

تعداد صفحه: ۲ صفحه رشته تحصیلی:		بسم الله الرحمن الرحيم		نام:
زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه				نام خانوادگی:
				دوره دوم
تاریخ امتحان: ۱۳/۶		طراح سؤال: خانم درویش زاده		امتحان: ریاضی و آمار (۱)
بارم	سؤالات			ردیف
۰/۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری ۴۰ درجه باشد تعداد متغیر در نمودار حضور دارند.			۱
۰/۵	مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟ (۱) شعاع دایره‌ها (۲) قطر دایره‌ها (۳) مساحت دایره‌ها (۴) محیط دایره‌ها			۲
۱	طول یک مستطیل ۲ برابر عرض آن است، اگر مساحت مستطیل ۲۰۰ سانتی متر مربع باشد، طول و عرض آن چند سانتی متر است؟			۳
۱	معادله‌ی زیر را به روش کلی (دلتا) حل کنید. $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$			۴
۱/۵	یک شرکت برای تولید x کالا، $c(x) = 4000 + 20x$ هزینه می‌کند و هر کالا را ۱۰۰ تومان می‌فروشد. الف) تابع سود این شرکت را بنویسید.. ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟ ج) نقطه سر به سر نقطه‌ای است که			۵
۱	دلیل تابع بودن یا نبودن هریک از روابط زیر را بیان کنید. <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(الف)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(ب)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(پ)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(ت)</p> </div> </div>			۶

۷	برد تابع زیر را با توجه به دامنه‌ی مشخص شده بیابید. $f: A \rightarrow B$ $f(x) = x^3 - 1$ $A = \{1, -1, 0, 4, 2\}$																
۸	مقدار x و y را طوری بیابید که رابطه‌ی زیر یک تابع باشد، سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید. $f = \{(1, 2), (2, x - y), (1, x + y), (2, 4)\}$																
۹	اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$ و تابع هزینه به صورت $y = 18x + 40$ باشد تابع سود و ماکسیمم مقدار سود را مشخص کنید.																
۱۰	نوع و مقیاس هر یک از متغیرهای داده شده را مشخص کنید. الف) قیمت اجناس یک فروشگاه ب) نوع گروه خونی پ) دمای هوا به درجه‌ی سلسیوس ت) مقیاس ارزشیابی تحصیلی (خوب-متوسط-ضعیف)																
۱۱	آماره و پارامتر را تعریف کنید.																
۱۲	مقدار مد با توجه به داده‌های آماری زیر کدام است؟ ۵، ۴، ۴، ۵، ۱، ۸، ۲، ۵، ۷																
۱۳	میانگین اعداد ۸، ۶، x ، ۴، ۳، ۳ برابر ۶ است. x را محاسبه کنید.																
۱۴	واریانس داده‌ها ۸ و ۱۰ و ۱۱ و ۷ و ۹ را به دست آورید.																
۱۵	هرگاه واریانس داده‌های $2a, 8, -b + 1$ برابر صفر باشد، حاصل $2a + 4b$ را به دست آورید.																
۱۶	داده‌های زیر مربوط به نمرات درس ریاضی یک دانش‌آموز می‌باشد: ۲۰، ۱۵، ۱۶، ۱۸، ۱۱، ۱۷، ۲۹ نمودار جعبه‌ای داده‌ها را رسم کنید. در کدام قسمت، پراکندگی داده‌ها بیشتر است؟																
۱۷	نمرات دروس ادبیات، ریاضی و فلسفه دو دانش‌آموز A و B در جدول زیر آمده است. نمودار راداری جدول را رسم کنید.																
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>پیشینه</th> <th>B</th> <th>A</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۲۰</td> <td>۱۶</td> <td>۱۸</td> <td>نمره ادبیات</td> </tr> <tr> <td>۲۰</td> <td>۱۹</td> <td>۱۵</td> <td>نمره ریاضی</td> </tr> <tr> <td>۲۰</td> <td>۲۰</td> <td>۱۷</td> <td>نمره فلسفه</td> </tr> </tbody> </table>	پیشینه	B	A		۲۰	۱۶	۱۸	نمره ادبیات	۲۰	۱۹	۱۵	نمره ریاضی	۲۰	۲۰	۱۷	نمره فلسفه
پیشینه	B	A															
۲۰	۱۶	۱۸	نمره ادبیات														
۲۰	۱۹	۱۵	نمره ریاضی														
۲۰	۲۰	۱۷	نمره فلسفه														

پیروز و سربلند باشید.

تعداد صفحه: ۲ صفحه رشته تحصیلی:		بسم الله الرحمن الرحيم	نام: نام خانوادگی:
زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه			دوره دوم
تاریخ امتحان: ۱۳/۶		طراح سؤال: خانم درویش زاده	امتحان: ریاضی و آمار (۱)
بارم	سؤالات	ردیف	
۰/۵	اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری، ۴۰ درجه باشد، تعداد ۹ متغیر در نمودار حضور دارند.	۱	
۰/۵	گزینه «۳» مقدار متغیر سوم در نمودار حبابی، متناسب با مساحت دایره‌ها است.	۲	
۱	عرض مستطیل را x فرض می‌کنیم. بنابراین طول آن برابر با $2x$ است. عرض \times طول = مساحت مستطیل $\Rightarrow 200 = x \times 2x \Rightarrow 2x^2 = 200 \Rightarrow x^2 = 100$ $\Rightarrow x = 10$ سانتی متر \Rightarrow سانتی متر $20 = 2x = 2 \times 10 = 20$ طول مستطیل	۳	
۱	مقایسه با فرم استاندارد $\begin{cases} a = 1 \\ b = \sqrt{3} \\ c = -1 \end{cases}$ $x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (\sqrt{3})^2 - 4(1)(-1) = 3 + 4 = 7$ چون دلتا مثبت است، معادله دو ریشه حقیقی به صورت زیر دارد: $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2 \times (1)}$ $x = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{7}}{2}, \quad x = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$	۴	
۱/۵	الف) ابتدا تابع درآمد را می‌نویسیم: (قیمت هر عدد کالا) \times (تعداد فروش کالا) = درآمد $\Rightarrow R(x) = x \times 100 \Rightarrow R(x) = 100x$ حالا با داشتن تابع درآمد و تابع هزینه‌ها، تابع سود را می‌نویسیم: $P(x) = (\text{درآمد}) - (\text{هزینه}) = R(x) - C(x)$ $\Rightarrow P(x) = 100x - (4000 + 20x) = 80x - 4000$	۵	

	<p>ب) در نقطه سر به سر که هزینه‌ها با درآمد برابر می‌شود، مقدار $x+1$ برابر با حداقل تعداد کالایی است که باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود.</p> <p>عدد $50 \Rightarrow x = 4000 = 80x \Rightarrow 100x = 4000 + 20x \Rightarrow$ درآمد = هزینه</p> <p>پس حداقل ۵۱ عدد از کالا باید فروخته شود تا سوددهی آغاز شود.</p> <p>پ) نقطه سر به سر نقطه‌ای است که در آن میزان هزینه‌ها با میزان درآمدها برابر می‌شود.</p>													
۶	<p>الف) تابع است، زیرا از هر عضو از مجموعه اول تنها یک پیکان خارج می‌شود.</p> <p>ب) تابع نیست، زیرا از عضو a از مجموعه اول دو پیکان خارج شده است و به دو عضو متفاوت مجموعه دوم وارد شده است، پس شرط تابع بودن را نقض می‌کند.</p> <p>پ) تابع است، زیرا از هر عضو مجموعه اول تنها یک پیکان خارج شده است.</p> <p>ت) این رابطه تابع نیست، زیرا از عضو c در مجموعه اول هیچ پیکانی خارج نشده است. شرط تابع بودن آن است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود.</p>	۱												
۷	<p>الف) $f(x) = x^3 - 1$, $A = \{1, -1, 0, 4, 2\}$</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$f(x) = x^3 - 1$</td> </tr> <tr> <td>-1</td> <td>$f(-1) = (-1)^3 - 1 = -1 - 1 = -2$</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>$f(0) = 0^3 - 1 = 0 - 1 = -1$</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>$f(1) = 1^3 - 1 = 1 - 1 = 0$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$f(2) = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>$f(4) = 4^3 - 1 = 64 - 1 = 63$</td> </tr> </table>	x	$f(x) = x^3 - 1$	-1	$f(-1) = (-1)^3 - 1 = -1 - 1 = -2$	0	$f(0) = 0^3 - 1 = 0 - 1 = -1$	1	$f(1) = 1^3 - 1 = 1 - 1 = 0$	2	$f(2) = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$	4	$f(4) = 4^3 - 1 = 64 - 1 = 63$	۱
x	$f(x) = x^3 - 1$													
-1	$f(-1) = (-1)^3 - 1 = -1 - 1 = -2$													
0	$f(0) = 0^3 - 1 = 0 - 1 = -1$													
1	$f(1) = 1^3 - 1 = 1 - 1 = 0$													
2	$f(2) = 2^3 - 1 = 8 - 1 = 7$													
4	$f(4) = 4^3 - 1 = 64 - 1 = 63$													
۸	<p>برای این که رابطه زوج مرتبی تابع باشد می‌بایست زوج مرتب‌هایی که دارای مؤلفه اول برابرند، مؤلفه دومشان نیز برابر باشد:</p> <p>$f = \{(1,2), (2, x - y), (1, x + y), (2,4)\}$</p> <p>$x + y = 2 \Rightarrow x = 2 - y$</p> <p>دقت کنید که اعضای تکراری در مجموع یکبار به حساب می‌آیند.</p> <p>$f = \{(1,2), (2,4), (1,2), (2,4)\} = \{(1,2), (2,4)\} \Rightarrow$</p> <p>$D_f = \{1,2\}$</p> <p>$R_f = \{2,4\}$</p>	۱/۵												
۹	<p>برای به دست آوردن ماکسیمم سود می‌بایست ابتدا خود تابع سود را بیابیم که برابر تفاضل تابع هزینه $C(x)$ از تابع درآمد $R(s)$ است.</p> <p>$P(x) = R(x) - C(x)$</p> <p>$\Rightarrow P(x) = \frac{1}{2}x^2 + 30x - (18x + 40)$</p> <p>$\Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x - 18x - 40 = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 40$</p> <p>حال برای به دست آوردن ماکسیمم سود، می‌بایست عرض رأس سهمی تابع درجه دوم سود را بیابیم:</p>	۲												

	$P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 12x - 40$ <p>مقایسه با فرم استاندارد $y = ax^2 + bx + c$ $\left\{ \begin{array}{l} a = -\frac{1}{2} \\ b = 12 \\ c = -40 \end{array} \right.$</p> <p>طول راس سهمی: $x_s = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_s = \frac{-12}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 12$</p> <p>عرض راس سهمی: $y_s = -\frac{1}{2} \times (12)^2 + 12 \times 12 - 40 = 32$</p> <p>پس ماکسیمم سودی که نصیب شرکت می شود ۳۲ است.</p>															
۱	<p>(الف) کمی نسبتی</p> <p>(ب) کیفی اسمی</p> <p>(پ) کمی فاصله ای</p> <p>(ت) کیفی ترتیبی</p>	۱۰														
۱	<p>پارامتر یک مشخصه عددی است که توصیف کننده جنبه ای خاص از جامعه است و در صورتی که داده های کل جامعه در اختیار باشند، قابل محاسبه است.</p> <p>آماره مشخصه ای عددی است که توصیف کننده جنبه ای خاص از نمونه است و از داده های نمونه به دست می آید.</p>	۱۱														
۰/۵	<p>جدول فراوانی داده ها را رسم می کنیم:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>داده</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۷</td> <td>۸</td> </tr> <tr> <td>فراوانی</td> <td>۱</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۱</td> <td>۱</td> </tr> </tbody> </table> <p>داده ۵ بیشترین فراوانی را دارد، پس مد است.</p>	داده	۱	۲	۴	۵	۷	۸	فراوانی	۱	۱	۲	۳	۱	۱	۱۲
داده	۱	۲	۴	۵	۷	۸										
فراوانی	۱	۱	۲	۳	۱	۱										
۱	<p>رابطه میانگین را می نویسیم:</p> $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ $\Rightarrow 6 = \frac{3 + 3 + 4 + x + 6 + 8}{6}$ $\Rightarrow 36 = 24 + x \Rightarrow x = 12$	۱۳														
۲	<p>ابتدا میانگین داده ها را حساب می کنیم:</p> $\bar{x} = \frac{9 + 7 + 8 + 10 + 11}{5} = \frac{45}{5} = 9$ <p>رابطه واریانس را می نویسیم:</p> $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ $\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(9 - 9)^2 + (7 - 9)^2 + (11 - 9)^2 + (10 - 9)^2 + (8 - 9)^2}{5}$ $= \frac{0 + 4 + 4 + 1 + 1}{5} = \frac{10}{5} = 2$	۱۴														
۱	<p>از آنجایی که واریانس داده ها صفر است، پس تمام داده ها با هم برابرند، در نتیجه:</p> $2a = 8 \Rightarrow a = 4, -b + 1 = 8 \Rightarrow b = -8 + 1 = -7$ <p>خواسته سوال برابر است با:</p>	۱۵														

$2a + 4b = 2 \times (4) + 4 \times (-7) = 8 - 28 = -20$

۲ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: ۱۱-۱۵-۱۶-۱۷-۱۸-۱۹-۲۰

$Y \xrightarrow{\text{فرد است}} Q_2 = x_4 = 17$ تعداد داده‌ها

$3 \xrightarrow{\text{فرد است}} Q_1 = x_2 = 15$ تعداد داده‌های قبل از میانه

$3 \xrightarrow{\text{فرد است}} Q_3 = x_6 = 19$ تعداد داده‌های بعد از میانه

در نمودار جعبه‌ای طول دنباله‌ای که بلندتر باشد، پراکندگی داده‌ها در آن ناحیه بیشتر است. حال با توجه به این که طول دنباله سمت چپ بیشتر است، پس پراکندگی داده‌ها در این قسمت بیشتر است.

۱۷ تعداد متغیرها ۳ تاست، پس سه نیم‌خط در نمودار راداری در نظر می‌گیریم که زاویه آن‌ها برابر است با $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ حال با استفاده از جدول زیر داریم:

درس	(A)	(B)	پیشینه C	$\frac{A}{C}$	$\frac{B}{C}$
ادبیات	۱۸	۱۶	۲۰	$\frac{18}{20} = 0/9$	$\frac{16}{20} = 0/8$
ریاضی	۱۵	۱۹	۲۰	$\frac{15}{20} = 0/75$	$\frac{19}{20} = 0/95$
فلسفه	۱۷	۲۰	۲۰	$\frac{17}{20} = 0/85$	$\frac{20}{20} = 1$

نمودار مشکی رنگ مربوط به (A) و نمودار خاکستری رنگ مربوط به (B)