

سؤالات امتحان درس : ریاضی ۳		تعداد صفحه: ۲	نام و نام خانوادگی:	رشته : تجربی
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/		طراح سوال : نرگس نجف آبادی	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
ردیف	(استفاده از ماشین حساب با چهار عمل اصلی مجاز است.)			نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر نقطه C نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد و $f'(C) = 0$ موجود باشد آنگاه $f'(C) = 0$</p> <p>ب) نقطه $(1, 1)$ بیرون دایره $(x + 2)^2 + (x - 1)^2 = 9$ قرار دارد.</p>			۰/۵
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) در شکل مقابل نقطه نقطه ای است که مقدار تابع و مقدار مشتق در آن منفی است.</p> <p>ب) نقطه ای به طول نقطه بحرانی تابع $y = x - 2$ است.</p>			۰/۵
۳	<p>نمودار تابع f داده شده است نمودار $y = -\frac{1}{4}f(2x) + 1$ را رسم کنید.</p>			۱
۴	<p>با محدود کردن دامنه تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ یک تابع یک به یک به دست آورده و ضابطه وارون این تابع را بیابید.</p>			۱
۵	<p>باتوجه به نمودار داده شده ضابطه تابع آن را بنویسید.</p>			۱
۶	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.</p> $\cos 2x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$			۱
۷	<p>حاصل حدهای زیر را بیابید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{2 - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+5} - 1}{x^2 + 4x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x^4 + 3x - 7}{(x^3 + 1)(2x + 5)}$</p>			۲
۸	<p>اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{1}{3}$ و $f(2) = -1$ در این صورت معادله خط مماس بر منحنی تابع را در نقطه ای به طول ۲ بنویسید.</p>			۰/۷۵
۹	<p>مشتق پذیری تابع $f(x) = x x - 2$ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید.</p>			۱/۲۵
۱۰	<p>مشتق تابع های زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = (x^4 - 1)(2x - x^2)^4$ ب) $g(x) = \frac{x^3 - 5x + 2}{\sqrt[3]{2x - 1}}$</p>			۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

۱/۲۵	در تابع با ضابطه $f(x) = x^3$ آهنگ متوسط تغییر این تابع وقتی $x = ۲$ و $\Delta x = ۲$ از آهنگ لحظه ای تغییر این تابع در نقطه $x = ۳$ چقدر بیشتر است؟	۱۱
۲	الف) نقاط اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ را بیابید. ب) بیشترین مقدار این تابع در بازه $[-۲, ۲]$ را به دست آورید.	۱۲
۱	تابع با ضابطه $f(x) = 3x^2 - x^3$ در چه بازه ای اکیدا صعودی است؟	۱۳
۰/۷۵	پاره خط AB را که در نقطه A بر خط l عمود است حول l دوران کرده و شکلی به مساحت ۱۲π به وجود آورده است طول AB را بیابید.	۱۴
۱	در یک بیضی به کانون های $(۲, -۱)$ و $(۲, ۷)$ اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی را بیابید.	۱۵
۱	مقدار k را طوری بیابید که دو دایره به معادلات $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$ و $x^2 + y^2 - 4y + k = 0$ بر هم مماس داخل باشند.	۱۶
۰/۵	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $(۱, -۱)$ بوده و از نقطه $A(۲, ۰)$ بگذرد.	۱۷
۲	در اولین ظرف از سه ظرف همانند ۳ مهره سفید و ۹ مهره سیاه و دومین ظرف ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در ظرف سوم فقط مهره سیاه داریم با چشم بسته از یکی از ظرف ها یک مهره بیرون می آوریم. احتمال اینکه این مهره سیاه باشد کدام است؟	۱۸
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید

مای درسی

گروه آموزشی عصر

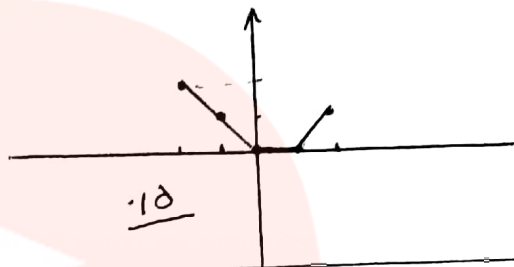
www.my-dars.ir

۱- الف) دست = ۱۵۰ ب) نارس = ۱۲۵

۲- الف) a = ۱۵۰ ب) x = ۲

x	۲	۰	۲	۴
y	۲	۰	۲	۰

$\frac{1}{2}x$	-۲	-۱	۰	۱	۲
$-\frac{1}{2}x$	۲	۱	۰	۰	۱



$P_{(m)} = (x-1)^2 + 2$ $D: x \geq 1$ $y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow (x-1)^2 = (y-2) \Rightarrow x-1 = \sqrt{y-2} \Rightarrow x = \sqrt{y-2} + 1$
 $\Rightarrow P^{-1}(m) = \sqrt{x-2} + 1$

$T = 4\pi$ $\max = 3$ $\min = -1$ $|a| = 2$ $C = 1$ $|b| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$
 $y = 2 \sin(\frac{1}{2}x) + 1$ $y = -2 \sin(\frac{1}{2}x) + 1$

$\cos x - \sqrt{2} \sin x - 1 = 0 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x (-\sqrt{2} \sin x - \sqrt{2}) = 0$
 $\Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi$ $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \sin(-\frac{\pi}{4}) \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$
 $x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{4}$

الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{[x] - x}{0} = \frac{1-x}{0^+} = \frac{-x}{0^+} = -\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x+a}-1}{x^2+fn} \times \frac{\sqrt{x+a}+1}{\sqrt{x+a}+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+a-1}{x(x+f)(\sqrt{x+a}+1)}$
 $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x(\sqrt{x+a}+1)} = -\frac{1}{\infty}$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-ax^f}{(x^3)(rx)} = -\frac{a}{r}$

$P(x) = m = \frac{1}{2}$ $P(x) = -1$ $y+1 = \frac{1}{2}(x-2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$P'_+(x) = \lim_{x \rightarrow x^+} \frac{x|x-x|}{x-x} = \lim_{x \rightarrow x^+} x = x$ $P'_-(x) = \lim_{x \rightarrow x^-} \frac{x|x-x|}{x-x} = \lim_{x \rightarrow x^-} -x = -x$
 در $x=2$ یورو P در $x=2$ سکه P

$$P'(x) = (F x^r) + (r x - x^r)^r + (x^r - 1)^r (r x - x^r)^{r-1} (r - x)$$

$$g'(x) = \frac{(r x^r - \Delta)(\sqrt{r x - 1}) - (\frac{r}{\sqrt{r x - 1}})(x^r - 1)}{\sqrt{r x - 1}}$$

الف $P'(x) = P(\Delta) - P(1) = \frac{(\Delta)^r - r^r}{\Delta - r} = \frac{120 - 27}{120 - 27} = \frac{9\Delta}{9} = \Delta$

ب $P'(x) = r x^r \rightarrow P'(1) = r$

الف $P'(x) = r x^r \rightarrow P'(1) = r$

الف $P(x) = x^r - r x^r - 9x + 10 \Rightarrow P'(x) = r x^r - 9x - 9 \Rightarrow 0 \Rightarrow x = -1, x = r$

x	-1	r
P'	+	-
P	↑	↓

$x = -1$ max $x = r$ min

x	-1	r
P	10	-14

$P'(x) = 9x - r x^2 = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{9}{r} = r$

x	0	r
P'	-	+
P	↓	↑

$(-\infty, 0)$ min $(r, +\infty)$ max

$\pi r^2 = 12\pi \rightarrow r = \sqrt{12} = AB$

$2b = 9 \rightarrow b = \frac{9}{2}$

$2c = 12 \rightarrow c = 6$

$a^2 = b^2 + c^2 = 9 + 36 = 45 \rightarrow a = 3\sqrt{5}$

$OO' = |r - r'|$

$O: (-1, 1) \quad r = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{2}) = 1$

$O': (0, 2) \quad r' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1+4} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$OO' = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\sqrt{2} = |\sqrt{2} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}| \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{5} = 0$

$(x-1)^2 + (y+1)^2 = R^2$

$R = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$

الف $P(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

$P'(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$P(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}(\frac{1}{4}) + \frac{1}{4}(-\frac{1}{2}) + \frac{1}{4} = \frac{1}{16} - \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$