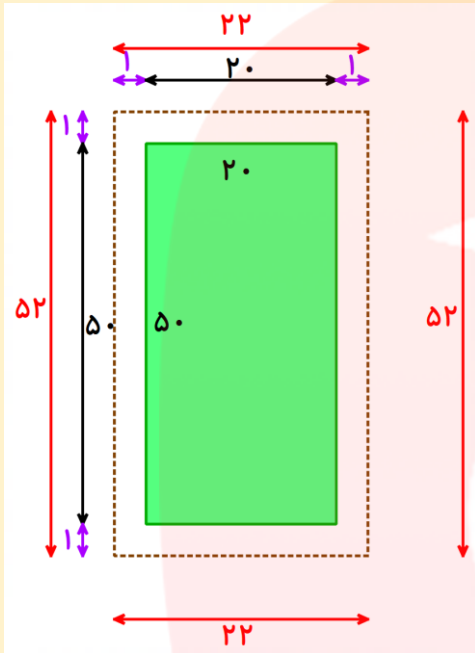


فعالیت :

یک زمین زراعی مستطیل شکل به طول ۵۰ و عرض ۲۰ متر است. اگر به فاصله یک متر از ضلع های زمین زراعی دورتادور آن را سیم خاردار بکشیم، چند متر سیم خاردار احتیاج داریم؟



بعضی از مسئله ها با کشیدن شکل بسیار راحت حل می شوند.

پس شکل زمین زراعی و سیم خاردار دور آن را به صورت فرضی

می کشیم. خط چین نشان دهنده سیم خاردار است.

چون می خواهیم طول سیم خاردار را به دست آوریم، کافی است

محیط مستطیل خط چین را حساب کنیم.

با توجه به شکل مقابل طول و عرض این مستطیل چند است؟

$$۵۰ + ۱ + ۱ = ۵۲$$

$$۲۰ + ۱ + ۱ = ۲۲$$

با داشتن اندازه های طول و عرض می توان محیط را حساب کرد. (محیط را با حرف انگلیسی P نشان می دهیم).

$$P = ۵۲ + ۲۲ + ۵۲ + ۲۲ = ۱۴۸$$

برای دور تا دور این زمین زراعی به ۱۴۸ متر سیم خاردار احتیاج داریم.

تمرین (۱):

در حیاط خانه ای باغچه ای به شکل مربع که اندازه ضلع آن ۱۰ متر است، گل کاری شده است. صاحبخانه برای اینکه بچه ها وارد باغچه نشوند، می خواهد به فاصله ۰/۵ متر از هر طرف، دورتا دور باغچه را نرده بکشد. او چند متر نرده نیاز دارد؟

فعالیت :

تویی از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند متر حرکت کرده است.

همانطور که مشاهده می کنید، توپ بار اول ۲۰ متر به پایین می آید.

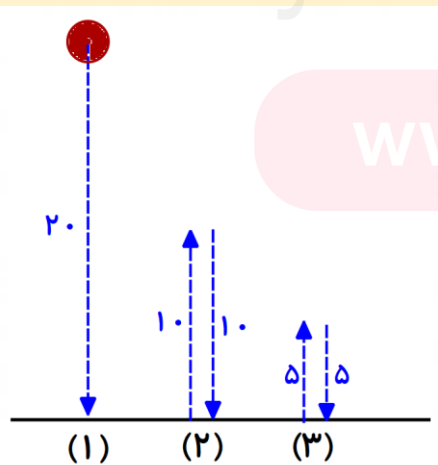
طبق قانون مسئله نصف بار اول یعنی ۱۰ متر بالا می رود و بعد دوباره ۱۰ متر به

پایین برمی گردد و برای دومین بار به زمین می خورد. و برای سومین بار نیز ۵ متر

$$۲۰ + ۱۰ + ۱۰ + ۵ + ۵ = ۵۰$$

بالا می رود و ۵ متر برمی گردد.

این توپ در کل ۵۰ متر حرکت کرده است.



تمرین (۲):

توپ تنیس روی میز را از ارتفاع ۲۷ سانتی متری سطح زمین رها می کنیم. این توپ پس از به زمین خوردن $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبلی خود بالا می آید. این توپ از لحظه رها شدن تا چهارمین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند سانتیمتر حرکت کرده است؟

فعالیت :

دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۳۰ باشد و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد.

برای این کار باید تمام حالت هایی را که ضرب دو عدد طبیعی ۳۰ می شود را بنویسیم. نظم در این کار شرط اول و اصلی است. توصیه می شود که از کمترین مقدار یعنی ۱ شروع کنیم. ضمناً استفاده از جدول نیز بهتر است. (دقت کنید چون اعداد طبیعی هستند، اعشاری قابل قبول نیستند.)

| حاصل ضرب برابر ۳۰ | | حاصل جمع |
|-------------------|-----------|----------|
| اولین عدد | دومین عدد | |
| ۱ | ۳۰ | ۳۱ |
| ۲ | ۱۵ | ۱۷ |
| ۳ | ۱۰ | ۱۳ |
| ۵ | ۶ | ۱۱ |

در جدول فوق مشاهده می کنید که دو عدد طبیعی ۵ و ۶

حاصل ضرب شان ۳۰ است و کمترین حاصل جمع یعنی ۱۱ را

دارند. پس آن دو عدد مورد نظر ۵ و ۶ هستند.

تمرین (۳):

دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۳۶ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد. جدول بکشید.

فعالیت :

با انگشتان یک دست به چند حالت می توان عدد ۲ را نشان داد؟

می توانید از دست تان کمک بگیرید. چند حالت را می توانید نشان دهید؟ ممکن است بعضی از حالت ها را فراموش کنید. باز هم توصیه ما استفاده از نظم است. در شکل های زیر انگشت کوچک را انتخاب می کنیم و ثابت نگاه می داریم.



با ثابت نگاه داشتن انگشت کوچک به ۴ حالت می توان عدد ۲ را نمایش داد. حالا انگشت کوچک را ببندید و انگشت دوم را ثابت نگاه دارید. آزمایش کنید و ببینید چند حالت می شود؟ بعد انگشت سوم را ثابت نگاه دارید و حالت ها را آزمایش کنید.

انگشت اول ۴ حالت انگشت دوم ۳ حالت انگشت سوم ۲ حالت انگشت چهارم ۱ حالت

پس به ده حالت می توان عدد ۲ را با انگشتان یک دست نشان داد. $4 + 3 + 2 + 1 = 10$

تمرین (۴):

با انگشتان دو دست به چند حالت می توان عدد ۲ را نشان داد. (حتماً هر دو دست استفاده شوند).

فعالیت :

تعداد زیادی سکه های ۱۰۰ و ۵۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می توانیم ۲۵۰۰ تومان درست کنیم؟

در این مسئله نیز نظم اصلی ترین موضوع است. به جدول زیر دقت کنید. تا تمام حالت ها را ببینید.

| تعداد سکه ۵۰۰ تومانی | تعداد سکه ۱۰۰ تومانی | محاسبات |
|----------------------|----------------------|---|
| ۵ | ۰ | $(5 \times 500) + (0 \times 100) = 2500 + 0 = 2500$ |
| ۴ | ۵ | $(4 \times 500) + (5 \times 100) = 2000 + 500 = 2500$ |
| ۳ | ۱۰ | $(3 \times 500) + (10 \times 100) = 1500 + 1000 = 2500$ |
| ۲ | ۱۵ | $(2 \times 500) + (15 \times 100) = 1000 + 1500 = 2500$ |
| ۱ | ۲۰ | $(1 \times 500) + (20 \times 100) = 500 + 2000 = 2500$ |
| ۰ | ۲۵ | $(0 \times 500) + (25 \times 100) = 0 + 2500 = 2500$ |

تمرین (۵):

تعداد زیادی اسکناس ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می توانیم یک چک پول ۵۰۰۰۰۰ تومانی را خرد کنیم؟

فعالیت :

با رقم های ۵ و ۶ و ۹ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید. (در عددهای شما می تواند رقم تکراری هم باشد).

نوشتن عددهای سه رقمی که رقم هایشان ۵ و ۶ و ۹ باشد کار ساده ای به نظر می رسد، فکر می کنید چند عدد می توان

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۵ | ۵ |
| ۶ | ۵ | ۵ |
| ۹ | ۵ | ۵ |

نوشت؟ چون تکرار مجاز هست، تعداد عددها زیاد می شود و باز هم ممکن است در نوشتن

تعدادی را جا بیاندازید. پس بهتر است برای کار خود نظمی داشته باشیم. جدول ارزش مکانی

را به دقت نگاه کنید. ما کمترین عدد را به عنوان صدگان قرار می دهیم. دهگان را هم

کمترین عدد می گیریم و یکان را هم همینطور. در مرحله های بعد فقط عدد یکان را تغییر

می دهیم. به این صورت سه عدد تولید می شود.

همین جدول را فقط در قسمت دهگان از رقم های بعدی استفاده می کنیم.

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۶ | ۵ |
| ۶ | ۶ | ۵ |
| ۹ | ۶ | ۵ |

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۹ | ۵ |
| ۶ | ۹ | ۵ |
| ۹ | ۹ | ۵ |

در جدول های بالا همه حالت هایی که صدگان ۵ باشد را نوشتیم. پس همه این حالت ها را می توان برای صدگان ۶ نیز استفاده کرد.

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۵ | ۶ |
| ۶ | ۵ | ۶ |
| ۹ | ۵ | ۶ |

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۶ | ۶ |
| ۶ | ۶ | ۶ |
| ۹ | ۶ | ۶ |

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۹ | ۶ |
| ۶ | ۹ | ۶ |
| ۹ | ۹ | ۶ |

و در نهایت برای صدگان ۹

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۵ | ۹ |
| ۶ | ۵ | ۹ |
| ۹ | ۵ | ۹ |

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۶ | ۹ |
| ۶ | ۶ | ۹ |
| ۹ | ۶ | ۹ |

| یکان | دهگان | صدگان |
|------|-------|-------|
| ۵ | ۹ | ۹ |
| ۶ | ۹ | ۹ |
| ۹ | ۹ | ۹ |

در کل ۲۷ عدد می توان نوشت. فکر کنیم قبول کنید که اگر نظمی در نوشتن نداشته باشیم همین سوال به ظاهر ساده خیلی سخت و گمراه کننده می شود.

تمرین (۶):

با رقم های ۳ و ۴ و ۹ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید. (در عددهای شما می تواند رقم های تکراری هم باشد). بعد از نوشتن همه اعداد، عددهایی را جدا کنید که رقم تکراری نداشته باشند.

فعالیت :

مجموع سن سه نفر ۲۰ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگترین نفر چقدر است؟

| حاصل ضرب برابر ۷۰ | | | حاصل جمع | وضعیت |
|-------------------|---------|---------|----------|-------------------------------------|
| نفر اول | نفر دوم | نفر سوم | | |
| ۱ | ۱ | ۷۰ | ۷۲ | <input type="checkbox"/> |
| ۱ | ۲ | ۳۵ | ۳۸ | <input type="checkbox"/> |
| ۱ | ۵ | ۱۴ | ۲۰ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱ | ۷ | ۱۰ | ۱۸ | <input type="checkbox"/> |
| ۲ | ۵ | ۷ | ۱۴ | <input type="checkbox"/> |

در این سوال هم می توان ابتدا همه حالت هایی را که ضرب سه عدد ۷۰ می شود را نوشت. تاکید بر نظم در هنگام نوشتن است و جدول بهترین راه کار است. به جدول زیر دقت کنید.

با توجه به جدول فقط ردیف سوم درست است و باقی حذف می شوند. در نتیجه

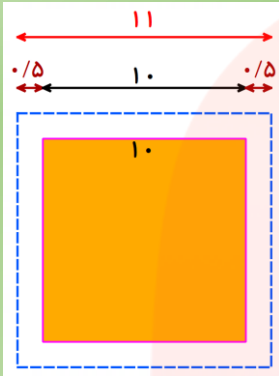
سن بزرگترین فرد ۱۴ سال است.

تمرین (۷):

سه عدد بیابید که حاصل ضرب آنها ۳۰ و حاصل جمعشان ۱۸ شود.

تمرین (۱):

در حیاط خانه ای باغچه ای به شکل مربع که اندازه ضلع آن ۱۰ متر است، گل کاری شده است. صاحبخانه برای اینکه بچه ها وارد باغچه نشوند، می خواهد به فاصله ۰/۵ متر از هر طرف، دورتا دور باغچه را نرده بکشد. او چند متر نرده نیاز دارد؟



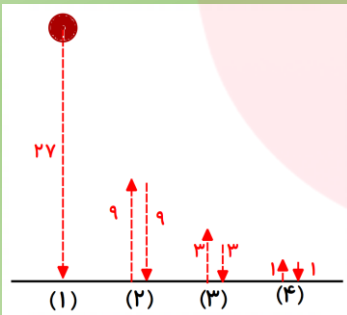
در مربع هر چهار ضلع با هم برابرند. در نتیجه

$$P = 11 + 11 + 11 + 11 = 44$$

این آقای صاحب خانه به ۴۴ متر نرده نیاز دارد.

تمرین (۲):

توپ تنیس روی میز را از ارتفاع ۲۷ سانتی متری سطح زمین رها می کنیم. این توپ پس از به زمین خوردن $\frac{1}{3}$ ارتفاع قبلی خود بالا می آید. این توپ از لحظه رها شدن تا چهارمین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند سانتیمتر حرکت کرده است؟



$$27 + 9 + 9 + 3 + 3 + 1 + 1 = 53$$

این توپ در مجموع ۵۳ سانتی متر حرکت کرده است.

تمرین (۳):

| حاصل ضرب برابر ۳۶ | | حاصل جمع |
|-------------------|-----------|----------|
| اولین عدد | دومین عدد | |
| ۱ | ۳۶ | ۳۷ |
| ۲ | ۱۸ | ۲۰ |
| ۳ | ۱۲ | ۱۵ |
| ۴ | ۹ | ۱۳ |
| ۶ | ۶ | ۱۲ |

دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۳۶ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد. جدول بکشید.

آن دو عدد ۶ و ۶ است.

تمرین (۴): با انگشتان دو دست به چند حالت می توان عدد ۲ را نشان داد. (حتماً هر دو دست استفاده شوند).

با هر یک از انگشتان یک دست می توان به پنج حالت انگشتان دست بعدی، عدد ۲ را نشان داد.

$$5 \times 5 = 25 \quad \text{در کل ۲۵ حالت وجود دارد.}$$

تمرین (۵):

تعداد زیادی اسکناس ۵۰۰۰ و ۱۰،۰۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می توانیم یک چک پول ۵۰،۰۰۰ تومانی را خرد کنیم؟

| تعداد اسکناس ۱۰،۰۰۰ تومانی | تعداد اسکناس ۵۰۰۰ تومانی | محاسبات |
|----------------------------|--------------------------|--|
| ۵ | ۰ | $(5 \times 10000) + (0 \times 5000) = 50000 + 0 = 50000$ |
| ۴ | ۲ | $(4 \times 10000) + (2 \times 5000) = 40000 + 10000 = 50000$ |
| ۳ | ۴ | $(3 \times 10000) + (4 \times 5000) = 30000 + 20000 = 50000$ |
| ۲ | ۶ | $(2 \times 10000) + (6 \times 5000) = 20000 + 30000 = 50000$ |
| ۱ | ۸ | $(1 \times 10000) + (8 \times 5000) = 10000 + 40000 = 50000$ |
| ۰ | ۱۰ | $(0 \times 10000) + (10 \times 5000) = 0 + 50000 = 50000$ |

تمرین (۶):

با رقم های ۳ و ۴ و ۹ تمام عددهای سه رقمی را بنویسید. در عددهای شما می تواند رقم های تکراری هم باشد.

عددهای غیر تکراری

۳۹۴ ، ۴۹۳ ، ۹۳۴

| | | |
|-----|-----|-----|
| ۳۳۳ | ۴۳۳ | ۹۳۳ |
| ۳۳۴ | ۴۳۴ | ۹۳۴ |
| ۳۳۹ | ۴۳۹ | ۹۳۹ |
| ۳۴۳ | ۴۴۳ | ۹۴۳ |
| ۳۴۴ | ۴۴۴ | ۹۴۴ |
| ۳۴۹ | ۴۴۹ | ۹۴۹ |
| ۳۹۳ | ۴۹۳ | ۹۹۳ |
| ۳۹۴ | ۴۹۴ | ۹۹۴ |
| ۳۹۹ | ۴۹۹ | ۹۹۹ |

تمرین (۷): سه عدد بیابید که حاصل ضرب آنها ۳۰ و حاصل جمعشان ۱۸ شود.

| حاصل ضرب برابر ۳۰ | | | حاصل جمع | وضعیت |
|-------------------|---------|---------|----------|-------------------------------------|
| عدد اول | عدد دوم | عدد سوم | | |
| ۱ | ۱ | ۳۰ | ۳۲ | <input type="checkbox"/> |
| ۱ | ۲ | ۱۵ | ۱۸ | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱ | ۳ | ۱۰ | ۱۴ | <input type="checkbox"/> |
| ۱ | ۵ | ۶ | ۱۲ | <input type="checkbox"/> |
| ۲ | ۳ | ۵ | ۱۰ | <input type="checkbox"/> |

فعالیت :

۱ , ۵ , ۹ , ۱۳ , ...

به عددهای الگوی مقابل دقت کنید.

عددها چند تا چند تا اضافه می شوند؟ مشاهده می کنید که عددها چهار تا چهار تا اضافه می شوند. با توجه به این قانون که

۱ , ۵ , ۹ , ۱۳ , ۱۷ , ۲۱ , ۲۵ , ...

یافته ایم می توانیم عددها را ادامه دهیم.

فعالیت :

۱ , ۳ , ۹ , ۲۷ , ...

در عددهای مقابل چه الگویی مشاهده می کنید؟

اگر مانند مثال قبل به آن نگاه کنیم. اول دو تا بعد شش تا و بعد هجده تا اضافه شده، شاید این روش برای یافتن الگو مناسب نباشد. پس جور دیگر به آن نگاه می کنیم. می توانیم از ضرب کمک بگیریم. اگر به عددها دقت کنید هر کدام در عدد سه ضرب می شوند. حال که الگویی بهتر یافتیم می توانیم عددها را ادامه دهیم.

۱ , ۳ , ۹ , ۲۷ , ۸۱ , ۲۴۳ , ۷۲۹ ...

هر الگوی عددی قانون مخصوص به خود دارد، که می تواند جمع یا ضرب یا تقسیم و یا ترکیبی از آنها باشد.

تمرین (۱):

ابتدا قانون هر یک از الگوهای عددی زیر را بنویسید و سپس سه عدد بعدی الگو را بنویسید.

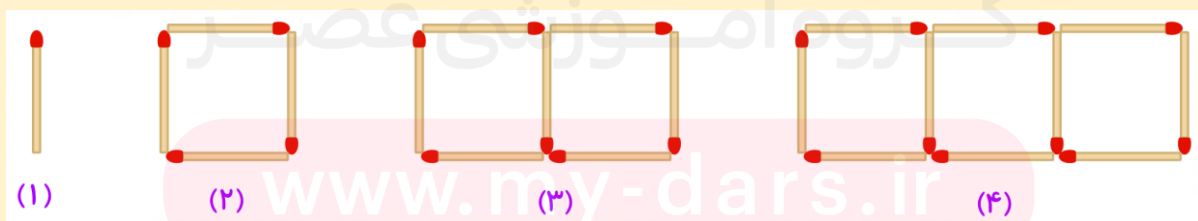
۱ , ۱۰ , ۱۹ , ۲۸ , ...

۱ , ۵ , ۲۵ , ۱۲۵ , ...

۱۲۸ , ۶۴ , ۳۲ , ۱۶ , ...

فعالیت :

به شکل های زیر که با چوب کبریت درست شده است. دقت کنید.



تعداد چوب کبریت های هر شکل چند تا است؟ می توانیم برای آن جدولی درست کنیم.

| شماره شکل | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|-----------------|---|---|---|----|
| تعداد چوب کبریت | ۱ | ۴ | ۷ | ۱۰ |

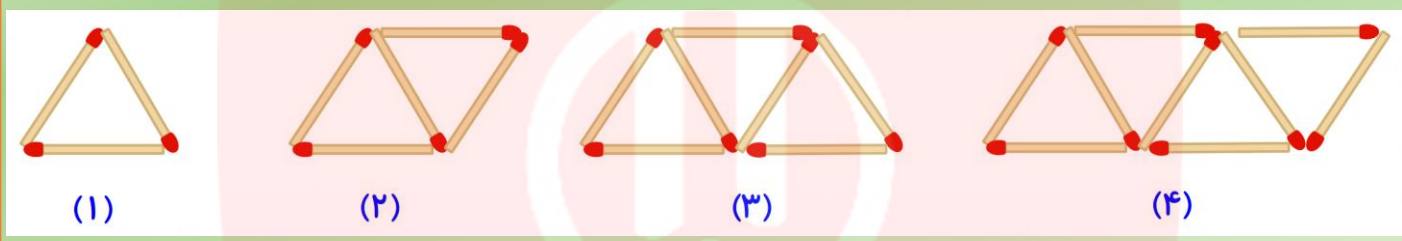
آیا می توانید برای تعداد چوب کبریت ها الگویی بیابید؟ با کمی دقت متوجه می شوید که آنها سه تا سه تا اضافه می شوند. حالا اگر سوالی از ما بپرسند که شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته شده است، چگونه می توانیم به آن پاسخ دهیم؟ یکی از راه ها ادامه جدول بالا است.

| شماره شکل | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
|-----------------|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| تعداد چوب کبریت | ۱ | ۴ | ۷ | ۱۰ | ۱۳ | ۱۶ | ۱۹ | ۲۲ | ۲۵ | ۲۸ |

البته می شود از طریق دیگری نیز تعداد چوب کبریت ها را فهمید. می توانید در این مورد کمی فکر کنید. البته در درس های بعدی خواهیم گفت.

تمرین (۲):

شکل دوازدهم از چند چوب کبریت ساخته شده است؟ چرا؟



فعالیت :

۲۰ دستگاه دوچرخه و سه چرخه در یک توقفگاه (پارکینگ) وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ های آنها ۴۵ عدد باشد ، چند دوچرخه و چند سه چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

بیا باید این مسئله را جور دیگری ببینیم و حل کنیم. بیا باید از حدس زدن کمک بگیریم. مثلاً حدس می زنیم ۱۰ تا دوچرخه و ۱۰ تا هم سه چرخه در پارکینگ باشد. در این صورت تعداد چرخ ها به صورت زیر است.

$$(10 \times 3) + (10 \times 2) = 30 + 20 = 50$$

مشاهده می کنید که تعداد چرخ هایی که به دست آورده ایم از ۴۵ بیشتر است. پس باید حدس دیگری بزنیم. فقط دقت کنید که تعداد دوچرخه و سه چرخه دقیقاً ۲۰ تا شود. برای اینکه کارمان منظم شود بهتر است از جدول استفاده کنیم.

| تعداد سه چرخه | تعداد دو چرخه | بررسی و آزمایش |
|---------------|---------------|---|
| ۱۰ | ۱۰ | $(10 \times 3) + (10 \times 2) = 30 + 20 = 50$ نادرست |
| ۱۱ | ۹ | $(11 \times 3) + (9 \times 2) = 33 + 18 = 51$ نادرست (بیشتر شد، سه چرخه ها باید کمتر شود) |
| ۹ | ۱۱ | $(9 \times 3) + (11 \times 2) = 27 + 22 = 49$ نادرست (بیشتر از ۴۵ است.) |
| ۷ | ۱۳ | $(7 \times 3) + (13 \times 2) = 21 + 26 = 47$ نادرست (بیشتر از ۴۵ است.) |
| ۵ | ۱۵ | $(5 \times 3) + (15 \times 2) = 15 + 30 = 45$ درست و جواب |

در این توقفگاه ۵ سه چرخه و ۱۵ دوچرخه وجود دارد. البته با راه حل های دیگر هم می توان این مسئله را حل کرد. اگر توانستید آن را به شیوه ای دیگر حل کنید.

تمرین (۳):

مجموع دو عدد که یکی از آنها سه برابر دیگری است، برابر با ۵۲ است. این اعداد را بیابید.

فعالیت :

میوه فروشی ، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلو ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه فروش ، از این کار خود چقدر سود برده است؟

برای اینکه مقدار سود را به دست آوریم می توانیم ابتدا سود مربوط به سیب را حساب کنیم. این میوه فروش هر کیلو سیب را به قیمت ۲۵۰۰ تومان می خرد و ۳۰۰۰ تومان می فروشد.

پس سود هر کیلو سیب می شود ۵۰۰ تومان ($3000 - 2500 = 500$)

سود او برای ۴۰ کیلو سیب می شود. $40 \times 500 = 20000$

برای پرتقال هم به همین صورت است. $80 \times 500 = 40000$

$$2000 - 1500 = 500$$

سود کلی او از فروش سیب و پرتقال روی هم ۶۰۰۰۰ تومان می شود. $20000 + 40000 = 60000$

تمرین (۴):

مسئله مربوط به فعالیت قبل (سود میوه فروش) را از روش دیگری حل کنید.

تمرین (۵):

احمد در هر هفته ۵۰۰۰ تومان پس انداز می کند. او می خواهد با جمع کردن پس اندازش یک توپ برای خودش بخرد. او حساب کرده که یک ماه (چهار هفته) پس انداز او ، یک سوم پول توپ می شود. قیمت توپ چند تومان است؟

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

تمرین (۱):

ابتدا قانون هر یک از الگوهای عددی زیر را بنویسید و سپس سه عدد بعدی الگو را بنویسید.

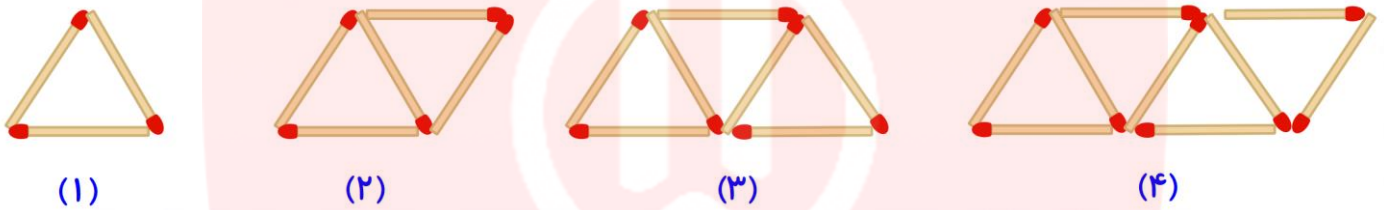
قانون (الگو): عددها ۹ تا ۹ تا اضافه می شوند. $1, 10, 19, 28, 37, 46, 55, \dots$

قانون (الگو): عددها به ترتیب در ۵ ضرب می شوند. $1, 5, 25, 125, 625, 3125, 15625, \dots$

قانون (الگو): عددها به ترتیب نصف می شوند. $128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, \dots$

تمرین (۲):

شکل دوازدهم از چند چوب کبریت ساخته شده است؟ چرا؟



با توجه به شماره شکل و تعداد چوب کبریت ها در این الگو، عددها دو تا دو تا اضافه می شوند.

| شماره شکل | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ |
|-----------------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|
| تعداد چوب کبریت | ۳ | ۵ | ۷ | ۹ | ۱۱ | ۱۳ | ۱۵ | ۱۷ | ۱۹ | ۲۱ | ۲۳ | ۲۵ |

شکل دوازدهم از بیست و پنج چوب کبریت ساخته شده است.

تمرین (۳):

مجموع دو عدد که دومی سه برابر اولی است، برابر با ۵۲ است. این اعداد را بیابید.

دقت می کنیم که عدد اول را که انتخاب کردیم. عدد دوم سه برابر عدد اولی باید باشد.

| عدد اولی | عدد دومی (سه برابر عدد ولی) | بررسی و آزمایش |
|----------|--------------------------------|--|
| ۵ | $5 \times 3 = 15$ | $5 + 15 = 20$ نادرست (از ۵۲ خیلی کمتر است) |
| ۱۰ | $10 \times 3 = 30$ | $10 + 30 = 40$ نادرست (کمتر از ۵۲ است) |
| ۱۵ | $15 \times 3 = 45$ | $15 + 45 = 60$ نادرست (بیشتر از ۵۲ است.) |
| ۱۲ | $12 \times 3 = 36$ | $12 + 36 = 48$ نادرست (کمتر از ۵۲ است.) |
| ۱۳ | $13 \times 3 = 39$ | $13 + 39 = 52$ درست و جواب |

عدد اول ۱۳ و عدد دوم سه برابر آن یعنی ۳۹ است.

تمرین (۴):

مسئله مربوط به فعالیت قبل (سود میوه فروش) را از روش دیگری حل کنید.

ابتدا میزان خرید این میوه فروش را حساب می کنیم.

$$\text{کل خرید } ۱۰۰۰۰۰ + ۱۲۰۰۰۰ = ۲۲۰۰۰۰ \quad \text{پرتقال } ۸۰ \times ۱۵۰۰ = ۱۲۰۰۰۰ \quad \text{سیب } ۴۰ \times ۲۵۰۰ = ۱۰۰۰۰۰$$

حالا میزان فروش او را محاسبه می کنیم.

$$\text{کل فروش } ۱۲۰۰۰۰ + ۱۶۰۰۰۰ = ۲۸۰۰۰۰ \quad \text{پرتقال } ۸۰ \times ۲۰۰۰ = ۱۶۰۰۰۰ \quad \text{سیب } ۴۰ \times ۳۰۰۰ = ۱۲۰۰۰۰$$

با تفریق میزان فروش از خرید، سود این میوه فروش به دست می آید.

$$۲۸۰۰۰۰ - ۲۲۰۰۰۰ = ۶۰۰۰۰$$

تمرین (۵):

احمد در هر هفته ۵۰۰۰ تومان پس انداز می کند. او می خواهد با جمع کردن پس اندازش یک توپ برای خودش بخرد. او حساب کرده که یک ماه (چهار هفته) پس انداز او، یک سوم پول توپ می شود. قیمت توپ چند تومان است؟

$$۵۰۰۰ \times ۴ = ۲۰۰۰۰$$

پس انداز احمد در مدت یک ماه (چهار هفته)

$$۲۰۰۰۰ \times ۳ = ۶۰۰۰۰$$

قیمت توپ

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

فعالیت :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

مشاهده می کنید این کسرها ادامه دار هستند و تعدادشان زیاد است و اگر بخواهیم با مخرج مشترک حل کنیم، هم زمان بسیاری طول می کشد و هم ممکن است اشتباه کنیم. پس بهتر است کمی مسئله را ساده تر کنیم. برای این کار ابتدا دو کسر

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

اول را جمع می کنیم.

برای یافتن الگویی که بتوان پاسخ را مشخص کرد سه کسر اول را نیز جمع می کنیم.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

مشاهده می کنید که حاصل دو کسر اول برابر $\frac{3}{4}$ و حاصل سه کسر اول برابر $\frac{7}{8}$ است. می توانید الگویی بیابید که بتوانید حاصل کسر اصلی را بدون محاسبه به دست آورید؟ همانطور که می بینید حاصل ، کسری است که صورت آن یک واحد کمتر از مخرج آخرین کسر است. پس جواب حاصل جمع بالا برابر با $\frac{1023}{1024}$ است.


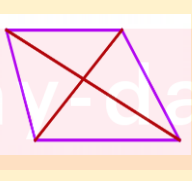
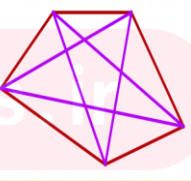
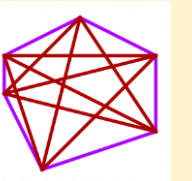
تمرین (۱):

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{50} =$$

حاصل عبارت روبرو را به دست آورید.

فعالیت :

اگر ۶ نقطه که هیچ سه تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می آید. تعداد پاره خط ها در واقع تعداد ضلع ها و تعداد قطر ها است. پس مانند فعالیت قبل مسئله را ساده تر می کنیم و با رسم شکل به دنبال الگویی می گردیم تا ما را به سمت جواب هدایت کند.

| تعداد نقطه | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|------------------|---|---|---|---|
| شکل |  |  |  |  |
| تعداد اضلاع | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
| تعداد قطر ها | ۰ | ۲ | ۵ | ۹ |
| مجموع پاره خط ها | ۳ | ۶ | ۱۰ | ۱۵ |

از این جدول که ردیف آخر آن الگوی خاصی دارد می توان فهمید که تعداد پاره خط ها برای ۶ نقطه برابر ۱۵ پاره خط است.

تمرین (۲):

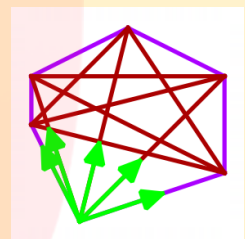
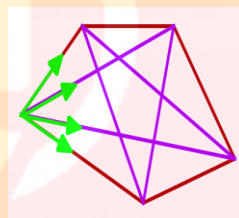
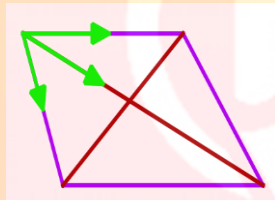
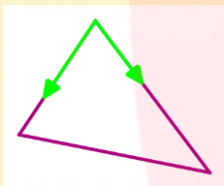
اگر ۱۰ نقطه که هیچ سه تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می آید. (از الگویی که در فعالیت آمده استفاده کنید و با تکمیل جدول زیر ، پاسخ را پیدا کنید.)

| | | | | | | | | |
|---------------|---|---|----|----|---|---|---|----|
| تعداد نقطه | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
| تعداد پاره خط | ۳ | ۶ | ۱۰ | ۱۵ | | | | |

فعالیت :

اگر در تمرین قبل تعداد نقاط بیشتر باشد آیا ادامه دادن الگو روش مناسبی است؟ بیایید دوباره این مسئله را جور دیگر ببینیم و بررسی کنیم. باز هم به شکل ها برمی گردیم.

در شکل های زیر این بار دقت کنید از هر نقطه چند پاره خط رسم شده است؟ (برای اینکه شکل ها شلوغ نشوند ما فقط یک نقطه را مشخص کرده ایم. مطمئناً از نقاط دیگر هم همین اتفاق می افتد.)

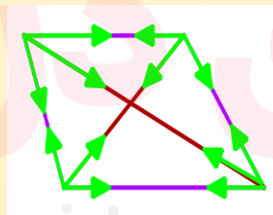


(۶ نقطه: از هر نقطه ۵ پاره خط) (۵ نقطه: از هر نقطه ۴ پاره خط) (۴ نقطه: از هر نقطه ۳ پاره خط) (۳ نقطه: از هر نقطه ۲ پاره خط)

به عنوان مثال در شکلی که چهار نقطه دارد، از هر نقطه سه پاره خط رسم شده است، پس تعداد همه پاره خط ها برابر است با حاصل ضرب تعداد پاره خط ها در تعداد نقاط یعنی:

$$4 \times 3 = 12$$

اگر بیشتر دقت کنید در اینجا ما هر پاره خط را دوبار حساب کردیم. پس برای رفع این مشکل کافی است تعداد را نصف کنیم.



$$(4 \times 3) \div 2 = 12 \div 2 = 6$$

اگر ۶ نقطه داشته باشیم، از هر نقطه ۵ پاره خط رسم می شود. $15 = 30 \div 2 = (6 \times 5) \div 2$ می بینید که جواب همانند جدول فعالیت قبل شد. پس می توانیم به این رابطه اطمینان کنیم و برای نقاط بیشتر از آن استفاده کنیم.

تمرین (۳):

اگر ۲۰ نقطه که هیچ سه تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می آید؟

فعالیت :

احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت، او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چه چقدر است؟
بسیاری از دانش آموزان برای حل اینگونه مسائل به صورت زیر عمل می کنند:

$$۳۰۰۰۰ - ۲۰۰۰ = ۲۸۰۰۰ \quad \text{پول دفترها} \quad ۲۸۰۰۰ \div ۴ = ۷۰۰۰ \quad \text{قیمت هر دفتر}$$

باز هم برای اینکه نشان دهیم مسئله ها را می توان با روش های گوناگون حل کرد، با یک روش دیگر این مسئله را حل می کنیم. چون قیمت دفتر را نمی دانیم برای آن جای خالی می گذاریم.

$$۴ \times \boxed{\dots\dots\dots} + ۲۰۰۰ = ۳۰۰۰۰$$

عبارت بالا یعنی پول چهار تا دفتر با ۲۰۰۰ تومان باقیمانده روی هم می شود کل پول احمد که ۳۰۰۰۰ تومان است. حالا می توانید با حدس و آزمایش عدد جای خالی را پیدا کنید.

تمرین (۴):

فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟ (از هر دو روش حل کنید).

فعالیت :

$\frac{1}{3}$ دانش آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش آموزان آن کلاس فوتبال بازی می کنند. سایر دانش آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می کنند. این کلاس چند دانش آموز دارد؟

$$\frac{1}{3} \times 5 + \frac{1}{5} \times 3 = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$

ابتدا حساب می کنیم چه کسری از دانش آموزان کلاس ورزش می کنند.

$$1 - \frac{8}{15} = \frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

وقتی $\frac{8}{15}$ کلاس ورزش می کنند. چه کسری از دانش آموزان تماشاگر هستند؟

$$\frac{7 \times 2}{15 \times 2} = \frac{14}{30}$$

حال با یک تناسب ساده می توانید، تعداد کل کلاس را حساب کنید.

پس این کلاس ۳۰ دانش آموز دارد.



البته روش دیگری هم برای حل این مسئله وجود دارد که به کمک شکل است.

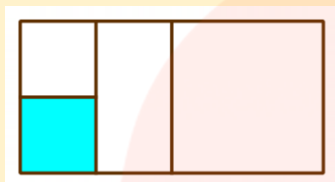
$\frac{1}{3}$ بالایی بسکتبال است (سبز) و $\frac{1}{5}$ سمت چپ فوتبال است (قرمز). دقت کنید یک خانه در هر دو قسمت هاشور خورده (زرده) پس باید به جای آن که نشان دهنده دوتا است، یک خانه جداگانه هم هاشور بخورد که در شکل آن را می بینید.

خانه های خالی تماشاگران هستند، ۷ خانه خالی و ۱۴ نفر پس هر قسمت ۲ نفر است. پس کل کلاس $۱۵ \times ۲ = ۳۰$

تمرین (۵):

کشاورزی $\frac{1}{4}$ زمینش را جو و $\frac{2}{3}$ آن را گندم کاشته است. ۲۰۰ متر مربع از زمینش خالی ماند، مساحت کل زمین او چقدر است؟ (از هر روش که دوست دارید حل کنید.)

فعالیت :

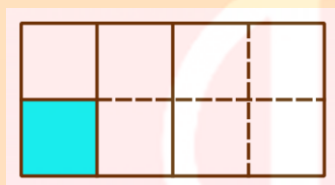


چه کسری از شکل مقابل رنگی است؟ (خط عمودی وسط شکل است.)

آیا می توان با شمارش قسمت ها در این شکل گفت که چه کسری رنگی است؟

مشاهده می کنید که قسمت ها در این شکل هم اندازه نیستند. پس باید به دنبال راه حل دیگری گشت.

روش اول این است که شکل را به قسمت های مساوی تقسیم کنیم و بعد جواب را بنویسیم.



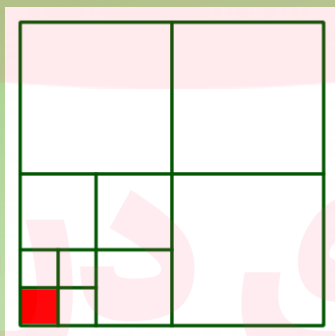
$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

روش دیگر هم استفاده از کسرها است. اگر دقت کنید، $\frac{1}{2}$ از $\frac{1}{4}$ شکل رنگی است. پس

تمرین (۶):

چه کسری از شکل زیر رنگی است؟



گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

تمرین (۱):

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{50} =$$

حاصل عبارت روبرو را به دست آورید.

در ابتدا باید دقت داشت که در ضرب کسرها، عددهای مخلوط باید به کسر تبدیل شوند. پس داریم:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{50} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{51}{50}$$

حال به دنبال یافتن الگو می رویم. برای این کار، مسئله را ساده تر می کنیم.

$$\frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} = \frac{4}{2} \qquad \frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{4}} = \frac{5}{2}$$

مشاهده می کنید که در این الگو با ساده شدن صورت ها و مخرج های یکسان، فقط مخرج کسر اول و صورت کسر آخر باقی

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{50} = \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{51}{50} = \frac{51}{2}$$

می ماند. در نتیجه

تمرین (۲):

اگر ۱۰ نقطه که هیچ سه تای آنها روی یک خط نیستند، دوجه دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می آید. (از الگویی که در فعالیت آمده استفاده کنید و با تکمیل جدول زیر، پاسخ را پیدا کنید.

| | | | | | | | | |
|---------------|---|---|----|----|----|----|----|----|
| تعداد نقطه | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
| تعداد پاره خط | ۳ | ۶ | ۱۰ | ۱۵ | ۲۱ | ۲۸ | ۳۶ | ۴۵ |

در این الگو هر چه جلو تر می رویم به اضافه شدن ها یک واحد افزوده می شود. اول ۳ تا، بعدی ۴ تا و بعدی ۵ تا، الی آخر.

تمرین (۳):

اگر ۲۰ نقطه که هیچ سه تای آنها روی یک خط نیستند، دوجه دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می آید؟ چون ۲۰ نقطه داریم، پس از هر نقطه ۱۹ خط خارج می شود. با این حساب تعداد پاره خطها می شود.

$$(20 \times 19) \div 2 = 380 \div 2 = 190$$

تمرین (۴):

فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟ (از هر دو روش حل کنید).

روش اول: میزان مطالعه در هر ساعت $90 \div 6 = 15$ تعداد صفحات مطالعه شده $100 - 10 = 90$

روش دوم: $6 \times \boxed{\dots\dots} + 10 = 100$

حس اول $6 \times \boxed{10} + 10 = 60 + 10 = 70$ حس دوم $6 \times \boxed{15} + 10 = 90 + 10 = 100$ حس درست

تمرین (۵):

کشاورزی $\frac{1}{4}$ زمینش را جو و $\frac{2}{3}$ آن را گندم کاشته است. ۲۰۰ متر مربع از زمینش خالی ماند، مساحت کل زمین او چقدر است؟ (از هر روش که دوست دارید حل کنید).

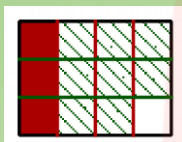
$$\frac{1}{4} \times 3 + \frac{2}{3} \times 4 = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$$

قسمت کاشته شده

$$1 - \frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1 \times 200}{12 \times 200} = \frac{200}{2400}$$

مساحت کل زمین این کشاورز ۲۴۰۰ متر مربع است.

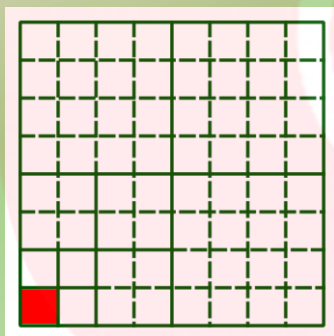


روش دوم: استفاده از شکل (جو به رنگ قرمز، گندم هاشور سبز)

یک قسمت خالی است که برابر ۲۰۰ متر مربع است. در نتیجه $12 \times 200 = 2400$

تمرین (۶):

چه کسری از شکل زیر رنگی است؟



روش اول: شکل را کامل می کنیم. $\frac{1}{64}$

روش دوم: $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ از $\frac{1}{4}$ شکل رنگی است. پس

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir