

نام: سوالات درس: حسابان امتحانات نیم سال دوم تاریخ امتحان: 16/3/

نام خانوادگی: پایه: یازدهم صفحه: ساعت شروع: مدت زمان امتحان: 100 دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر: ستاره جعفری نمره به عدد: نمره به حروف:

تاریخ و امضا:

ردیف	پيامبر اکرم(ص): « نیکوکاری کامل آن است که در نهان همان را انجام دهی که در آشکارا انجام می دهی »	بارم
1	مجموع همه عددهای طبیعی دو رقمی مضرب 4 را به دست آورید.	1.25
2	معادلات زیر را حل کنید.	2.25
	$\frac{P}{2-P} + \frac{2}{P} = \frac{-3}{2}$ $2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4}$ $\frac{2-x}{ x-3 } = 1$	
3	همه صفرهای تابع $f(x) = x^2 - 1 \cdot x^2 + 16$ را به دست آورید.	1
4	وارون تابع $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ را بیابید و نمودار f و وارون آن را رسم کنید.	2
5	برای دو تابع $f(x) = \frac{1}{x-3}$ و $g(x) = \frac{4}{x}$ تابع $f \circ g$ و دامنه آن را به دست آورید.	1.5
6	معادله لگاریتمی $\log_5 16 = \log_5 4 + 3 \log_5 x$ را حل کنید.	1
	حاصل عبارت $\log \frac{1}{\sqrt{3}}$ را به دست آورید.	0.5

نامعادله ی توانی $4^{2x+1} > \frac{1}{512}$ را حل کنید.

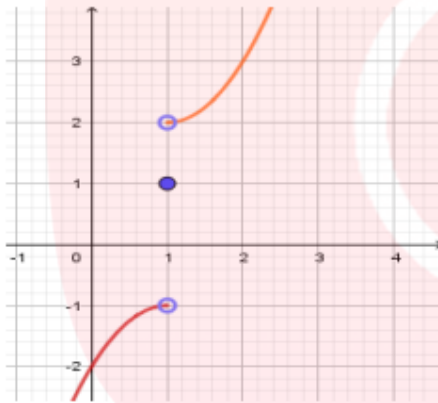
اگر $\sin \alpha = 0.6$, $\cos \beta = 0.2$ باشد و α و β حاده باشند حاصل عبارت زیر را بیابید؟

$$\frac{\sin(\pi - \alpha) + \cos(-\beta)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(\frac{3\pi}{2} - \beta)}$$

اگر α , β به ترتیب زاویه های حاده و منفرجه باشند و $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, $\cos \beta = \frac{-12}{13}$ حاصل $\sin(\alpha - \beta)$ و $\sin 2\alpha$ را بیابید.

با توجه به شکل حاصل عبارت خواسته شده را حساب کنید.

$$A = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - f(1)$$



حدهای زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{|\cos x|}{x - \pi}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{[x] + 2}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$

د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \cos 2x}{x \sin x}$

a و b را طوری بیابید تا تابع $f(x)$ در $x=0$ پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} + a & x < 0 \\ -b & x = 0 \\ \frac{1 - \cos x}{3x^2} & x > 0 \end{cases}$$

$$12, \dots, 94, x_0 \quad n = \frac{94-12}{4} + 1 = 22, x_0 \quad S_n = \frac{22}{4} (12+94) = 1111, x_0$$

$$\Rightarrow S_n = 1111, x_0 \quad S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n), x_0$$

الف) $2(2-p)p \left[\frac{p}{2-p} + \frac{2}{p} = \frac{-2}{2} \right] \Rightarrow 2p^2 + 1 - 2p = -4p + 2p^2, x_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} p=2 \checkmark \\ p=-2 \checkmark \end{cases}, x_0$$

ب) $2\sqrt{x} = \sqrt{2x+2} \Rightarrow 4x = 2x+2 \Rightarrow x=1 \checkmark, x_0$

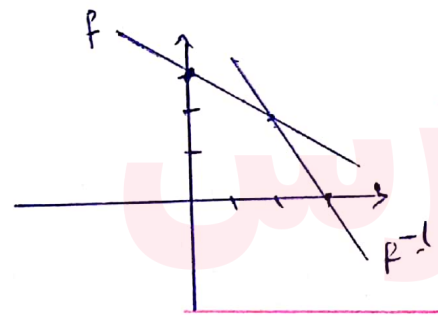
ج) $2-x = |x-2| \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 2-x \Rightarrow x=2 \\ x-2 = -(2-x) \Rightarrow \text{مطابقت دارد} \end{cases}, x_0$

$x^2 = t \Rightarrow f(x) = x^4 - 10x^2 + 14 = 0 \Rightarrow t^2 - 10t + 14 = 0 \Rightarrow$

$(t-2)(t-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2=2 \\ x^2=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm\sqrt{8} \end{cases}, x_0$

$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3 \rightarrow x = -\frac{1}{2}y + 3 \Rightarrow$

$y = -2x + 4 \rightarrow f^{-1}(x) = -2x + 4, x_0$



x	0	2	f
y	3	2	
x	2	0	f^-1
y	0	2	

$D_f = \mathbb{R} - \{3\}, x_0 \quad D_g = \mathbb{R} - \{0\}, x_0 \quad D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}, x_0$

$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - \{0, \frac{1}{3}\}, x_0 \quad f \circ g(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x}{x-3}\right) = \frac{1}{\frac{x}{x-3} - 3} = \frac{x}{x-3x} = \frac{x}{-2x}, x_0$

$\log_a x^4 - \log_a 4 = \log_a 14 \Rightarrow \log_a \frac{x^4}{4} = \log_a 14 \Rightarrow \frac{x^4}{4} = 14 \Rightarrow x = 4, x_0$

$\log_{\frac{1}{2}} 2^{-4} = \frac{-4}{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{2}} 2 = -4 \times 1 = -4, x_0$

$$r^{2x+1} > r^{-9} \Rightarrow r^{2x+1} > r^{-9} \Rightarrow 2x+1 > -9 \Rightarrow 2x > -10 \Rightarrow x > -\frac{10}{2} = -5$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \sin \alpha + \cos \beta = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{15}}{4} = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{15} = 3 \Rightarrow 15 = 9 \Rightarrow \text{No solution}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4} \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos \beta = -\frac{12}{13} \rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{5}{13} - \frac{5}{13} \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{5 - 5\sqrt{15}}{52}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \quad f(1) = 1$$

$$A = -1 - 2 - 1 = -4$$

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{|\cos \frac{\pi}{2}|}{\frac{\pi}{2} - \pi} = \frac{0}{-\frac{\pi}{2}} = 0$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2}}{[x^+] + 2} = \frac{0}{4} = 0$

ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} \times \frac{\sqrt{1+x} + 1}{\sqrt{1+x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x-1}{x(\sqrt{1+x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{1+x} + 1)} = \frac{1}{2}$

د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{1+x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+x} + 1} = \frac{1}{2}$

ه) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \cos x}{\sin x} = \frac{2-1}{0} = \frac{1}{0} = \infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2})}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x^2} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{x} + a \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-1 + a) = -1 + a \quad f(0) = -b$$

$$\frac{1}{4} = -1 + a = -b \rightarrow b = -\frac{1}{4}, a = \frac{1}{4}$$