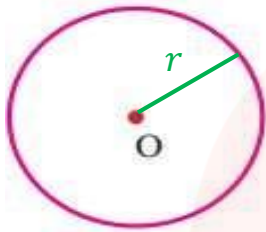


(فصل نهم)

دایره

**دایره:** به مجموعه نقاطی که از یک نقطه مشخص (مرکز دایره)، به یک اندازه باشند.



**نکته:** دایره را اختصار به صورت  $C(O, r)$  نشان می دهند.   
 شعاع   
 دایره   
 مرکز

اجزای دایره:

(۱) شعاع دایره: فاصله ی مرکز دایره تا محیط دایره را شعاع و با حرف  $(r$  یا  $R)$  نشان می دهند.



(۲) کمان دایره: فاصله ی ایجاد شده روی محیط دایره را کمان و با دو حرف و سه حرف نشان می دهند.



(۳) وتر دایره: پاره خطی که دو نقطه ی روی محیط دایره را به هم وصل کند وتر و با دو حرف نشان می دهند.



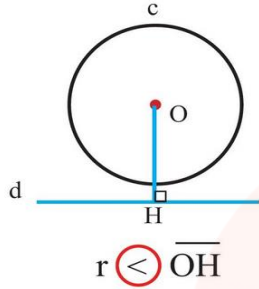
(۴) قطر دایره: پاره خطی است که دو نقطه ی روی محیط دایره را به هم وصل می کند و از مرکز دایره می گذرد. قطر را با دو حرف نشان می دهند.



**نکته:** بزرگترین وتر دایره، قطر نام دارد. و قطر ۲ برابر شعاع است.

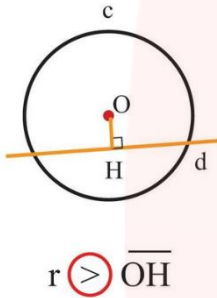
وضعیت خط و دایره: خط و دایره دارای سه وضعیت هستند:

۱) خط ممکن است بیرون از دایره باشد. در این حالت خط و دایره نقطه مشترک (برخورد) ندارند.



(رابطه ی مقایسه شعاع با فاصله مرکز تا خط)

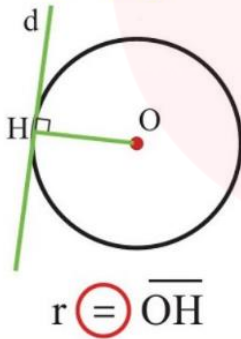
۲) خط ممکن است داخل دایره باشد. در این حالت خط و دایره دو مشترک (برخورد) دارند.



(رابطه ی مقایسه شعاع با فاصله مرکز تا خط)

۳) خط ممکن است مماس (چسبیده) بر دایره باشد. در این حالت خط و دایره یک مشترک (برخورد) دارند.

### خط مماس بر دایره



(رابطه ی مقایسه شعاع با فاصله مرکز تا خط)

**نکته مهم:** شعاع دایره در نقطه ی تماس بر خط مماس عمود است

**مثال:** الف) شعاع دایره ۳ سانتی متر و فاصله ی مرکز تا خط ۵ سانتی متر است. خط و دایره چند نقطه ی مشترک دارند.

چون فاصله ی مرکز تا خط از شعاع دایره بیشتر است پس خط بیرون دایره قرار دارد و نقطه مشترکی ندارند.

ب) قطر دایره ۶ سانتی متر و فاصله ی مرکز تا خط ۳ سانتی متر است. خط و دایره چند نقطه ی مشترک

دارند.

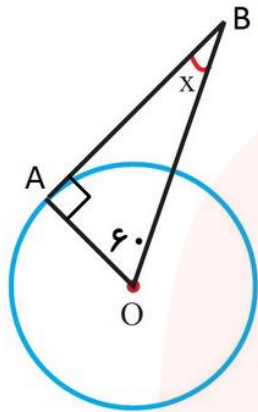
قطر دو برابر شعاع دایره است پس شعاع دایره برابر با ۳ سانتی متر است. چون شعاع با فاصله ی مرکز تا خط برابر است پس خط

و دایره یک نقطه ی مشترک دارند.

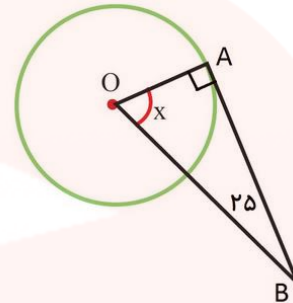
مثال: با توجه به هر شکل زاویه ی خواسته شده چند درجه است.

(شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود یعنی زاویه ی ۹۰ درجه تشکیل می دهد)

(مجموع زاویه های داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است)



$$\hat{x} = 30$$



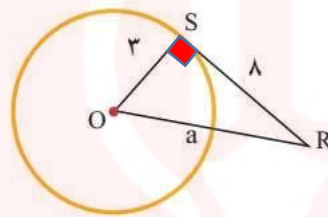
$$\hat{x} = 65$$

مثال: با توجه به هر شکل مقدار  $a$  را به دست آورید. (در مثلث قائم الزاویه برای اندازه ی ضلع مجهول از رابطه ی فیثاغورس استفاده می شود)

$$a^2 = 8^2 + 3^2$$

$$a^2 = 64 + 9 = 73$$

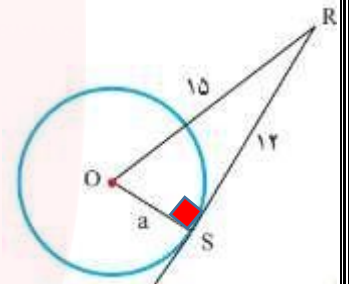
$$a = \sqrt{73}$$



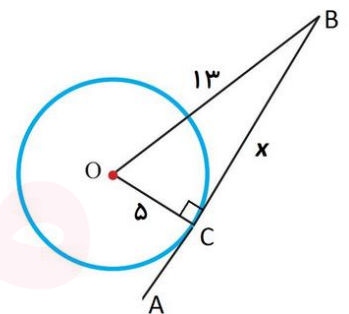
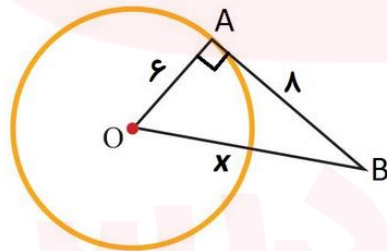
$$a^2 = 15^2 - 12^2$$

$$a^2 = 225 - 144 = 81$$

$$a = \sqrt{81} = 9$$



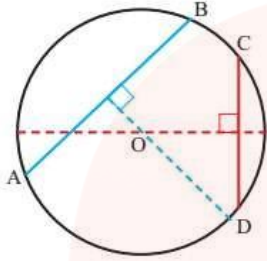
تمرین:



پیدا کردن مرکز دایره: ابتدا دو وتر غیر موازی رسم می کنیم. سپس عمودمنصف های آن دو وتر را رسم کرده که محل برخورد آن دو عمودمنصف مرکز دایره نام دارد.

**مثال:** در یک دایره دلخواه مرکز دایره را با رسم دو وتر نشان دهید.

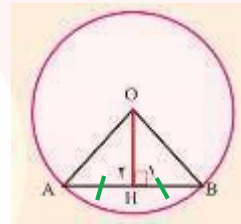
ابتدا دو وتر غیر موازی  $AB$  و  $CD$  را رسم می کنیم.



سپس عمود منصف آن دو را که با نقطه چین مشخص شده رسم می کنیم که محل برخورد دو عمود منصف همان مرکز دایره است.

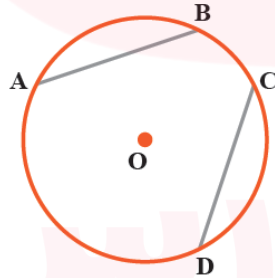
**نکته:** خطی که از مرکز بر وتر عمود باشد آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند. و بر عکس خطی که از وسط وتر و مرکز دایره بگذرد، بر وتر عمود است.

$$AH = BH$$

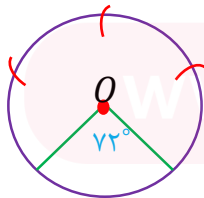


**نکته:** محیط دایره بر حسب درجه  $360$  درجه است. و بر حسب سانتی متر  $(2\pi r)$  یا  $(\frac{3}{14} \times \text{قطر})$  می باشد

**نکته:** اگر دو کمان مساوی باشند وترهای نظیر آن دو کمان نیز برابرند و برعکس.



تقسیم دایره به کمان های مساوی: ابتدا یک شعاع دایره رسم می کنیم سپس محیط دایره  $(360$  درجه) را بر تعداد کمان های خواسته شده تقسیم کرده، مقاله را منطبق بر شعاع گذاشته و زاویه مورد نظر را مشخص می کنیم و در آخر دهانه ی پرگار را به اندازه ی وتر ایجاد شده باز کرده روی یکی از نقاط ایجاد شده روی محیط دایره گذاشته و متوالیاً کمان می زنیم.

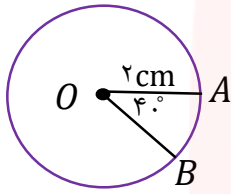


**مثال:** یک دایره رسم کنید و آن را به ۵ کمان مساوی تقسیم کنید.

محاسبه طول یک کمان از دایره: برای محاسبه طول کمان از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

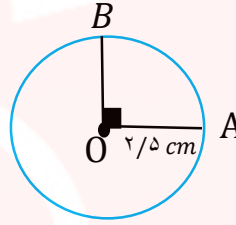
$$\frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه ی کمان}}{۳۶۰}$$

مثال: در هر شکل طول کمان AB چند سانتی متر است؟



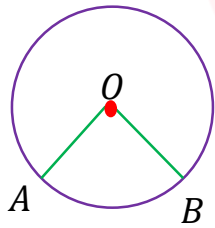
$$\frac{۴۰}{۳۶۰} = \frac{x}{۱۸/۸۴}$$

$$x = ۱۸/۸۴ \div ۹ \approx ۲/۱۰ \text{ cm}$$



$$\frac{۹۰}{۳۶۰} = \frac{x}{۱۵/۷}$$

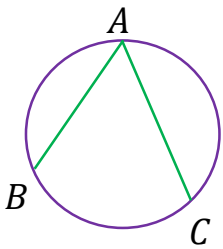
$$x = ۱۵/۷ \div ۴ \approx ۴ \text{ cm}$$



زاویه مرکزی: زاویه ای است که رأس آن مرکز دایره و دو ضلع آن شعاع دایره باشد.

$$\widehat{O} = AB$$

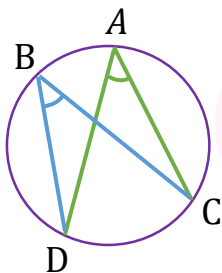
اندازه ی زاویه مرکزی: زاویه ی مرکزی برابر است با اندازه ی کمان روبه رو آن.



زاویه محاطی: زاویه ای است که رأس آن روی محیط دایره و دو ضلع آن وتر دایره باشد.

$$\widehat{A} = \frac{BC}{۲}$$

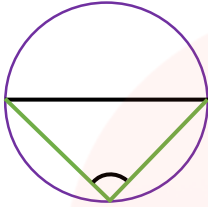
اندازه ی زاویه محاطی: زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه ی کمان روبه رو آن.



نکته: زاویه های محاطی روبه رو به یک کمان برابرند.

$$\widehat{A} = \widehat{B}$$

**نکته:** اندازه ی زاویه ی محاطی روبه روبه قطر دایره ، ۹۰ درجه است.

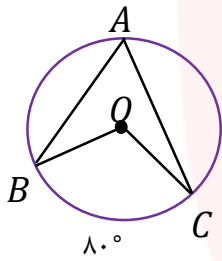


A

$$\hat{A} = 90$$

**مثال:** اندازه ی کمان و زاویه های خواسته شده را بنویسید.

زاویه محاطی نصف کمان روبه رو



۸۰°

$$A = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

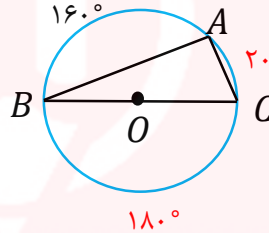
زاویه مرکزی برابر کمان روبه رو

$$BOC = 80^\circ$$

$$BAC = 36^\circ - 80^\circ = 28^\circ$$

محیط دایره

زاویه محاطی روبه رو قطر



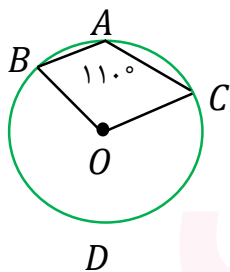
۱۸۰°

$$A = 90^\circ$$

$$B = 10^\circ$$

$$\widehat{AC} = 20^\circ$$

$$C = 80^\circ$$

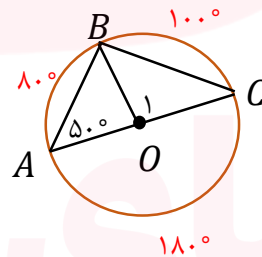


D

$$\widehat{BDC} = 22^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 36^\circ - 22^\circ = 14^\circ$$

$$O = 14^\circ$$



۱۸۰°

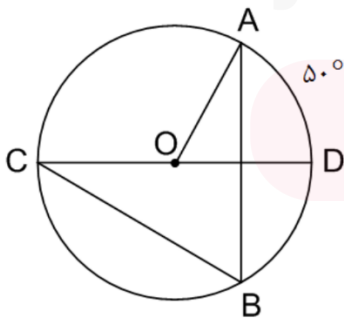
$$\widehat{BC} = 100^\circ$$

$$C = 40^\circ$$

$$\widehat{AB} = 80^\circ$$

$$O_1 = 100^\circ$$

**تمرین:** در شکل زیر اندازه B کدام است؟



۵۰°

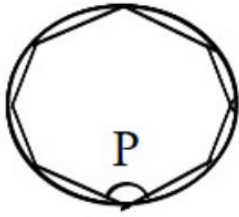
۶۵ (د)

۶۰ (ج)

۵۵ (ب)

۵۰ (الف)

**تمرین:** دایره زیر به کمان های مساوی تقسیم شده است. اندازه زاویه  $P$  را محاسبه کنید.



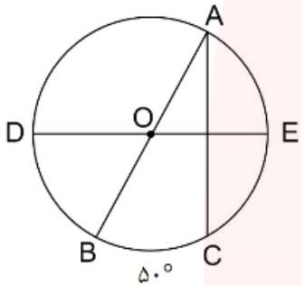
(د) ۱۲۵

(ج) ۲۲/۵

(ب) ۴۵

• (الف) ۱۳۵

**تمرین:** در شکل زیر  $AB$  و  $DE$  قطرهای دایره و  $AC$  عمود بر  $DE$  است. اندازه کمان  $AB$  چقدر است؟



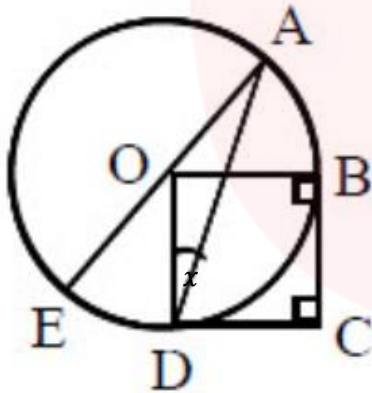
(د) ۱۳۰

(ج) ۱۲۵

(ب) ۱۲۰

• (الف) ۱۱۵

**تمرین:** در شکل مقابل اندازه  $\widehat{AB} = 50$  می باشد. اندازه  $x$  چند درجه است؟



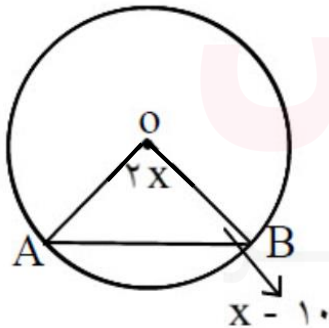
(د) ۵۰

• (ج) ۲۰

(ب) ۴۰

(الف) ۲۵

**تمرین:** اندازه کمان  $\widehat{AB}$  کدام گزینه است؟



(د) ۸۰

(ج) ۴۰

• (ب) ۱۰۰

(الف) ۵۰

**تمرین:** در دایره ای به شعاع ۵ سانتی متر چند وتر به طول ۹ سانتی متر می توان رسم کرد؟

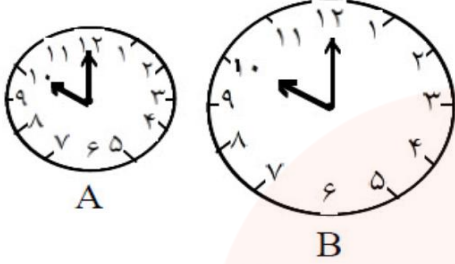
(د) نمی توان

(ج) بی شمار

(ب) ۲

(الف) ۲

تمرین: در شکل مقابل دو ساعت وجود دارد. اندازه‌ی زاویه‌هایی که عقربه‌ها ساخته‌اند، کدام گزینه است؟

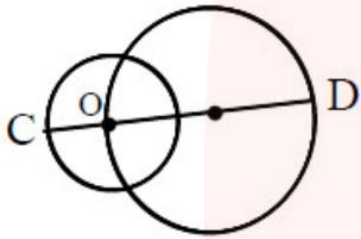


الف)  $\hat{A} = 70, \hat{B} = 60$

ب)  $\hat{A} = 60, \hat{B} = 60$

ج)  $\hat{A} = 60, \hat{B} = 40$

تمرین: در شکل مقابل مرکز دایره کوچکتر روی محیط دایره بزرگتر قرار دارد. اگر  $CD = 16$  باشد و شعاع دایره بزرگ 6 باشد. شعاع دایره کوچک چقدر است؟



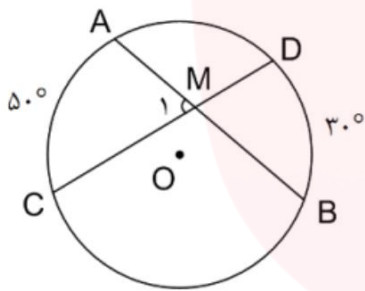
الف) 10

ب) 5

ج) 4

د) 3

تمرین: در شکل زیر اندازه  $\hat{M}_1$  کدام است؟



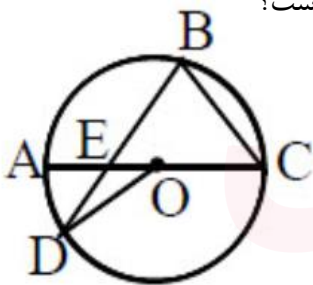
الف) 25

ب) 15

ج) 40

د) 50

تمرین: O مرکز دایره و  $\hat{C} = 60$  و  $\widehat{DOC} = 140$  میباشد، اندازه زاویه  $\widehat{AEB}$  چند درجه است؟



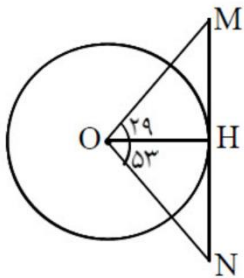
الف) 130

ب) 140

ج) 120

د) 110

تمرین: در شکل مقابل MN در نقطه H مماس بر دایره است. اختلاف دو زاویه M و N چقدر است؟



الف) 37

ب) 61

ج) 98

د) 24