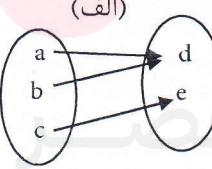
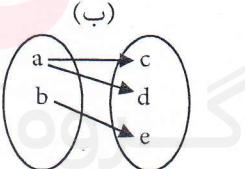
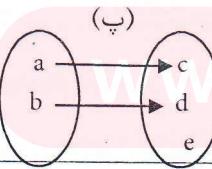
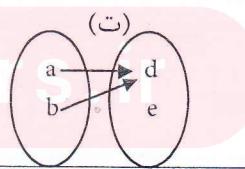


نام:	بسم الله الرحمن الرحيم	تعداد صفحه: ۲ صفحه رشته تحصیلی:
نام خانوادگی:		زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه
دوره دوم		امتحان: ریاضی و آمار (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳/۶	طرح سؤال: خانم درویشزاده	
ردیف	سؤالات	بارم
۱	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری 40° درجه باشد تعداد متغیر در نمودار حضور دارند.	۰/۵
۲	مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، مناسب با کدام یک از موارد زیر است? (۱)شعاع دایره ها (۲)قطر دایره ها (۳)مساحت دایره ها	۰/۵
۳	طول یک مستطیل 2 برابر عرض آن است، اگر مساحت مستطیل 200 سانتی متر مربع باشد، طول و عرض آن چند سانتی متر است؟	۱
۴	معادله زیر را به روش کلی (دلتا) حل کنید. $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$	۱
۵	یک شرکت برای تولید n کالا، $c(x) = 4000 + 20x$ هزینه می کند و هر کالا 100 تومان می فروشد. الف)تابع سود این شرکت را بنویسید.. ب)این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟ ج)نقطه سر به سر نقطه ای است که	۱/۵
۶	دلیل تابع بودن یا نبودن هریک از روابط زیر را بیان کنید. (الف)  (ب)  (پ)  (ت) 	۱

۱	$f: A \rightarrow B$ $f(x) = x^3 - 1$	برد تابع زیر را با توجه به دامنه مشخص شده بیابید. $A = \{1, 2, 4, 0\}$	۷																
۱/۵		مقدار y و x را طوری بیابید که رابطه زیر یک تابع باشد، سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید. $f = \{(1, 2), (2, x - y), (1, x + y), (2, 4)\}$	۸																
۲		اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$ و تابع هزینه به صورت $y = 18x + 40$ باشد تابع سود و ماقسیمم مقدار سود را مشخص کنید.	۹																
۱		نوع و مقیاس هریک از متغیرهای داده شده را مشخص کنید. الف) قیمت اجنبای یک فروشگاه ب) نوع گروه خونی پ) دمای هوا به درجه سلسیوس ت) مقیاس ارزشیابی تحصیلی (خوب-متوسط-ضعیف)	۱۰																
۱		آماره و پارامتر را تعریف کنید.	۱۱																
۰/۵		مقدار مد با توجه به داده‌های آماری زیر کدام است؟ ۷, ۵, ۴, ۴, ۵, ۱, ۸, ۲, ۵	۱۲																
۱		میانگین اعداد ۸, ۶, ۴, ۳, ۳ برابر ۶ است. x را محاسبه کنید.	۱۳																
۲		واریانس داده‌ها ۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۷ و ۹ را به دست آورید.	۱۴																
۱		هرگاه واریانس داده‌های $2a, 8, -b + 1, 2a + 4b$ برابر صفر باشد، حاصل $2a + 4b$ را به دست آورید.	۱۵																
۲		داده‌های زیر مربوط به نمرات درس ریاضی یک دانش‌آموز می‌باشد: ۳۹, ۱۷, ۱۱, ۱۸, ۱۶, ۱۵, ۲۰ نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم کنید. در کدام قسمت، پراکندگی داده‌ها بیشتر است؟	۱۶																
۱/۵		نمرات دروس ادبیات، ریاضی و فلسفه دو دانش‌آموز A و B در جدول زیر آمده است. نمودار راداری جدول را رسم کنید.	۱۷																
		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>پیشینه</th> <th>B</th> <th>A</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۲۰</td> <td>۱۶</td> <td>۱۸</td> <td>نمره ادبیات</td> </tr> <tr> <td>۲۰</td> <td>۱۹</td> <td>۱۵</td> <td>نمره ریاضی</td> </tr> <tr> <td>۲۰</td> <td>۲۰</td> <td>۱۷</td> <td>نمره فلسفه</td> </tr> </tbody> </table>	پیشینه	B	A		۲۰	۱۶	۱۸	نمره ادبیات	۲۰	۱۹	۱۵	نمره ریاضی	۲۰	۲۰	۱۷	نمره فلسفه	
پیشینه	B	A																	
۲۰	۱۶	۱۸	نمره ادبیات																
۲۰	۱۹	۱۵	نمره ریاضی																
۲۰	۲۰	۱۷	نمره فلسفه																

پیروز و سربلند باشید.

نام خانوادگی:	بسم الله الرحمن الرحيم	تعداد صفحه: ۲ صفحه رشته تحصیلی:
دوره دوم		زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه
امتحان: ریاضی و آمار (۱)	طراح سؤال: خانم درویشزاده	تاریخ امتحان: ۱۳/۶
ردیف	سوالات	بارم
۱	اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری، ۴۰ درجه باشد، تعداد ۹ متغیر در نمودار حضور دارند.	۰/۵
۲	گزینه «۳» مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با مساحت دایره ها است.	۰/۵
۳	عرض مستطیل را x فرض می کنیم. بنابراین طول آن برابر با $2x$ است. عرض \times طول = مساحت مستطیل $\Rightarrow 200 = x \times 2x \Rightarrow 2x^2 = 200 \Rightarrow x^2 = 100$ سانتی متر $x = 10$ سانتی متر $2x = 2 \times 10 = 20$ = طول مستطیل	۱
۴	چون دلتا مثبت است، معادله دو ریشه حقیقی به صورت زیر دارد: $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$ مقایسه با فرم استاندارد $ax^2 + bx + c = 0$ $\begin{cases} a = 1 \\ b = \sqrt{3} \\ c = -1 \end{cases}$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (\sqrt{3})^2 - 4(1)(-1) = 3 + 4 = 7$	۱
۵	الف) ابتدا تابع درآمد را می نویسیم: (قیمت هر عدد کالا) \times (تعداد فروش کالا) $= R(x)$: درآمد $\Rightarrow R(x) = x \times 100 \Rightarrow R(x) = 100x$ حالا با داشتن تابع درآمد و تابع هزینه ها، تابع سود را می نویسیم: $P(x) = R(x) - C(x)$ سود $\Rightarrow P(x) = 100x - (4000 + 20x) = 80x - 4000$	۱/۵

	<p>ب) در نقطه سر به سر که هزینه‌ها با درآمد برابر می‌شود، مقدار $x+1$ برابر با حداقل تعداد کالایی است که باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود.</p> $\text{عدد } x = 50 \Rightarrow 4000 + 20x = 100x \Rightarrow 80x = 4000 \Rightarrow x = 50 \Rightarrow \text{درآمد} = \text{هزینه}$ <p>پس حداقل ۵۱ عدد از کالا باید فروخته شود تا سوددهی آغاز شود.</p> <p>پ) نقطه سر به سر نقطه‌ای است که در آن میزان هزینه‌ها با میزان درآمدها برابر می‌شود.</p>													
۱	<p>الف) تابع است، زیرا از هر عضو از مجموعه اول تنها یک پیکان خارج می‌شود.</p> <p>ب) تابع نیست، زیرا از عضو a از مجموعه اول دو پیکان خارج شده است و به دو عضو متفاوت مجموعه دوم وارد شده است، پس شرط تابع بودن را نقض می‌کند.</p> <p>پ) تابع است، زیرا از هر عضو مجموعه اول تنها یک پیکان خارج شده است.</p> <p>ت) این رابطه تابع نیست، زیرا از عضو c در مجموعه اول هیچ پیکانی خارج نشده است. شرط تابع بودن آن است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود.</p>	۶												
۱	<p>(الف) $f(x) = x^3 - 1$, $A = \{1, -1, 0, 4, 2\}$</p> <table style="margin-left: 100px;"> <tr> <td>x</td> <td>$f(x) = x^3 - 1$</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>$f(-1) = (-1)^3 - 1 = -1 - 1 = -2$</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>$f(0) = 0^3 - 1 = 0 - 1 = -1$</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>$f(1) = 1^3 - 1 = 1 - 1 = 0$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$f(2) = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>$f(4) = 4^3 - 1 = 64 - 1 = 63$</td> </tr> </table>	x	$f(x) = x^3 - 1$	-1	$f(-1) = (-1)^3 - 1 = -1 - 1 = -2$	0	$f(0) = 0^3 - 1 = 0 - 1 = -1$	1	$f(1) = 1^3 - 1 = 1 - 1 = 0$	2	$f(2) = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$	4	$f(4) = 4^3 - 1 = 64 - 1 = 63$	۷
x	$f(x) = x^3 - 1$													
-1	$f(-1) = (-1)^3 - 1 = -1 - 1 = -2$													
0	$f(0) = 0^3 - 1 = 0 - 1 = -1$													
1	$f(1) = 1^3 - 1 = 1 - 1 = 0$													
2	$f(2) = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$													
4	$f(4) = 4^3 - 1 = 64 - 1 = 63$													
۱/۵	<p>برای این که رابطه زوج مرتبی تابع باشد می‌بایست زوج مرتب‌هایی که دارای مؤلفه اول برابرند، مؤلفه دومشان نیز برابر باشد:</p> $f = \{(1,2), (2,x-y), (1,x+y), (2,4)\}$ $x+y=2 \Rightarrow x=2-y$ <p>دقت کنید که اعضای تکراری در مجموع یکبار به حساب می‌آیند.</p> $f = \{(1,2), (2,4), (1,2), (2,4)\} = \{(1,2), (2,4)\} \Rightarrow D_f = \{1,2\}$ $R_f = \{2,4\}$	۸												
۲	<p>برای به دست آوردن مаксیمم سود می‌بایست ابتدا خود تابع سود را بیابیم که برابر تفاضل تابع هزینه($C(x)$) از تابع درآمد($R(s)$) است.</p> $P(x) = R(x) - C(x)$ $\Rightarrow P(x) = \frac{1}{2}x^2 + 30x - (18x + 40)$ $\Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x - 18x - 40 = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 40$ <p>حال برای به دست آوردن ماسکیمم سود، می‌بایست عرض رأس سهمی تابع درجه دوم سود را بیابیم:</p>	۹												

	$P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 40$ مقایسه با فرم استاندارد $y = ax^2 + bx + c$	$\left\{ \begin{array}{l} a = -\frac{1}{2} \\ b = 12 \\ c = -40 \end{array} \right.$														
	$x_s = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_s = \frac{-12}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 12$ $y_s = -\frac{1}{2} \times (12)^2 + 12 \times 12 - 40 = 32$	پس ماقسیمم سودی که نصیب شرکت می‌شود ۳۲ است.														
۱	الف) کمی نسبتی ت) کیفی ترتیبی	ب) کمی اسمی پ) کمی فاصله‌ای	۱۰													
۱	پارامتر یک مشخصه عددی است که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از جامعه است و در صورتی که داده‌های کل جامعه در اختیار باشند، قابل محاسبه است. آماره مشخصه‌ای عددی است که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید.	۱۱														
۰/۵	جدول فراوانی داده‌ها رارسم می‌کنیم:	۱۲														
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>داده</th><th>۱</th><th>۲</th><th>۴</th><th>۵</th><th>۷</th><th>۸</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <th>فراوانی</th><td>۱</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۱</td></tr> </tbody> </table>	داده	۱	۲	۴	۵	۷	۸	فراوانی	۱	۱	۲	۳	۱	۱	داده ۵ بیشترین فراوانی را دارد، پس مُد است.
داده	۱	۲	۴	۵	۷	۸										
فراوانی	۱	۱	۲	۳	۱	۱										
۱	$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ $\Rightarrow 6 = \frac{3+3+4+x+6+8}{6}$ $\Rightarrow 36 = 24 + x \Rightarrow x = 12$	رابطه میانگین را می‌نویسیم:	۱۳													
۲	$\bar{x} = \frac{9 + 7 + 8 + 10 + 11}{5} = \frac{45}{5} = 9$ $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ $\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(9 - 9)^2 + (7 - 9)^2 + (11 - 9)^2 + (10 - 9)^2 + (8 - 9)^2}{5}$ $= \frac{0 + 4 + 4 + 1 + 1}{5} = \frac{10}{5} = 2$	ابتدا میانگین داده‌ها را حساب می‌کنیم: رابطه واریانس را می‌نویسیم:	۱۴													
۱	از آنجایی که واریانس داده‌ها صفر است، پس تمام داده‌ها باهم برابرند، درنتیجه: $2a = 8 \Rightarrow a = 4, -b + 1 = 8 \Rightarrow b = -8 + 1 = -7$	خواسته سؤال برابر است با:	۱۵													

$$2a + 4b = 2 \times (4) + 4 \times (-7) = 8 - 28 = -20$$

۲

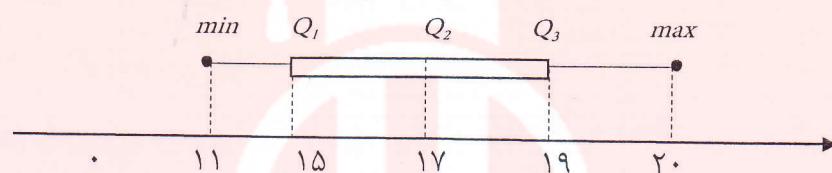
داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱۱-۱۵-۱۶-۱۷-۱۸-۱۹-۲۰

$$\text{فرد/ست} = Y \longrightarrow Q_2 = x_4 = 17$$

$$\text{فرد/ست} = 3 \longrightarrow Q_1 = x_2 = 15$$

$$\text{فرد/ست} = 3 \longrightarrow Q_3 = x_6 = 19$$



در نمودار جعبه‌ای طول دنباله‌ای که بلندتر باشد، پراکندگی داده‌ها در آن ناحیه بیشتر است. حال با توجه به این که طول دنباله سمت چپ بیشتر است، پس پراکندگی داده‌ها در این قسمت بیشتر است.

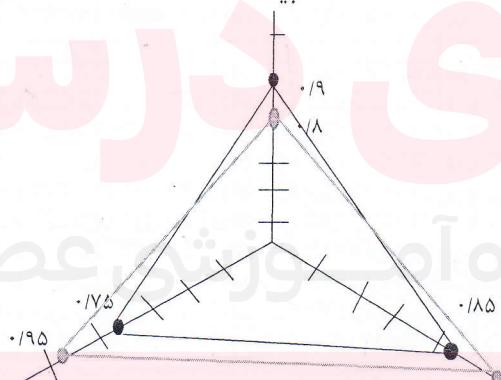
۱/۵

تعداد متغیرها ۳ تاست، پس سه نیم خط در نمودار راداری در نظر می‌گیریم که زاویه آن‌ها

$$\text{برابر است با } \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ \text{ حال با استفاده از جدول زیر داریم:}$$

$\frac{B}{C}$	$\frac{A}{C}$	C پیشینه	(B)	(A)	درس
$\frac{16}{20} = 0/8$	$\frac{18}{20} = 0/9$	۲۰	۱۶	۱۸	ادبیات
$\frac{19}{20} = 0/95$	$\frac{15}{20} = 0/75$	۲۰	۱۹	۱۵	ریاضی
$\frac{20}{20} = 1$	$\frac{17}{20} = 0/85$	۲۰	۲۰	۱۷	فلسفه

ادبیات



فلسفه

ریاضی

نمودار مشکی رنگ مربوط به (A) و نمودار خاکستری رنگ مربوط به (B)

www.my-dars.ir

۱۶

۱۷