

مفهوم ب.م.م:

ب.م.م جروف اول عبارت: بزرگترین مقسوم علیه (شمارنده) مشترک دو عدد است.

- وقتی عدد ۱۲ بر ۴ بخش پذیر است نگاه ۴ شمارنده (مقسوم علیه) ۱۲ است.

کوچکترین شمارنده هر عدد . عدد ۱ است.

بزرگترین شمارنده ی هر عدد خود ان عدد است

عدد ۱ فقط یک شمارنده دارد.

هر عدد بزرگتر از یک لااقل دو شمارنده دارد.

اعداد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده دارند (یک و خودشان) عدد اول نامیده می شود.

هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از دو شمارنده داشته باشد عدد مرکب نامیده میشود.

عدد مرکب عددی است که میشود انرا به صورت ضرب دو عدد بزرگتر از یک نوشت. مثال: $۶=۲ \times ۳$ یا $۱۰=۲ \times ۵$

برای محاسبه ب.م.م دو عدد سه روش داریم:

الف) روش نوشتن مقسوم علیه ها: ابتدا مجموعه مقسوم علیه ها را مینویسیم و سپس مقسوم علیه های مشترک دو عدد را انتخاب

میکنیم و از بین ان ها بزرگترین شمارنده را پیدا میکنیم که همان ب.م.م است.

علامت ب.م.م به صورت: (... و ...) یا \cap می باشد.

مثال : ب.م.م دو عدد ۴۸ و ۳۶ را بنویسید.

۴۸) ۲۴ و ۱۶ و ۱۲ و ۸ و ۶ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱): ۴۸

۳۶) ۳۶ و ۱۸ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳ و ۲ و ۱): ۳۶

۳۶ و ۴۸) ۱۲ و ۳ و ۲ و ۱): ۳۶

همانطور که ملاحظه میکنید عدد ۱۲ بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۴۸ و ۳۶ است. یعنی:

$$۱۲ = (۳۶ \cap ۴۸) \text{ یا } ۱۲ = ۳۶ \cap ۴۸$$

البته این روش برای اعداد کوچک مناسب است ولی اعداد بزرگ نوشتن شمارنده های ان کار مشکلی است و ممکن است یک یا

چند عدد از شمارنده های ان را ننویسیم و همان عدد ب.م.م باشد. یک روش برای نوشتن تمام شمارنده های یک عدد که بزرگ است

به صورت زیر است. به این شیوه احتمال اشتباه پایین میاید.

به این صورت که هر شمارنده را مینویسیم در آخر شمارنده دیگر که حاصل ضرب این دو عدد اصلی بدست میاید را بنویسیم.

مثلا برای عدد ۳۰۰ به صورت زیر عمل کنیم.

عدد یک در اول و ۳۰۰ در آخر سپس عدد ۲ در اول و ۱۵۰ در آخر و عدد ۳ در اول و ۱۰۰ در آخر و ۴ در اول و ۷۵ در آخر) چون

 $۳۰۰ = ۴ \times ۷۵$ و همینطور ادامه دهیم:

$$۳۰۰) = (۳۰۰ \text{ های } ۳۰۰)$$

$$= (۱۵۰ \text{ و } ۳۰۰) \text{ و } (۱۰۰ \text{ و } ۳۰۰)$$

$$= (۱۰۰ \text{ و } ۳۰۰) \text{ و } (۱۵۰ \text{ و } ۳۰۰) \text{ و } (۱۰۰ \text{ و } ۳۰۰)$$

و تا آخر

$$= (۳۰۰ \text{ و } ۱۵۰ \text{ و } ۱۰۰ \text{ و } ۷۵ \text{ و } ۶۰ \text{ و } ۵۰ \text{ و } ۳۰ \text{ و } ۲۵ \text{ و } ۲۰ \text{ و } ۱۵ \text{ و } ۱۰ \text{ و } ۶ \text{ و } ۵ \text{ و } ۴ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱)$$

البته همه شمارنده ها را مثل سطر آخر یک مرتبه مینویسیم اگر در چند سطر جدا نوشتیم خواستیم نشان دهیم که چگونه شمارنده ها

را جفت جفت می نویسیم.

روش دوم: تقسیم های متوالی.

در این روش ابتدا عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر تقسیم میکنیم و سپس مقسوم علیه را بر باقی مانده تقسیم میکنیم و همینطور ادامه

می دهیم (یعنی مرتب مقسوم علیه را بر باقی مانده تقسیم میکنیم) تا باقی مانده صفر شود که در این صورت آخرین مقسوم علیه

مثال: ب.م.م دو عدد ۴۸ و ۳۶ را محاسبه کنید.

$$\begin{array}{r|l}
 48 & 36 \\
 \hline
 36 & 1 \\
 \hline
 12 &
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{حال مقسوم علیه}}
 \begin{array}{r|l}
 36 & 12 \\
 \hline
 36 & 3 \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

بر باقی مانده تقسیم میشود

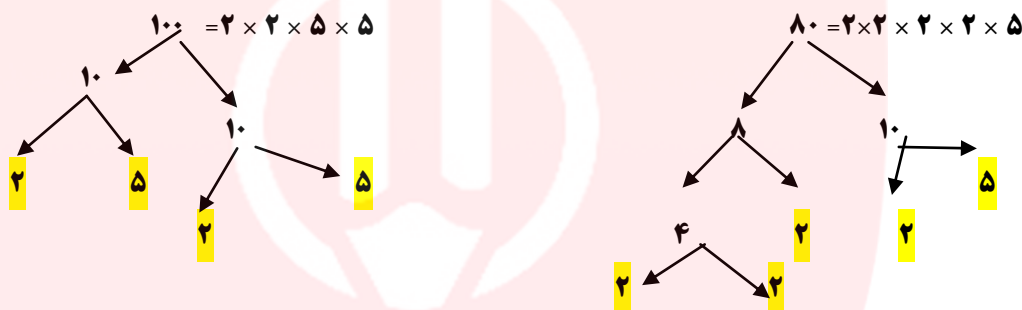
چون باقی مانده صفر شده پس عدد ۱۲ ب.م.م است.

این روش چه برای اعداد بزرگ و چه برای اعداد کوچک مناسب است.

البته در این روش ما فقط بزرگترین شمارنده مشترک را به دست میاوریم و بقیه شمارنده های مشترک دو عدد به دست نمی آیند.

روش سوم: تجزیه.

در این روش ابتدا عدد را به عامل های اول آن تجزیه میکنیم. به این ترتیب که عدد را به ضرب دو عدد کوچکتر میشکنیم و همینطور تکرار میکنیم تا با اعدادی برسیم که دیگر نتوان آن ها به صورت ضرب دو عدد نوشت. به مثال ها دقت کنید.



همانطور که در بالا مشاهده میکنید اعدادی که قابل نوشتن به ضرب دو عدد نمیشد را با رنگ نارنجی مشخص کرده ام. که این اعداد همان شمارنده های اول اعداد ۸۰ و ۱۰۰ می باشند. دقت کنید که اعداد ۸۰ و ۱۰۰ را به صورت ضرب شمارنده های اول آن نوشتن تکرار اعداد اول در ضرب همان تعداد آن ها در نمودار میباشد.

حال ب.م.م دو عدد را با رابطه روبرو به دست می آوریم:

حاصل ضرب عامل های مشترک دو عدد با تعداد کمتر = ب.م.م

در مثال فوق عدد ۲ در ۱۰۰ دوبار و در ۸۰ چهار بار تکرار شده است پس ما تکرار کمتری یعنی دوبار را در نظر میگیریم. و عدد ۵

$$(۸۰ و ۱۰۰) = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

۱۰۰ دوبار و در ۸۰ یک بار تکرار شده است پس ما یکبار را در نظر میگیریم. یعنی:

ک.م.م. ک.م.م. خلاصه عبارت: کوچکترین مضرب مشترک دو عدد است که از حروف اول آن ها استفاده شده است.

برای محاسبه ی ک.م.م هم سه روش داریم:

روش اول: ابتدا مضرب های هر عدد را می نویسیم پر واضح است که همه ی مضرب های یک عدد را نمیتوانیم بنویسیم چون بزرگترین مضرب هر عدد وجود ندارد. از خود آن عدد شروع کرده و ۵ یا ۶ مضرب را مینویسیم. سپس مضربهای مشترک دو عدد را پیدا میکنیم و در بین آن ها کوچکترین عدد همان ک.م.م است.

$$۸ \text{ مضرب های عدد } ۸ = \{ ۸ \text{ و } ۱۶ \text{ و } ۲۴ \text{ و } ۳۲ \text{ و } ۴۰ \text{ و } ۴۸ \text{ و } \dots \}$$

$$\dots \text{ و } ۴۸ \text{ و } ۴۲ \text{ و } ۳۶ \text{ و } ۳۰ \text{ و } ۲۴ \text{ و } ۱۸ \text{ و } ۱۲ \text{ و } ۶ \text{ مضرب های عدد } ۶ = \{ \dots \}$$

$$\{ \dots \text{ و } ۴۸ \text{ و } ۲۴ \} \text{ مضرب های مشترک } ۸ \text{ و } ۶$$

حال مضرب های مشترک این دو عدد را پیدا میکنیم:

$$\text{مشاهده میکنید که عدد } ۲۴ \text{ کوچکترین مضرب مشترک } ۶ \text{ و } ۸ \text{ است. : } ۶ \cup ۸ = ۲۴ \text{ یا } [۶ \text{ و } ۸] = ۲۴$$

روش دوم:

این روش زمانی کاربرد دارد که ب.م.م دو عدد را داشته باشیم.

اگر ب.م.م دو عدد در دسترس باشد از رابطه ی روبرو مقدار ک.م.م را حساب میکنیم.

$$\text{ک.م.م} = \frac{\text{حاصل ضرب دو عدد}}{\text{ب.م.م}}$$

در مثال ب.م.م در قسمت های بالا چون ب.م.م دو عدد ۱۰۰ و ۸۰ را محاسبه کردیم پس:

$$۱۰۰ \cup ۸۰ = \frac{100 \times 80}{20} = 400$$

البته اگر علاقه به نوشتن رابطه به صورت کسر فوق را نداشته باشیم میتوانیم به صورت زیر عمل کنیم:

عدد کوچکتر را بر ب.م.م تقسیم کرده و حاصل را در عدد بزرگتر ضرب میکنیم تا ک.م.م بدست آید.

روش سوم: تجزیه.

در این روش همانطور که در مورد ب.م.م توضیح دادیم ابتدا دو عدد را تجزیه کرده و به صورت ضرب عامل های اول مینویسیم.

حال ک.م.م دو عدد برابر است با: حاصل ضرب عامل های اول مشترک با تعداد بیشتر و عامل های غیر مشترک.

در مورد دو عدد ۱۰۰ و ۸۰ همانطور که در بالا تجزیه کردیم هرکدام به صورت روبرو بودند:

$$۸۰ = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$۱۰۰ = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$۱۰۰ \cup ۸۰ = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 400$$

در نتیجه ک.م.م ۱۰۰ و ۸۰ بصورت روبرو میباشد.

البته در مورد ۱۰۰ و ۸۰ شمارنده اول غیر مشترک نداشتیم وگرنه در ک.م.م باید غیر مشترک هارو هم بنویسیم.

مثال:

$$۳۵ = 5 \times 7$$

$$۴۲ = 2 \times 3 \times 7$$

در نتیجه:

$$۴۲ \cap ۳۵ = ۷$$

و

$$۴۲ \cup ۳۵ = 2 \times 3 \times 5 \times 7 = ۲۱۰$$

مای دارس

گروه آموزشی عصر
موفق باشید

www.my-dars.ir