامنه ی تابع را بیابید.<br>ب) به کمک انتقال نمودار تابع را رسم کنید.<br>$y = \sqrt{x-2} + 3$ | ۱.۵ |
| | **موفق باشید.** | جمع ۲۰ |

| ردیف | پاسخنامه |
|---|---|
| ۱ | الف ) درست　　ب )نادرست　　ج )درست |
| ۲ | الف ) نیمساز آن زاویه　　ب ) استقرایی　　ج ) مثال نقض　　د) قضیه　　ه) قائم الزاویه |
| ۳ | الف) $y - y_A = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A)$ 　 $y - 7 = \dfrac{1-7}{3-0}(x - 0) \to y - 7 = -2x \to y = -2x + 7$<br>ب) فاصلهٔ نقطهٔ $A(x_0,y_0)$ از خط به معادلهٔ $ax+by+c=0$ برابر است با :<br>$d = \dfrac{\lvert ax_0 + by_0 + c \rvert}{\sqrt{a^2+b^2}} \longrightarrow d = \dfrac{\lvert 4(7) + 3(5) + 17 \rvert}{\sqrt{4^2+3^2}} = \dfrac{28+15+17}{\sqrt{25}} = \dfrac{60}{5} = 12$<br>ج) ابتدا شیب خط $L$ را به دست می آوریم 　 $L: 2x + 3y + 15 = 0 \to y = -\dfrac{2}{3}x - 5 \to m = -\dfrac{2}{3}$<br>خط $\Delta$ بر خط $L$ عمود است بنابراین شیب خط $\Delta$ برابر است با: 　 $\Delta \perp L \to mm' = -1 \to m' = \dfrac{3}{2} \to$<br>معادله خط $\Delta$ : 　 $\Delta: y = \dfrac{3}{2}x + h \xrightarrow{A(1,\frac{1}{2})} \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{2} \times 1 + h \to h = -1 \to \Delta: y = m'x + h \to y = \dfrac{3}{2}x - 1$ |

**۴**

$(۱-\sqrt{۲})$ ، $(۱+\sqrt{۲})$ $\rightarrow \begin{cases} s=-\dfrac{b}{a} \rightarrow s=(۱-\sqrt{۲})+(۱+\sqrt{۲})=۲ \\ p=\dfrac{c}{a} \rightarrow p=(۱-\sqrt{۲})(۱+\sqrt{۲})=۱-۲=-۱ \end{cases}$

$$ax^۲+bx+c=۰ \rightarrow x^۲+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=۰ \rightarrow x^۲-sx+p=۰ \rightarrow x^۲-۲x-۱=۰$$

**۵**

جواب الف)

$$\frac{۱}{\sqrt{u-۳}}-\frac{۲}{\sqrt{u}}=۰ \rightarrow \frac{۱}{\sqrt{u-۳}}=\frac{۲}{\sqrt{u}} \rightarrow \sqrt{u}=۲\sqrt{u-۳} \rightarrow \left(\sqrt{u}\right)^۲=\left(۲\sqrt{u-۳}\right)^۲$$

$$u=۴(u-۳) \rightarrow u=۴u-۱۲ \rightarrow ۱۲=۴u-u \rightarrow ۱۲=۳u \rightarrow u=۴$$

جواب ب)

$$\frac{۳}{x}-\frac{۲}{x-۳}=\frac{۱۲}{۹-x^۲} \rightarrow \frac{۳}{x}-\frac{۲}{x-۳}=\frac{۱۲}{(۳-x)(۳+x)} \rightarrow \frac{۳}{x}+\frac{۲}{۳-x}=\frac{۱۲}{(۳-x)(۳+x)}$$

$$(۳-x)(۳+x)x\left(\frac{۳}{x}+\frac{۲}{۳-x}\right)=(۳-x)(۳+x)x\left(\frac{۱۲}{(۳-x)(۳+x)}\right)$$

$$۳(۹-x^۲)+۲(۳+x)x=۱۲x \rightarrow ۲۷-۳x^۲+۶x+۲x^۲=۱۲x \rightarrow x^۲+۶x-۲۷=۰$$

$$\Delta=b^۲-۴ac=۳۶-۴(۱)(-۲۷)=۱۴۴ \rightarrow \begin{cases} x_۱=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{۲a} \rightarrow x_۱=\dfrac{-۶+۱۲}{۲}=۳ \times \\ x_۲=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{۲a} \rightarrow x_۲=\dfrac{-۶-۱۲}{۲}=-۹ \checkmark \end{cases}$$

این جواب ، مخرج کسرها را صفر می کند

جواب قابل قبول

**۶**

با توجه به قضیه ی فیثاغورس اگر زاویه ی A از مثلثی مانند ABC ، قائمه باشد ، آنگاه $a^۲=b^۲+c^۲$ .

فرض — حکم

عکس قضیه : اگر در مثلثی مانند ABC ، $a^۲=b^۲+c^۲$ باشد ، آنگاه زاویه A از مثلث ABC ، قائمه است.

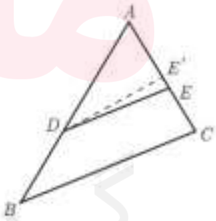
**۷**

$$BC \parallel DE \rightarrow \left.\begin{cases} \hat{B}=\hat{D} \\ \hat{E}=\hat{C} \end{cases} \atop \hat{A}=\hat{A}\right\} \rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{A'B'C'} \rightarrow \frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AB} \rightarrow \frac{۱۸}{AC}=\frac{۲۲}{۳۳} \rightarrow AC=\frac{۳۳\times۱۸}{۲۲}=۲۷$$

$$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{۲۲}{۳۳}=\frac{DE}{۲۱} \rightarrow DE=\frac{۲۱\times۲۲}{۳۳}=۱۴$$

**۸**

**عکس قضیهٔ تالس :** مانند شکل مقابل در مثلث $ABC$، اگر $\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{DB}$، آن گاه $DE \parallel BC$.




**اثبات :** با استفاده از برهان خلف فرض می‌کنیم حکم مسئله غلط باشد؛ یعنی $DE \nparallel BC$. لذا از نقطهٔ $D$ خطی موازی $BC$ رسم می‌کنیم تا $AC$ را در نقطه‌ای مانند $E'$ قطع کند. طبق قضیهٔ تالس داریم $\frac{AE'}{E'C}=\frac{AD}{DB}$ و از مقایسه با فرض مسئله خواهیم داشت $\frac{AE}{EC}=\frac{AE'}{E'C}$. حال با ترکیب نسبت در مخرج داریم $\frac{AE}{AC}=\frac{AE'}{AC}$ و در نتیجه $AE=AE'$. این یعنی نقطهٔ $E$ بر $E'$ منطبق است و لذا $DE'$ همان $DE$ است و این یک تناقض است، زیرا $DE' \parallel BC$ و $DE \nparallel BC$ است. بنابراین از ابتدا فرض غلط بودن حکم نادرست بوده است و حکم نمی‌تواند غلط باشد، یعنی $DE \parallel BC$ است.