

رشته: ریاضی فیزیک		نام و نام خانوادگی:	تعداد صفحه: ۲	سوالات امتحان درس: حسابان ۲	
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	طراح سوال: نرگس نجف آبادی	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۳	
نمره	(استفاده از ماشین حساب با چهار عمل اصلی مجاز است.)			ردیف	
۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.                      الف) چند جمله ای <math>x^5 - 1</math> بر <math>x + 1</math> بخش پذیر است.                      ب) اگر توابع <math>f</math> و <math>g</math> در یک فاصله اکیداً صعودی باشند تابع <math>f+g</math> نیز در این فاصله اکیداً صعودی است.                      ج) اگر تابع <math>f</math> در نقطه <math>x = c</math> پیوسته باشد و جهت تقعر نمودار تابع <math>f</math> در این نقطه تغییر کند آنگاه نقطه <math>x = c</math> نقطه عطف تابع است.</p>			۱	
۰/۷۵		<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.                      الف) باقیمانده تقسیم چند جمله ای <math>x^2 - 3x + 1</math> بر <math>2x + 1</math> برابر .....                      ب) اگر <math>\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{3h} = 5</math> در این صورت <math>f'(2)</math> برابر ..... است.                      ج) تعداد نقاط اکسترمم نسبی نمودار روبرو برابر ..... است.</p>			۲
۱		<p>اگر نمودار تابع <math>y=f(x)</math> به صورت مقابل باشد نمودار تابع <math>y = -2f(x + 1)</math> را رسم کنید.</p>			۳
۰/۷۵	<p>تابع <math>f</math> اکیداً نزولی است و می دانیم <math>f(4 - x) \leq f(3x - 2)</math> حدود <math>x</math> را بیابید.</p>			۴	
۱		<p>باتوجه به نمودار داده شده ضابطه تابع آن را بنویسید.</p>			۵
۱	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید.  <math>\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0</math></p>			۶	
۱/۲۵	<p>حاصل حدهای زیر را بیابید.                      الف) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{2x + 1}</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{ x - 3 }</math></p>			۷	
۱/۲۵	<p>مجانب های افقی و قائم تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.  <math>y = \frac{2x - x^2}{x^2 - 4}</math></p>			۸	
۰/۵	<p>اگر <math>f(2) = 6</math> و <math>f'(2) = 3</math> و <math>g(2) = -g'(2) = 3</math> آنگاه <math>(f \cdot g)'(2)</math> را بیابید.</p>			۹	
۲/۲۵	<p>مشتق تابع های زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)                      الف) <math>f(x) = (\sqrt{x^2 - 1})(2x - x^2)^4</math>      ب) <math>g(x) = \frac{x^3 - 5x}{\sqrt{2x - 1}}</math>      ج) <math>h(x) = 3 \tan x - \cos^3(1 - x^2)</math></p>			۱۰	

۱/۵	مشتق‌پذیری تابع $f(x) =  2x - x^2 $ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید.	۱۱
۱/۲۵	اگر $p(t) = 3000 + 100t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باکتری در زمان $t$ ساعت باشد آهنگ متوسط افزایش جمعیت در ۳ ساعت اول پس از زمان $t = 2$ چقدر از آهنگ لحظه ای افزایش جمعیت در $t = 3$ بیشتر است؟	۱۲
۱/۲۵	معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{3}{x-1}$ را در نقطه $x = 2$ بنویسید.	۱۳
۱/۵	بیشترین و کمترین مقدار تابع $f(x) = -2x^3 + 3x^2$ روی بازه $[-\frac{1}{3}, 2]$ چقدر است؟	۱۴
۱/۵	شکل زیر نمودار تابع $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2$ است. مقدار $a$ و $b$ را بیابید.	۱۵
۰/۵	نمودار تابعی را رسم کنید که یک نقطه ماگزیمم نسبی داشته باشد که تابع در آن ناپیوسته باشد.	۱۶
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.	۱۷
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید

# مای درسی

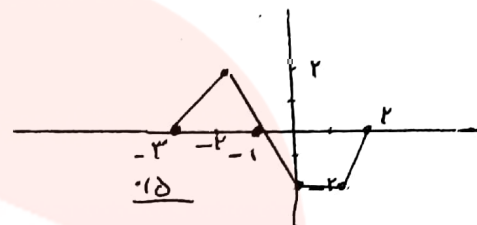
## گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

۱- الف نارس = ۱۰۰، ب درس = ۱۰۰، ج نارس = ۱۰۰

۲- الف  $\frac{11}{100}$ ، ب  $\frac{1}{100}$ ، ج  $\frac{1}{100}$

x	-۲	-۱	۰	۱	۲	x-۱	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	۰	-۱	۰	۱	۰	-۲y	۰	۲	۰	-۲	-۲	۰



$x^2 - 2 \geq x - 1 \Rightarrow x^2 \geq x - 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$

max = ۲  $\Rightarrow |a| = ۲ \cdot \frac{100}{100}$   $T = 9\pi \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{9\pi} = \frac{2}{9} \cdot 100 \approx 22.2$   
 min = -۲  $\Rightarrow c = -۲ \cdot \frac{100}{100}$

$y = -۲ \cos(\pm \frac{1}{9} x) - 1$

$2 \sin x \cdot \cos x - \sqrt{2} \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (2 \sin x - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$   
 $\Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$   
 $x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4}$

الف)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|x| - x}{x^2 - 100} = \frac{-x}{x^2} = -1$   
 ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x^2] - x^2}{x^2 + 100} = \frac{x^2 - x^2}{x^2 + 100} = \frac{0}{100} = 0$

$y = \frac{x^2 - x^2}{x^2 - 4} \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$   
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x^2}{x^2 - 4} = \frac{0}{0} = \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{2x}{2x} = 1$

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x^2}{x^2 - 4} = \frac{-1}{0} = \pm \infty \Rightarrow x = -2$

$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{x^2 - x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \Rightarrow y = -1$

$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x) = (3)(3) + (-3)(9) = -9$

الف)  $f(x) = \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \right) (x^2 - x)^2 + f(x - x^2) (x - x^2) (\sqrt{x^2 - 1})$

ب)  $g'(x) = \frac{(x^2 - 2)(\sqrt{x^2 - 1}) - \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \right) (x^2 - 2x)}{(\sqrt{x^2 - 1})^2}$

$P(m) = |m - x^2| \rightarrow$  بر روی  $x=2$   $\rightarrow$

$P_+(2) = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{|2n - n^2|}{n-2} = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{-2n + n^2}{n-2} = \lim_{n \rightarrow 2^+} \frac{n(-2+n)}{n-2} = 2$   $\Rightarrow$   $x=2$  نقطه پیوسته است  $\therefore P$

$P_-(2) = \lim_{n \rightarrow 2^-} \frac{|2n - n^2|}{n-2} = \frac{-n(n-2)}{n-2} = \lim_{n \rightarrow 2^-} -n = -2$

نسبت متوسط  $\frac{P(5) - P(2)}{5-2} = \frac{25 - 4}{3} = \frac{21}{3} = 7$   $\rightarrow$   $P'(t) = 2 \cdot t$   $P'(4) = 8$   
 نسبت متوسط  $\frac{P(4) - P(2)}{4-2} = \frac{16 - 4}{2} = 6$   $\rightarrow$   $P'(2) = 4$

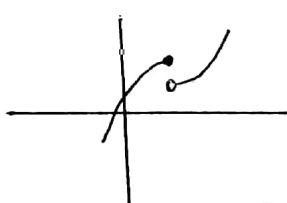
$P'(m) = \frac{-2}{m-1} \rightarrow$   $m = P'(2) = -2$   $P(2) = 2$   $y-2 = -2(x-2) \Rightarrow y = -2x+4$

$P'(m) = -e^{2x} + 2x = 0 \Rightarrow x=0, x=1$

$x$	0	1	-1/2	2
$P(m)$	$P(0) = 0$	$P(1) = 1$	$P(-1/2) = -1/4$	$P(2) = 4$

نقطه  $\text{max}$  در  $x=1$  و نقطه  $\text{min}$  در  $x=-1/2$

$x=1$  نقطه  $\text{max}$  است  $\rightarrow$   $P'(1) = 12 + 4a + 2b = 0$   
 $P''(1) = 4e + 2a + 2b = 0 \rightarrow a = -1$   
 $12 - 2e + 2b = 0 \rightarrow b = e - 6$



$D = \mathbb{R} - \{2\}$   $y' = \frac{-x-1}{(x-2)^2} = \frac{-x}{(x-2)^2}$   
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x-2} = 1 \rightarrow y=1$

$x$	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
$P'$	-	-	-	-	-
$P$	$1 \searrow$	$\searrow$	$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$

