

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

سلام

وقت بخیر

بزه های کلاس های مجازی

مدرس: مزبان حبیبی

موضوع: فصل اول، آشنایی با مبانی ریاضی - آمار و احتمال

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

فصل اول، آشنایی با مبانی ریاضی

- 1 آشنایی با منطق ریاضی
- 2 مجموعه - زیر مجموعه
- 3 قوانین و اعمال بین مجموعه ها - جبر مجموعه ها

گزارش: جمع های اب فیبری که یادرس است و ما یادرسک . (حال یا آتیو)

$$2 + 3 = 5 \quad (1)$$

$$3 > 9 \quad (2)$$

(3) ۵ بخش نهی است -

(4) در شصت و هفت روز ما صبح هر روز در باران .

آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

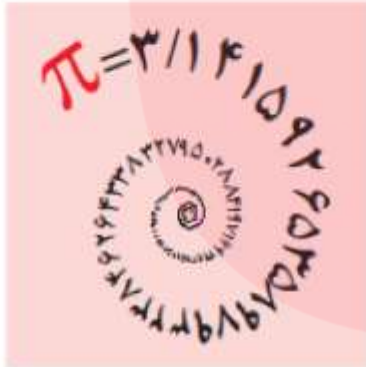
گروه آموزشی عصر

صفحه ۳ آمار و احتمال

کار در کلاس

از بین جمله های زیر، گزاره ها را مشخص کنید و ارزش آنها را در صورت امکان تعیین کنید.

- ایران کشور آسیایی است. ✓ درست
- در پرتاب یک تاس، احتمال آنکه تاس مضرب ۳ بیاید، برابر با $\frac{1}{3}$ است. ✓ درست
- ای کاش می توانستم در یک هوای پاک زندگی کنم. ✗
- آیا $2+3$ برابر با ۵ است؟ ✗
- هر عدد فرد بزرگ تر از ۵ را می توان به صورت مجموع سه عدد اول نوشت. ✓
- هر معادله درجه دوم دو ریشه حقیقی متمایز دارد. ✓ کمتر درست است
- صدمین رقم بعد از ممیز عدد π برابر با ۵ است. ✓ (با بیرون برد)



توجه: عیب امری، پرسشی و عاطفی، گزاره نیستند.

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

جدول ارزش گزاره ها

p
د
ن

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

p	q	r
د	د	د
د	...	ن
...	ن	...
د	ن	ن
ن	د	...
...	د	ن
ن
...

آموزش آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

گزاره نما

فعالیت

عبارت های خبری زیر را در نظر بگیرید :

الف) عددی فرد است.

ب) در پرتاب یک تاس، احتمال آنکه پیشامد A رخ دهد برابر با $\frac{1}{4}$ است.

پ) حاصل جمع سه برابر عددی با دو برابر عدد دیگر برابر با ۶ است. $(3x + 2y = 6)$

۱ ارزش کدام یک از جملات بالا را می توانید تعیین کنید؟ **حکایت**

۲ اگر به جای متغیر در جمله « عددی فرد است » قرار دهیم $n=3$ در این صورت، ارزش آن را تعیین کنید.

اگر در آن $n=4$ قرار دهیم، در این صورت ارزش آن چیست؟

هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، گزاره نما نامیده می شود. گزاره نماها را برحسب تعداد متغیر به کار رفته در آنها، یک متغیره، دو متغیره و ... می نامیم.

آمده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

گزاره نما

فعالیت صحنه ۵ آمار و احتمال

عبارت های خبری زیر را در نظر بگیرید :

الف) عددی فرد است.

ب) در پرتاب یک تاس، احتمال آنکه بیشامد A رخ دهد برابر با $\frac{1}{4}$ است.

پ) حاصل جمع سه برابر عددی با دو برابر عدد دیگر برابر با ۶ است. $(3x+2y=6)$

۱ ارزش کدام یک از جملات بالا را می توانید تعیین کنید؟ **حکایت**

۲ اگر به جای متغیر در جمله « عددی فرد است » قرار دهیم $n=3$ در این صورت، ارزش آن را تعیین کنید.

اگر در آن $n=4$ قرار دهیم، در این صورت ارزش آن چیست؟

هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر است و با جای گذاری مقادیری به جای متغیر به یک گزاره تبدیل شود، گزاره نما نامیده می شود. گزاره نماها را برحسب تعداد متغیر به کار رفته در آنها، یک متغیره، دو متغیره و ... می نامیم.

آمده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

دامنه متغیر گزاره نما

در هر گزاره نما به مجموعه مقادیری که می توان آنها را به جای متغیرهای آن قرار داد، تا اینکه گزاره نما به گزاره تبدیل شود، دامنه متغیر گزاره نما می گویند و آن را با حرف D نمایش می دهند.

در هر گزاره نما، به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آنها، گزاره نما تبدیل به گزاره ای با ارزش درست شود، مجموعه جواب گزاره نما می گویند و آن را با حرف S نمایش می دهند و همواره داریم: $S \subseteq D$.

ترکیب گزاره ها

فعالیت

صحنه ۶ آمار و احتمال

- 1 هر یک از این جمله های زیر، از چند گزاره تشکیل شده است؟ **۲** را
- 2 آیا می توانید با توجه به ارزش گزاره های به کار رفته در هر جمله، ارزش آن جمله را تعیین کنید.
 - عدد ۲ زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است. **نادرست**
 - عدد ۲ زوج است، یا عدد ۵ مضرب ۳ است. **درست**
 - اگر عدد ۲ زوج باشد، آن گاه عدد ۵ مضرب ۳ است. **نادرست**
 - چنین نیست که عدد ۲ زوج باشد. **نادرست**
 - اگر عدد ۲ زوج باشد، آن گاه عدد ۵ مضرب ۳ است و برعکس. **نادرست**

آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

ترکیب فصلی دو گزاره

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

- مثال : ۱- عدد ۲ زوج است یا عدد ۵ اول است .
۲- عدد ۲ زوج است یا عدد ۵ مضرب ۳ است .
۳- عدد ۲ زوج نیست یا عدد ۵ اول است .
۴- عدد ۲ زوج نیست یا عدد ۵ مضرب ۳ است .

ترکیب عطفی دو گزاره

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

$$p \wedge q \equiv \begin{matrix} q \\ \text{و} \\ p \end{matrix}$$

تذکره:

- ۱- عدد زوج است و عدد ۵ مضرب ۳ است.
- ۲- عدد زوج است و عدد ۵ اول است.
- ۳- عدد زوج نیست و عدد ۵ مضرب ۳ است.
- ۴- عدد زوج نیست و عدد ۵ اول است.

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

صورت ۸. آمار و احتمال

کلاس ۵ و ۶

۱ جدول زیر را کامل کنید.

ارزش $p \wedge q$	ارزش $p \vee q$	ارزش q	ارزش p	گزاره q	گزاره p
>	>	>	>	ماه شهریور ۳۱ روز دارد.	هفته هفت روز دارد.
ن	>	>	ن	عدد ۷ مضرب ۵ نیست	عدد ۲ مضرب ۱...
ن	>	ن	>	۵ به مرتبه ۳...	۲ عددی اول است
ن	ن	ن	ن	۵. زوج است	۴. منفرجه است...
ن	د	>	ن	۷... اول است	(-۷) اول است

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

با کامل کردن جدول ارزش ها، نشان دهید که گزاره های $(p \vee q) \sim$ و $(\sim p \wedge \sim q)$ هم ارزش منطقی هستند.

$$\sim(p \vee q) = \sim p \wedge \sim q$$

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	د	د

همان طور که ملاحظه می کنید، همه حالت های ارزش دو گزاره $(p \vee q)$ و $(\sim p \wedge \sim q)$ یکسان اند پس $(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ در منطق ریاضی به این هم ارزی قانون دمورگان گفته می شود.

با توجه به جدول ارزش گزاره ها نشان دهید که $(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$.

$$\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$$

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	ن	د	د	ن	د
ن	ن	ن	د	د	د	د

آماده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

ترکیب شرطی دو گزاره

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	ن	د
ن	د	د

آزمایشگاه : $p \Rightarrow q$

۱- شرط p کافی برای q است .

۲- شرط لازم برای p است .

مثال :
۱- اگر صفا باران می بارد، پس آنگاه صفا ابری است .

۲- باران می بارد چون صفا کافی است تا ابری بودن صفا را نتیجه بگیرد

۳- ابری بودن صفا لازم است تا باران بیبارد .

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

صفت ۱۰ آمار و احتمال

کار در کلاس

۱ با پر کردن جاهای خالی در جدول زیر؛ نشان دهید که گزاره های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \vee q$ هم ارز منطقی اند.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim p \vee q$
د	د	د	ن	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د
ن	د	د	د	د

توجه: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲ گزاره « $q \Rightarrow p$ » عکس ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » و گزاره « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » عکس نقیض ترکیب شرطی « $p \Rightarrow q$ » است. با توجه به جدول ارزش گزاره های زیر نشان دهید که $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$ یعنی، هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم ارز است.

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim q$	$\sim p$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
ص	ص	ص	ن	ن	ص
ص	ن	ن	ص	ن	ن
ع	ص	ص	ن	ص	ص
ع	ن	ص	ص	ص	ص

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

توجه

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۳ با استفاده از جدول ارزش گزاره ها و با پر کردن جاهای خالی نشان دهید :

(الف) $(p \Rightarrow p \vee q) \equiv T$ (ب) $(p \wedge q \Rightarrow p) \equiv T$

p	q	$p \wedge q$	$p \wedge q \Rightarrow p$	p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow p \vee q$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	د	د
ن	د	ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	ن	د	ن	ن	ن	د

(ب)

(الف)

گزاره هایی نظیر $(p \Rightarrow p)$ یا $(p \vee \sim p)$ را گزاره هایی همیشه درست و گزاره هایی نظیر $(p \wedge \sim p)$ را همیشه نادرست می نامیم.

آماده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

صفحه ۱۲ کتاب ریاضیات

کاربرد کلاس

ترکیب دو شرطی دو گزاره

۱ با پر کردن جاهای خالی، جدول ارزش گزاره مرکب $p \leftrightarrow q$ را از جدول ارزش گزاره مرکب $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ نتیجه بگیرید.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د

با توجه به اینکه $(p \leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ، جدول ارزش گزاره $p \leftrightarrow q$ به صورت زیر است:

p	q	$p \leftrightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	د

مثبت: $p \leftrightarrow q$

یا:
آدم آفتاب و کلاس

یا:
 $p \leftrightarrow q$ آفتاب آرم

$p \leftrightarrow q$ زمانی درست است
که هر دو درست یا هر دو
نادرست باشند.

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

۲ با استفاده از جدول ارزش درستی گزاره ها، هم ارزی های منطقی زیر را مانند نمونه اثبات کنید.

$$p \vee q = q \vee p$$

الف) قوانین جابدهجایی

$$p \wedge q = q \wedge p$$

$$(p \vee q) \vee r = p \vee (q \vee r)$$

ب) قوانین شرکت پذیری

$$(p \wedge q) \wedge r = p \wedge (q \wedge r)$$

$$p \wedge (q \vee r) = (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

ب) قوانین توزیع پذیری

$$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

در زیر یکی از قانون های توزیع پذیری اثبات شده است.

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن

آموزگار: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

کار هر کلاسی

صفحه ۱۴ آمار و احتمال

جدول زیر را کامل کنید.

عبارت با زبان ریاضی	عبارت با زبان طبیعی
$\forall x \in \mathbb{R} ; x^2 \geq 0$	برای هر عدد حقیقی x داریم: $x^2 \geq 0$
$\forall a \in \mathbb{E} ; a = 2k (k \in \mathbb{Z})$	برای هر عدد زوج a : $a = 2k$ $k \in \mathbb{Z}$
$\exists p \in \mathbb{P} ; p = 2k (k \in \mathbb{Z})$	عدد اول p و عدد فرد p : $p = 2k$ $k \in \mathbb{Z}$
$\exists p \in \mathbb{O} : p \in \mathbb{P}$	بعضی از اعداد فرد، عدد اول هستند.

گزاره نمای شامل متغیر x که با سور عمومی همراه می شود، وقتی به یک گزاره درست تبدیل می شود که هر عضو از دامنه متغیر در گزاره نما صدق کند؛ به عبارت دیگر هیچ مثال نقضی نداشته باشد.

گزاره نمای شامل متغیر x که با سور وجودی همراه می شود، وقتی درست است که مجموعه جواب آن تهی نباشد.

آماده احتمال درس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

کار در کلاس

صنوف ۱۵ آمار و احتمال

درستی یا نادرستی گزاره های سوری زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) هر عدد اول، فرد است. \times عدد ۲ اول است اما فرد نیست

ب) $\exists x \in \mathbb{N}; 2x^2 + 3x + 1 = 0$ \times چون جواب های این معادله $x = -1$ و $x = -\frac{1}{2}$ هستند

پ) $\exists x \in \mathbb{Z}; 2x^2 + 3x + 1 = 0$ \checkmark $x = -1$

ت) هر عدد زوج، غیر اول است. \times عدد ۲ زوج است در حالی که اول است.

ث) در آمار، هر متغیر ترتیبی یک متغیر کیفی است. \checkmark

ج) در احتمال، هر مجموعه پيشامد زیر مجموعه فضای نمونه است. \checkmark

چ) در فضای نمونه S ، پيشامدی مانند A وجود دارد به طوری که $P(A) > 1$. \times احتمال همیشه از صفر تا یک است یعنی $P(A) \in [0, 1]$

ح) طول هر پاره خط، عدد حقیقی است. \checkmark

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

تعمین



۱ از جملات زیر کدام یک گزاره است، ارزش گزاره ها را مشخص کنید.

الف) خیام پزشک ایرانی است. *گزاره درست*

ب) $3+5 > 6$ *گزاره درست*

ث) $\{1\} \in \{1, 2, 3, 4\}$ *گزاره نادرست*

ج) عدد ۱۹۱۷ عددی اول است. *گزاره نادرست*

خ) $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ *گزاره نادرست*

ذ) به امید کامیابی شما. *گزاره نیست*

ب) افلاطون فیلسوف یونانی است. *گزاره درست*

ت) تخته سیاه را پاک کنید. *گزاره نیست*

ج) چه باران شدیدی می آید. *گزاره نیست*

ح) $\emptyset \subset \mathbb{R}$ *گزاره نادرست*

د) عدد $5^4 + 8$ عددی اول است. *گزاره (مشکلی) نادرست*

ر) آمار، مجموعه ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. *گزاره نادرست*

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

تعمین

صفحه ۱۷ آمار و احتمال



۱ از جملات زیر کدام یک گزاره است، ارزش گزاره ها را مشخص کنید.

الف) خیام پزشک ایرانی است. *گزاره درست*

ب) $3+5>6$ *گزاره درست*

ث) $\{1\} \in \{1,2,3,4\}$ *گزاره نادرست*

ج) عدد ۱۹۱۷ عددی اول است. *گزاره نادرست*

خ) $\sqrt{2} \in \mathbb{Z}$ *گزاره نادرست*

ذ) به امید کامیابی شما. *گزاره نیست*

ب) افلاطون فیلسوف یونانی است. *گزاره درست*

ت) تخته سیاه را پاک کنید. *گزاره نیست*

ج) چه باران شدیدی می آید. *گزاره نیست*

ح) $\emptyset \in \mathbb{R}$ *گزاره نادرست*

د) عدد 5^1+8 عددی اول است. *گزاره نادرست*

ر) آمار، مجموعه ای از اعداد، ارقام و اطلاعات است. *گزاره نادرست*

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲ در جاهای خالی عدد یا علامت مناسب قرار دهید، به طوری که گزاره های حاصل دارای ارزش درست باشند.

ب) $5 + \sqrt{2} \in \mathbb{Z}$

ت) $\frac{10 \times 9}{3} \geq 5 \times 3$

ج) $1 \in \{1\}$

ح) $7(\sqrt{2} - 3) = 35$

الف) $-7 \times \sqrt{2} = -7$

ب) $\frac{8 \times \sqrt{2}}{4} \in \left\{2, \frac{1}{3}\right\}$

ث) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 0$

ج) $5(\sqrt{2} - 3) = 20$

۳ دامنه متغیر هر یک از گزاره های زیر، مجموعه اعداد صحیح است، مجموعه جواب هر یک را بنویسید.

الف) x مربع کامل است. $\{1, 4, 9, 16, \dots\}$

ب) a یک واحد از مضرب ۵ بیشتر است. $\{4\}$

ت) $\{n(n+1) = 0 \mid n \in \mathbb{W}\}$

ب) $\frac{2x+1}{3} \leq -1$

$\{0\}$

$2x+1 \leq -3$
 $2x \leq -4 \Rightarrow x \leq -2$
 $\{\dots, -2, -1, 0, 1\}$

$n(n+1) = 0 \Rightarrow n = 0 \text{ یا } -1$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم



۴ نقیض گزاره های زیر را بنویسید.

الف) $2 \leq 3$ \neg $2 > 3$

ب) ابوالوفای بوزجانی، ریاضی دان ایرانی است. \neg ابوالوفای بوزجانی، ریاضی دان ایرانی نیست.

پ) $a \in \{b, c, d\}$ \neg $a \notin \{b, c, d\}$

ت) ۲ عددی زوج است یا عدد π گویاست. \neg ۲ عددی زوج نیست یا عدد π گویاست.

ث) خورشید به دور زمین می چرخد و سنج مرکز استان کردستان است. \neg خورشید به دور زمین نمی چرخد یا سنج مرکز استان کردستان است.

ج) اگر ۳ زوج باشد، آن گاه ۲ فرد است. \neg اگر ۳ زوج است و ۲ فرد نیست.

۵ ارزش گزاره های مرکب زیر را تعیین کنید.

الف) $(2 < 3) \wedge (4 + 2 = 10)$ ن

ب) $(1 \in \{2, 3, 4\}) \vee (\frac{1}{2} \neq \frac{3}{6})$ ن

ت) در لوزی مفروض دو قطر با هم برابرند. \neg (سنتها با هم برابرند)

ج) $2 > 3 \leftrightarrow -2 < -3$ ن

ب) $(-1)^2 + 1 = 0$ \vee $(5 > 3)$ >

ت) اگر عدد ۴ فرد باشد، آن گاه ۴ مربع کامل نیست. >

ث) عدد اول نیست، اگر و تنها اگر ۲ مربع کامل است. >

ح) اگر $a \in \{b\}$ آن گاه $a = b$ و برعکس. >

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

2 جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$
عدد ۲ زوج است.	عدد ۲ فرد است.	>	>	>	د
$5^2 = 25$	$1 < 2$	>	ن	ن	ن
$2 \in \{1, 2\}$	$5 = 10$	>	ن	ن	ن
$2 > 5$	عدد ۷ اول است.	ن	>	د	ن

3 جدول ارزش های هر یک از گزاره های زیر را رسم کنید.

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \vee \sim p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge p$	$(p \vee q) \wedge \sim p$
>	>	ن	ن	ن	>	>	>	ن	ن
>	ن	ن	>	>	>	>	ن	ن	ن
ن	>	>	ن	ن	>	>	>	ن	>
ن	ن	>	>	ن	>	>	ن	ن	ن

- الف) $p \wedge \sim q$
- ب) $\sim p \vee p$
- ث) $(p \vee q) \wedge \sim p$
- ج) $\sim p \wedge p$
- ت) $(p \vee q) \wedge \sim p$
- ث) $\sim p \wedge \sim q$

آموزگار: دکتر مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

▲ با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید که :

ت) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

p	q	~p	~q	(p و ~q)	p و ~q
د	د	ع	ع	ع	ع
د	ع	ع	د	د	د
ع	د	د	ع	ع	ع
ع	ع	د	د	د	د

ب) $p \wedge T \equiv p$

p	T	p و T
د	د	د
ع	د	ع

ب) $p \vee F \equiv p$

p	F	p و F
د	ع	د
ع	ع	ع

الف) $p \Rightarrow p \equiv T$

p	p	p و p
د	د	د
ع	ع	د

ج) $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

p	q	q و p	p و (q و p)
د	د	د	د
د	ع	ع	د
ع	د	ع	ع
ع	ع	ع	ع

ث) $p \wedge (q \vee p) \equiv p$

p	q	p و q	p و (p و q)
د	د	د	د
د	ع	ع	ع
ع	د	ع	ع
ع	ع	ع	ع

ج) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

p	q	r	q و r	p و q	p و (q و r)	(p و q) و r
د	د	د	د	د	د	د
د	د	ع	ع	د	ع	ع
د	ع	د	ع	ع	ع	ع
د	ع	ع	ع	ع	ع	ع
ع	د	د	د	ع	ع	ع
ع	د	ع	ع	ع	ع	ع
ع	ع	د	ع	ع	ع	ع
ع	ع	ع	ع	ع	ع	ع

ح) $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

p	q	~p و q	~(p و q)	~p و ~q	p و q
د	د	ع	ع	ع	د
د	ع	د	د	د	ع
ع	د	د	د	د	ع
ع	ع	د	د	د	د

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

۹ ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، آن گاه n نیز مضرب ۳ است. عکس نقیض

$$n \text{ مضرب } 3 \Rightarrow \begin{cases} n=3k+1 \Rightarrow n^2=9k^2+6k+1 \neq 3t \\ n=3k+2 \Rightarrow n^2=9k^2+12k+4 \neq 3t \end{cases}$$

۱۰ گزاره های زیر را با استفاده از نمادهای \forall, \exists بنویسید و ارزش هر یک را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) هر عدد طبیعی زوج یا فرد است. $\forall n \in \mathbb{N} : n \in 2\mathbb{N} \vee n \in \mathbb{N}$

ب) برای بعضی از مقادیر a در مجموعه اعداد حسابی داریم: $a^2 < 0$. $\exists a \in \mathbb{W} : a^2 < 0$

پ) همه اعداد اول فرداند. $\forall p \in \mathbb{P} : p \in \mathbb{O}$

ت) عدد صحیح مثبتی وجود دارد مانند x به طوری که $1-2x > 5$ $\exists x \in \mathbb{Z} : x > 0, 1-2x > 5$

ث) حاصل جمع هر عدد حقیقی ناصفر با معکوسش، بزرگ تر یا مساوی ۲ است. $\forall x \in \mathbb{R}, x \neq 0 : x + \frac{1}{x} \geq 2$

ج) به ازای بعضی از مقادیر حقیقی داریم $x^2 = x$. $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = x$

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۱۱ هرگاه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x \leq 5\}$ دامنه متغیر باشد، ارزش گزاره های سوری زیر را تعیین کنید.

(ب) $\forall x \in A; x + 2 \leq 9$ درست

(الف) $\exists x \in A; x + 4 = 10$ نادرست

(ت) $\forall x \in A; x + 1 \geq 6$ نادرست

(پ) $\exists x \in A; x + 3 \leq 4$ درست

$x = 1$

$x = 1$

۱۲ ارزش گزاره های سوری زیر را تعیین کنید، سپس نقیض هر یک را بنویسید.

(ب) $\forall n \in \mathbb{N}; (2^n + 1) \in P$ نادرست

(الف) $\forall x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$ نادرست

$\exists n \in \mathbb{N}; 2^n + 1 \notin P$

$\exists x \in \mathbb{R}; \frac{x^2 - 1}{x - 1} \neq x + 1$

(ت) $\exists y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} = 0$ درست

(پ) $\forall x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} \leq -2$ نادرست

$\forall y \in \mathbb{R}; \frac{y - 3}{5} \neq 0$

$\exists x \in (-\infty, 0); x - \frac{1}{x} > -2$

آمار و احتمال درس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مجموعه و زیر مجموعه

کار در کلاس صفحه ۱۹ کتاب ریاضی

۱ فرض کنید $A = \{a, b\}$ ، درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

- | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| $\times \emptyset \in A$ (ب) | $\times \{a\} \in A$ (الف) |
| $\times b \subseteq A$ (ت) | $\checkmark \{a\} \subseteq A$ (پ) |
| $\checkmark \{a, b\} \subseteq A$ (ج) | $\checkmark a \in A$ (ن) |

۲ کدام یک از مجموعه های زیر برابر با تهی و کدام یک نانهی اند؟

(الف) $\emptyset = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 9 \text{ و } 2x = 4\}$ (ب) $\emptyset \neq \{x \in \mathbb{Z} \mid x + 8 = 8\}$

(ب) $\emptyset = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \neq x\}$ (ت) $\emptyset \neq \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 7x\}$

۳ مجموعه های زیر را با نوشتن اعضای آنها مشخص کنید.

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$B = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 = m\} = \{0, 1\}$

$C = \{k \in \mathbb{R} \mid k^2 - 1 = 0\} = \{1, -1\}$ $k^2 = 1 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow k = \pm 1$

$D = \{a \in S \mid S \text{ فضای نمونه برتاب یک تاس است}\} = \{\emptyset, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

۴ با توجه به مجموعه ها در قسمت ۳، درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.

- | | | |
|-------------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| $B \in A$ \times | $B \subseteq A$ \checkmark | $A \cap D \subseteq C$ \times |
| $B \subseteq C \cup A$ \checkmark | $C \not\subseteq A$ \times | $B - D \subseteq A$ \checkmark |

$m^2 = m \Rightarrow m^2 - m = 0 \Rightarrow m(m-1) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } m = 1$

آموزگار: مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

فرض کنید A یک مجموعه n عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه های A برابر با 2^n است.

مثال: مجموعه $A = \{a, \{a\}, \emptyset\}$ را در نظر بگیرید و همه زیرمجموعه های A را در یک مجموعه بنویسید. $2^3 = 8$

A و $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, a\}, \{a, \{a\}\}$

مثال: مجموعه متناهی A را در نظر بگیرید، اگر ۲ عضو به اعضای A اضافه کنیم، تعداد زیرمجموعه های آن ۴۸ واحد

افزایش می یابد، مشخص کنید A چند عضوی است.

$$2^n + 48 = 2^{n+2} \Rightarrow 2^{n+2} - 2^n - 48 = 0 \quad 2^2 \times 2^n - 2^n - 48 = 0$$

$$\xrightarrow{2^n = x} 4x - x - 48 = 0 \Rightarrow 3x = 48 \Rightarrow x = 16$$

$$2^n = 16 \Rightarrow 2^n = 2^4 \Rightarrow \boxed{n = 4}$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

ویژگی ۱- فرض کنید A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند، به طوری که $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ ثابت کنید $A \subseteq C$.

$$\forall x \in A \xrightarrow{A \subseteq B} x \in B \xrightarrow{B \subseteq C} x \in C$$

$$\therefore A \subseteq C \quad \text{یعنی} \quad \forall x \in A \Rightarrow x \in C \quad \sigma_0$$

ویژگی ۲- فرض کنید A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \subseteq B$. ثابت کنید $B' \subseteq A'$.

$$x \in B' \Rightarrow x \notin B \xrightarrow{A \subseteq B} x \notin A \Rightarrow x \in A'$$

$$\therefore B' \subseteq A' \quad \text{یعنی} \quad \forall x \in B' \Rightarrow x \in A' \quad \sigma_0$$

ویژگی ۳- برای هر مجموعه دلخواه مانند A با مجموعه مرجع U ثابت کنید: $\emptyset \subseteq A$.

$$(x \notin A \Rightarrow x \notin \emptyset) \Rightarrow (x \in \emptyset \Rightarrow x \in A)$$

$$\text{یعنی} \quad \emptyset \subseteq A$$

آدرس: تهران مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

۱ برای مجموعه های A و B با مرجع U ثابت کنید که $A \subseteq A \cup B$.

اثبات:

$$\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B) \Rightarrow x \in A \cup B$$

$$\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup B) \Rightarrow A \subseteq A \cup B$$

بنابراین داریم:

درستی استدلال بالا را توضیح دهید.

۲ فرض کنیم A و B و C و D چهار مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ آن گاه $A \cup C \subseteq B \cup D$.

اثبات: جاهای خالی را پر کنید:

$$\forall x; [x \in (A \cup C)] \Rightarrow \begin{cases} x \in A \Rightarrow \dots & (A \subseteq B \text{ زیرا}) \\ \vee & \vee \\ \dots \Rightarrow x \in D & (C \subseteq D \text{ زیرا}) \end{cases} \Rightarrow x \in B \vee x \in D \Rightarrow x \in B \cup D$$

بنابراین داریم:

$$\forall x; [x \in (A \cup C) \Rightarrow x \in (B \cup D)] \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup D$$

۳ فرض کنیم A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید: اگر $A \subseteq C$ و $B \subseteq C$ آن گاه $(A \cup B) \subseteq C$.

راهنمایی: از ویژگی قسمت ۲ استفاده کنید.

$$\left. \begin{matrix} A \subseteq C \\ B \subseteq C \end{matrix} \right\} \Rightarrow A \cup B \subseteq C \cup C \Rightarrow A \cup B \subseteq C$$

کار در کلاس

صفحه ۲۳ آمار و احتمال یازدهم ریاضی

فرض کنید $A = \{1, 2\}$ ، کدام یک از مجموعه های زیر با A مساوی است؟ (با ذکر دلیل).

$$\text{الف) } A = \{1 \text{ و } 2\} = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$$

$$\text{ب) } A \neq \{-1 \text{ و } -\frac{1}{2}\} = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 + 3x + 1 = 0\}$$

$$\text{ب) } A \neq [1, 2] = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$$

$$\text{ت) } A = \{1 \text{ و } 2\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 2\}$$

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مثال: فرض کنیم A و B دو مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید: $A \cap B = B \cap A$. (خاصیت جابه جایی اشتراک).
اثبات: برای اثبات حکم باید درستی دو رابطه زیر را نشان دهیم:

$$A \cap B \subseteq B \cap A \quad (1) \quad ; \quad B \cap A \subseteq A \cap B \quad (2)$$

اثبات (1):

$$\forall x; [x \in (A \cap B) \Rightarrow x \in A \wedge x \in B \Rightarrow x \in B \wedge x \in A \quad (\wedge \text{ جابه جایی}) \\ \Rightarrow x \in B \cap A]$$

به روش مشابه می توان درستی رابطه (2) را نشان داد.

مثال: فرض کنیم A و B دو مجموعه با مرجع U باشند؛ ثابت کنید که اگر $A \subseteq B$ آن گاه $A - B = \emptyset$.
اثبات:

$$A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{x \in U \mid x \in B \wedge x \notin B\} = \emptyset \quad (A \subseteq B \text{ زیرا}) \\ \Rightarrow A - B = \emptyset$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

صفحه ۲۴ آمار و احتمال

تمرین

۱ مجموعه های زیر را که شامل شکل های هندسی در صفحه هستند، در نظر بگیرید :

$$A = \{x \mid x \text{ یک چهارضلعی است}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ یک لوزی است}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ یک مستطیل است}\}$$

$$D = \{x \mid x \text{ یک مربع است}\}$$

کدام یک از روابط زیر درست است؟ (با ذکر دلیل)

$B \subseteq D$ (ب)

$D \subseteq C$ (الف)

$D \subseteq A$ (ت)

$A \subseteq B$ (ب)

۲ فرض کنید $A = \{1, 2, 3, \dots, 8, 9\}$ و $B = \{2, 4, 6, 8\}$ و $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ و $D = \{3, 4, 5\}$ و $E = \{3, 5\}$.

در هر یک از حالت های زیر مشخص کنید: X می تواند کدام یک از این مجموعه ها باشد؟

الف) X و B عضو مشترکی ندارند. $X \subseteq A$ ولی $X \not\subseteq C$ (ب) $X \subseteq D$ ولی $X \not\subseteq B$ (ب)

ب) $X \subseteq C$ ولی $X \not\subseteq A$ (ن) $X \subseteq D$ ولی $X \not\subseteq B$ (ب)

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۲ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) $\emptyset = \{\emptyset\}$ ✗

ب) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ✓

پ) $\emptyset \notin \{\emptyset\}$ ✗

ت) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in \{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$ ✓

۳ کدام یک از مجموعه های زیر با هم مساوی اند؟

$$A = \{m \in \mathbb{Z} \mid |m| < 2\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\} = \{0, 1\}$$

$$C = \{y \in \mathbb{Z} \mid y^2 \leq 2y\} = \{0, 1, 2\}$$

$$D = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 \leq 1\} = \{-1, 0, 1\}$$

$$E = \{m \in \mathbb{Z} \mid m^2 + 2m = 2m^2\} = \{0, 1, 2\}$$

$$C = E$$

$$A = D$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۵ مثال هایی از مجموعه های دلخواه A و B و C بیاورید که برای آنها حکم های زیر درست باشند.

الف) $A \in B, B \in C, A \notin C$ $A = \{1\}, B = \{1, \{1\}, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$

ب) $A \in B, B \in C, A \in C$ $A = \{\emptyset\}, B = \{\{\emptyset\}, \emptyset\}, C = \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \emptyset\}\}$

پ) $A \in B, A \subseteq B$ $A = \{\emptyset\}, B = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

۶ اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه های آن 2^{n-2} واحد کم می شود، مجموعه A چند زیرمجموعه

ارد؟
 $2^{n-2} = 2^n - 284 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^n = 2^n - 284 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^n = 2^n - 284$
 $\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^n = 284 \Rightarrow 2^n = 568 \Rightarrow 2^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$

۷ اگر $A = \{2, x+2y, 4\}$ و $B = \{4, 5, x-y\}$ و $A=B$ در این صورت، مقادیر x و y را بیابید.

$$\begin{cases} x-y=2 \\ x+2y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-2y=4 \\ x+2y=4 \end{cases} \Rightarrow 3x=8 \Rightarrow x=3 \quad 3-y=2 \Rightarrow y=1$$

۸ ثابت کنید برای مجموعه های A و B با مرجع U داریم: $A-B \subseteq A$.

$x \in A-B \Rightarrow x \in A, x \notin B \Rightarrow x \in A$
 $A-B \subseteq A$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

❶ فرض کنیم A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ آن گاه:

الف) $A \cup C \subseteq B \cup C$

$$A \subseteq B, C \subseteq C \Rightarrow A \cup C \subseteq B \cup C$$

ب) $A \cap C \subseteq B \cap C$

$$A \subseteq B, C \subseteq C \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap C$$

❷ مجموعه های A و B و C و D با مرجع U را در نظر بگیرید، ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ آن گاه:

ب) $A \cap C \subseteq B \cup D$

الف) $A \cap C \subseteq B \cap D$

$$\text{الف) } x \in A \cap C \Rightarrow x \in A, x \in C \Rightarrow x \in B, x \in C \Rightarrow x \in B \cap D$$

$$\text{ب) } A \subseteq B, C \subseteq D \Rightarrow A \cap C \subseteq B \cap D \xrightarrow{B \cap D \subseteq B \cup D} A \cap C \subseteq B \cup D$$

❸ الف) فرض کنید: $A \subseteq \emptyset$ ثابت کنید: $A = \emptyset$. ب) فرض کنید $U \subseteq A$ ثابت کنید: $A = U$.

$$\text{الف) } A \subseteq \emptyset, \emptyset \subseteq A \Rightarrow A = \emptyset$$

$$\text{ب) } U \subseteq A, A \subseteq U \Rightarrow A = U$$

آدرس: تهران مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

۱۷ هرگاه A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت ثابت کنید:

الف) $B - A = B$ ب) $B \subseteq A'$

الف) $x \in B \Leftrightarrow x \in B - A \vee x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in B \vee x \in \emptyset \Leftrightarrow x \in B - A$

ب) $(x \in B \Leftrightarrow x \in B \xrightarrow{A \cap B = \emptyset} x \notin A \Leftrightarrow x \in A') \Rightarrow B \subseteq A'$

۱۸ فرض کنید: $X = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ، کدام یک از حالت های زیر یک افراز برای X محسوب می شود.

- الف) $\{a, c, e\}$ و $\{b\}$ و $\{d, g\}$ ✗ ~~نادرست~~
- ب) $\{a, b, e, g\}$ و $\{c\}$ و $\{d, f\}$ ✓
- ب) $\{a, e, g\}$ و $\{c, d\}$ و $\{b, f\}$ ✗
- ت) $\{a, b, c, d, e, f, g\}$ ✓
- ث) $\{a\}$ و $\{b, c\}$ و $\{d\}$ و $\{f, g\}$ و $\{e\}$ ✓

جبر مجموعه ها:

$$1) A \cap B = B \cap A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$2) A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap U = A$$

$$3) A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup U = U$$

$$4) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$5) (A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

$$۵) A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \quad \text{و} \quad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$۶) A - B = A \cap B' = B' - A', \quad B - A = B \cap A' = A' - B'$$

$$۷) A \cup A' = U, \quad A \cap A' = \emptyset$$

$$۸) A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases}$$

$$۹) A \cap (A \cup B) = A \quad \text{و} \quad A \cup (A \cap B) = A$$

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مثال ۱: با استفاده از خواص فوق ثابت کنید: (U مجموعه مرجع فرض شده است).

الف) $(A \cup B) \cap (B' \cup A) = A$

ب) $(C \cap A) \cup (A' \cap C) = C$

صنعت ۲۹

پ) $A \cup (B \cup A') = U$

ت) $A - B = A \cap B'$

الف) $(A \cup B) \cap (B' \cup A) = (A \cup B) \cap (A \cup B')$

جابه جایی

$= A \cup (B \cap B')$

خاصیت توزیع پذیری (به اصطلاح فاکتورگیری)

$= A \cup \emptyset$

$= A$

ب) $(C \cap A) \cup (A' \cap C) = (C \cap A) \cup (C \cap A')$

جابه جایی

$= C \cap (A \cup A') = C \cap U = C$

توزیع پذیری

پ) $A \cup (B \cup A') = A \cup (A' \cup B)$

جابه جایی

$= (A \cup A') \cup B = U \cup B = U$

شرکت پذیری

ت) $A - B = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \notin B\} = \{x \in U \mid x \in A \wedge x \in B'\}$

تعریف متمم

$= A \cap B'$

تعریف اشتراک

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مثال: درستی هر یک از تساوی های زیر را بررسی کنید.

صمیم ۳۱

الف) $A - B = B' - A'$

$$A - B = A \cap B' = B' \cap A = B' - A'$$

ب) $(X \subseteq A) \wedge (X \subseteq A') \Rightarrow X = \emptyset$

$$\begin{cases} X \subseteq A \\ X \subseteq A' \end{cases} \Rightarrow (X \cap X) \subseteq (A \cap A') \Rightarrow X \subseteq \emptyset \Rightarrow X = \emptyset \quad (۱)$$

ب) $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$

$$\begin{aligned} (A - B) \cap (B - A) &= (A \cap B') \cap (B \cap A') \\ &= [(A \cap B') \cap B] \cap A' \\ &= [A \cap (B' \cap B)] \cap A' \\ &= (A \cap \emptyset) \cap A' \\ &= \emptyset \cap A' = \emptyset \end{aligned}$$

از طرفی می دانیم $\emptyset \subseteq X$ و بنابراین $X = \emptyset$

شرکت پذیری

شرکت پذیری

تعریف متمم

ن) $(A \cup B) - C = (A - C) \cup (B - C)$

$$\begin{aligned} (A \cup B) - C &= (A \cup B) \cap C' \\ &= (A \cap C') \cup (B \cap C') \\ &= (A - C) \cup (B - C) \end{aligned}$$

توزیع پذیری « \cap » نسبت به « \cup »

تبدیل اشتراک به تفاضل

آمده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

$$\text{ن) } (A-B) \cup (A \cap B) \cup (B-A) = A \cup B$$

$$\begin{aligned} & (A-B) \cup (A \cap B) \cup (B-A) \\ &= [(A-B) \cup (A \cap B)] \cup (B-A) \\ &= [(A \cap B') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A') \\ &= [A \cap (\dots \cup \dots)] \cup (B \cap A') \\ &= (A \cap U) \cup (B \cap A') \\ &= A \cup (B \cap A') \\ &= (A \cup \dots) \dots (A \cup \dots) \\ &= (A \cup B) \cap U \\ &= A \cup B \end{aligned}$$

شرکت پذیری اجتماع
تبدیل تفاضل به اشتراک
توزیع پذیری
تعریف متمم
تعریف مرجع
توزیع پذیری
تعریف متمم
تعریف مرجع

آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

صحنه ۳۳ آمار و احتمال

کار در کلاس

با استفاده از قوانین و خواص (جبر مجموعه ها) درستی تساوی های زیر را بررسی کنید :

الف) $(A-B)' = (A' \cup B)$

$$(A-B)' = (A \cap B')' = A' \cup (B')' = A' \cup B$$

ب) $(A-B)-C = (A-C)-B$

$$(A-B)-C = (A-B) \cap C' = (A \cap B') \cap C' = (A \cap C') \cap B' = (A-C)-B$$

پ) $A-(B \cap C) = (A-B) \cup (A-C)$

$$\begin{aligned} A-(B \cap C) &= A \cap (B \cap C)' = A \cap (B' \cup C') \\ &= (A \cap B') \cup (A \cap C') = (A-B) \cup (A-C) \end{aligned}$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

مثال: با استفاده از جبر مجموعه ها درستی هر یک از تساوی های زیر را بررسی کنید.

الف) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$ ✓

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') = (A \cap B') \cap (A \cap C') = (A - B) \cap (A - C)$$

ب) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$ ✓

$$\begin{aligned} A \cap (B - C) &= A \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) \cap (A' \cup C') \\ &= (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) - (A \cap C) \end{aligned}$$

پ) $A - (B - C) = (A - B) - C$ ✗

$A = \{1, 2, 3\}$ $B = \{3, 4\}$ $C = \{2, 5\}$

$A - B = \{1, 2\}$ $B - C = \{3\}$ $A - (B - C) = \{1, 2\}$ $(A - B) - C = \{1\}$

ن) $A = B$ آنگاه $(A \cup B) = (A \cap B)$ اگر

$$\begin{aligned} x \in A &\implies x \in A \cup B \xrightarrow{A \cup B = A \cap B} x \in A \cap B \implies x \in B \\ x \in B &\implies x \in A \cup B \implies x \in A \cap B \implies x \in A \end{aligned}$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

۱ اگر $A = \{۱۰ و \dots و ۲ و ۱\}$ و $B = \{۵ و ۶ و \dots و ۱۵\}$ و $U = \{۱ و ۲ و \dots و ۲۰\}$ حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف $(A \cap B') \cup (A \cap B)$

$$(A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A = \{۱۰ و \dots و ۲ و ۱\}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } (A-B) \cup ((A \cap B') \cap ((B-A) \cup A')) &= (A \cap B') \cup ((A \cap B') \cap ((B \cap A') \cup A')) \\ &= (B \cap A') \cup ((B \cap A') \cup A') = (B \cap A') \cup A' = A' \\ &= U - A = \{۱۱ و ۱۵ و \dots و ۲۰\} \end{aligned}$$

آماده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

صنعت ۳۶ آمار و احتمال

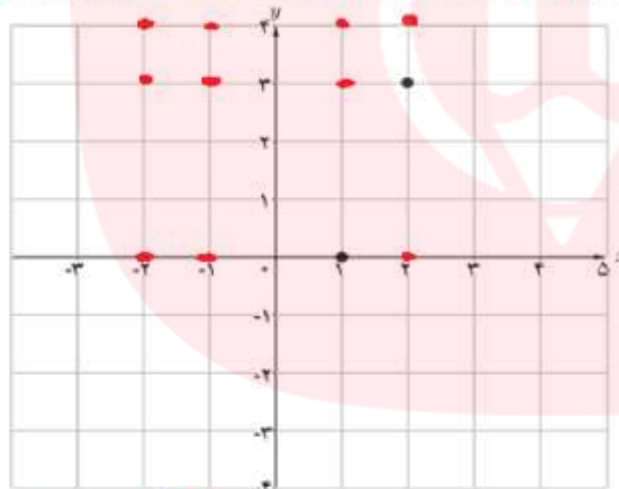
فعالیت

۱ اگر $A = \{-2, -1, 2, 1\}$ و $B = \{0, 3, 4\}$ ، ابتدا مجموعه های $(A \times B)$ و $(B \times A)$ را تشکیل دهید و سپس نمودار

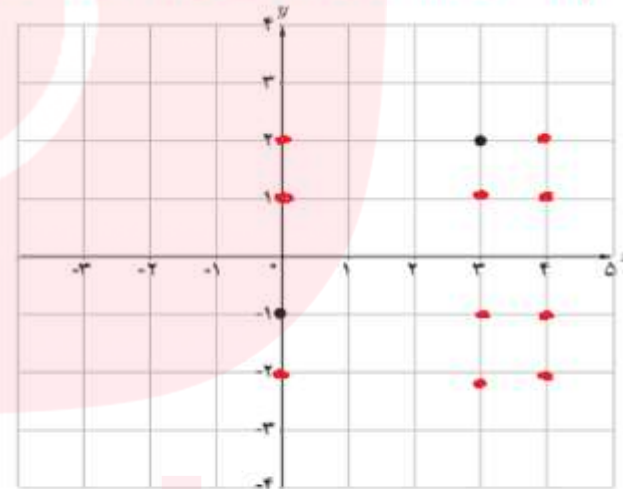
مختصاتی هر یک از این مجموعه ها را رسم کنید. (نمودارها را کامل کنید.)

$$A \times B = \{(-2, 0), (-1, 0), (2, 0), (1, 0), (-2, 3), (-1, 3), (2, 3), (1, 3), (-2, 4), (-1, 4), (2, 4), (1, 4)\}$$

$$B \times A = \{(0, -2), (0, -1), (0, 2), (0, 1), (3, -2), (3, -1), (3, 2), (3, 1), (4, -2), (4, -1), (4, 2), (4, 1)\}$$



$A \times B$



آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

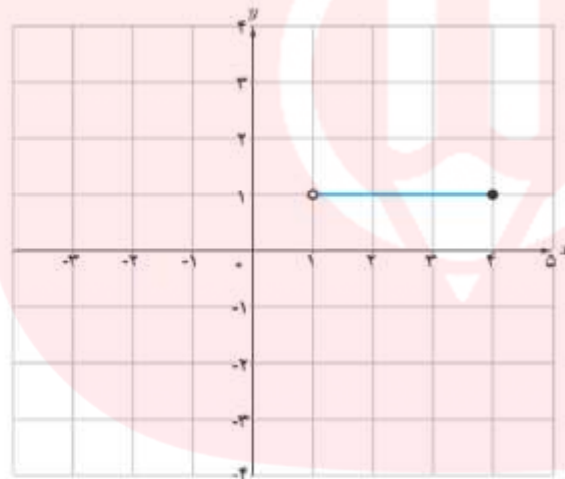
بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

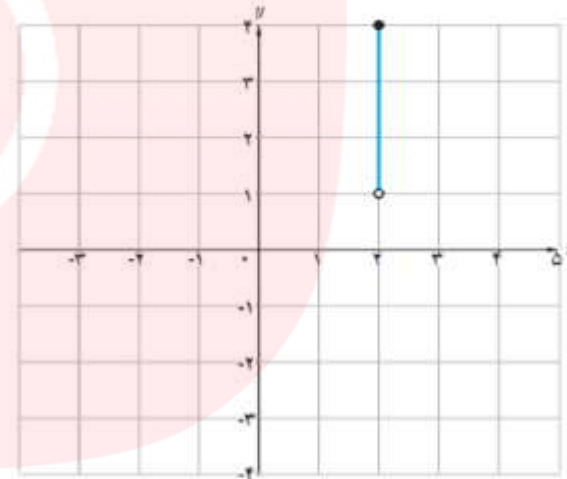
۲ اگر فرض کنیم: $A = (1, 4]$ و $B = \{1, 2\}$ در این صورت، نمودارهای مربوط به $A \times B$ و $B \times A$ که بخشی از آنها رسم شده است را تکمیل کنید.

$$A \times B = \{(x, y) | x \in (1, 4] \wedge y \in B\}$$

$$B \times A = \{(x, y) | (x = 1 \vee x = 2) \wedge 1 < y \leq 4\}$$



نمودار $A \times B$



نمودار $B \times A$

آماده احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

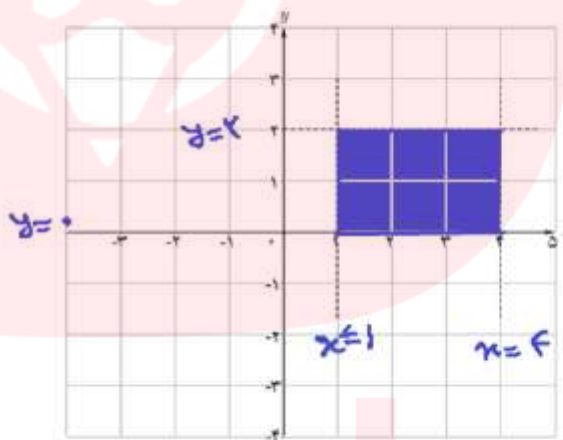
بسم الله الرحمن الرحيم

۱ اگر فرض کنیم: $A = \mathbb{R}$ و $B = \{0, 1, 2\}$ نمودار $A \times B$ را رسم کنید.



۲ در صورتی که $A = [1, 4]$ و $B = [0, 2]$ در این صورت، نمودار $(A \times B)$ را که بخشی از صفحه مختصات دکارتی است، هانسور بزنید.

$$A \times B = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 4 \wedge 0 \leq y \leq 2\}$$



آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

تعریف صحنه آمار و احتمال

1 با استفاده از تعریف اشتراک، اجتماع و خواص جابه جایی، شرکت پذیری و توزیع پذیری برای ترکیب عطفی و فصلی در گزاره ها، هر یک از تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف) $A \cap B = B \cap A$

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \Leftrightarrow x \in B \wedge x \in A \Leftrightarrow x \in B \cap A$$

ب) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \cap C) &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \cap C \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \wedge x \in C) \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \in C \Leftrightarrow x \in A \cap B \wedge x \in C \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cap C \end{aligned}$$

پ) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$\begin{aligned} x \in A \cap (B \cup C) &\Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B \cup C \Leftrightarrow x \in A \wedge (x \in B \vee x \in C) \\ &\Leftrightarrow (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \in A \wedge x \in C) \Leftrightarrow x \in A \cap B \vee x \in A \cap C \\ &\Leftrightarrow x \in (A \cap B) \cup (A \cap C) \end{aligned}$$

آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

۲ درستی هر یک از تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف) $(A \cap B) \cup (B' \cap A) = A$

$$(A \cap B) \cup (B' \cap A) = (A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$$

ب) $(A' \cap B') \cap A = \emptyset$

$$(A' \cap B') \cap A = A \cap (A' \cap B') = (A \cap A') \cap B' = \emptyset \cap B' = \emptyset$$

پ) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$

$$(A \cap B) \cap (A \cap C) = A \cap (B \cap (A \cap C)) = A \cap (A \cap (B \cap C)) = (A \cap A) \cap (B \cap C) = A \cap (B \cap C)$$

ت) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$

$$(A \cup B) \cup (A \cup C) = A \cup (B \cup (A \cup C)) = A \cup (A \cup (B \cup C)) = (A \cup A) \cup (B \cup C) = A \cup (B \cup C)$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

۲ هر یک از عبارتهای زیر را ساده کنید :

الف) $(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) = B$

$$(A' \cap B) \cup ((B \cap A) - B') \cap (B \cup A) = (A' \cap B) \cup ((B \cap A) \cap B) \cap (B \cup A)$$

$$= (A' \cap B) \cup (A \cap B) \cap (A \cup B) = (A' \cap B) \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$$

ب) $(A \cup B) - B = A - B$

$$(A \cup B) - B = (A \cup B) \cap B' = (A \cap B') \cup (B \cap B') = (A \cap B') \cup \emptyset = A \cap B' = A - B$$

پ) $[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = B$

$$[(A \cup B) - A] \cup (A \cap B) = ((A \cup B) \cap A') \cup (A \cap B) = ((A \cap A') \cup (B \cap A')) \cup (A \cap B)$$

$$= \emptyset \cup (B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap (A' \cup A) = B \cap U = B$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

درستی هر یک از تساوی های زیر را بررسی کنید.

الف) $(A \subseteq X) \wedge (A' \subseteq X) \Rightarrow X=U$

$A \subseteq X, A' \subseteq X \Rightarrow (A \cup A') \subseteq X \Rightarrow U \subseteq X \Rightarrow X=U$

ب) $(A-B) \cup (A \cap B) = A$

$(A-B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$

پ) $(A \cap B) - C = (A-C) \cap (B-C)$

$(A \cap B) - C = (A \cap C') \cap (B \cap C') = (A \cap B) \cap C' = (A \cap B) - C$

ت) $(A-B) \cup (B-A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

$(A-B) \cup (B-A) = (A \cap B') \cup (B \cap A') = (A \cup (B \cap A')) \cap (B' \cup (B \cap A'))$
 $= (A \cup B) \cap (A \cup A') \cap (B' \cup A) \cap (B' \cup B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' = (A \cup B) - (A \cap B)$

ث) $(A \cup B) \cap (A' \cap B') = \emptyset$

$(A \cup B) \cap (A' \cap B') = (A \cup B) \cap (A \cup B)' = \emptyset$

ج) $[(A \cup B) = (A \cup C) \wedge (A \cap B) = (A \cap C)] \Rightarrow B=C$

$B \cup C \subseteq A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = (A \cup C) \cup C = A \cup C \Rightarrow B \cup C \subseteq A \cup C$

درس: مزبان حبیبی

$B \cup C \subseteq (A \cup C) \cap (A \cup B) = A \cup (B \cap C) \Rightarrow (A \cup B) \subseteq B \cap C$

صورتی طور $B \cup C \subseteq A \cup B$

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

بسم الله الرحمن الرحيم

۵ اگر $A = \{y+2, 5, z\}$ و $B = \{x+1, 4, -2\}$ در این صورت، با فرض $A \times B = B \times A$ بیشترین مقدار برای $(x+y+z)$ را بیابید.

$$A \times B = B \times A \xrightarrow{A, B \neq \emptyset} A = B$$

$$A = B \Rightarrow \begin{cases} 1) x+1=5, y+2=4, z=-2 \Rightarrow x=4, y=2, z=-2 \rightarrow x+y+z=4 \\ 2) x+1=4, y+2=5, z=4 \Rightarrow x=3, y=3, z=4 \rightarrow x+y+z=10 \end{cases}$$

آمار و احتمال مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

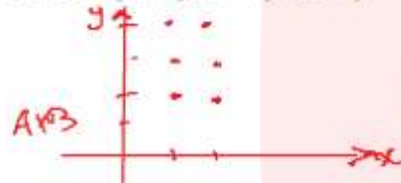
گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر مزبان حبیبی

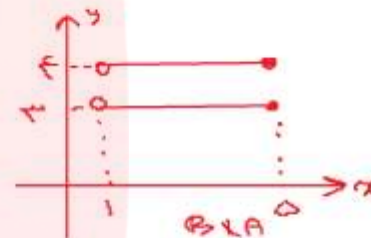
بسم الله الرحمن الرحيم

با توجه به مجموعه های داده شده، نمودار هر یک از حاصل ضرب های $A \times B$ و $B \times A$ را رسم کنید.

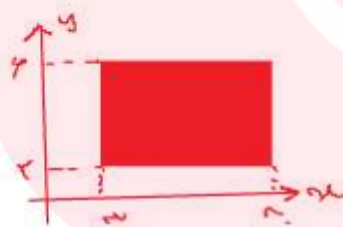
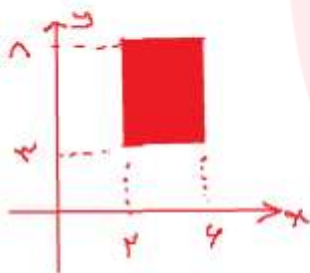
الف) $A = \{2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}$



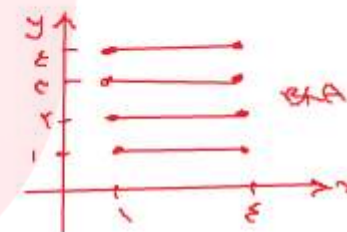
ب) $A = \{3, 4\}, B = \{1, 5\}$



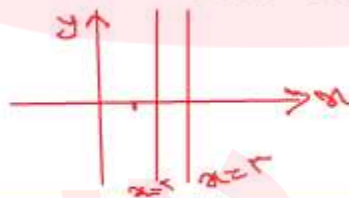
پ) $A = [2, 6], B = [2, 8]$



ت) $A = \mathbb{N}, B = \{1, 4\}$



ث) $A = \mathbb{R}, B = \{2, 3\}$



آموزشگاه مدرس: مزبان حبیبی

mezbanhabibi@gmail.com

09176193511

گروه آموزشی عصر

بزه های آموزشی آمار و احتمال یازدهم ریاضی، دکتر فرزبان حبیبی

پایان

مای درسی
گروه آموزشی عصر

+989166161828 www.may.dars.ir +989176193511