

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی : دهم ریاضی

نام دبیر : حکمتی

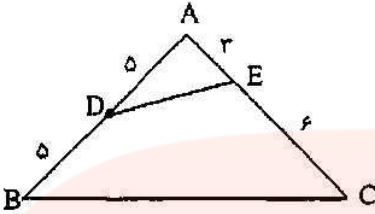
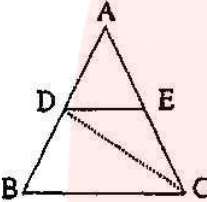

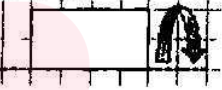
عنوان آزمون : آزمون نیمسال دوم هندسه ۱

زمان آزمون : ۹۰ دقیقه

تاریخ برگزاری ۱۰/۳/۱۷



ردیف	لطفًا پاسخ سوالات را روی همین برگ بنویسید	بارم
۱	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید: «از یک نقطه خارج خط فقط یک عمود می‌توان رسم کرد.»	۱
۲	در شکل روبه‌رو $\angle A = 20^\circ$ و $\angle C = 60^\circ$ است. اگر طول AC برابر با ۵۰ متر باشد، طول AH را به دست آورید.	۱
۳	قضیه‌ی دوشروطی را تعریف کنید و مثال بزنید.	۱
۴	مقدار x را حساب کنید.	۱
۵	مقدار x را حساب کنید. $(AB \parallel CD)$	۱
۶	اگر $BC \parallel DE$ باشد مقدار x و y را حساب کنید.	۱

۱		<p>در شکل زیر مطلوب است محاسبه $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$</p>	۷												
۱.۵		<p>در شکل زیر $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{y}$، $DE \parallel BC$، مساحت ADE و DEC را به دست آورید.</p>	۸												
۱		<p>اگر $\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z-2}{4}$، آن‌گاه $\frac{x+y+z}{x+y+z+2}$ را حساب کنید.</p>	۹												
۱.۲۵		<p>با رسم چندضلعی‌های محدب تا شش ضلعی و رسم قطرهای مربوط: الف) جدول مقابل را کامل کنید.</p> <table border="1" data-bbox="654 985 1372 1108"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>۶</th> <th>۵</th> <th>۴</th> <th>۳</th> <th>تعداد ضلع‌ها</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>۱</td> <td>۰</td> <td>تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس</td> </tr> </tbody> </table> <p>ب) به کمک استدلال استقرایی، رابطه‌ای برای تمام قطرهای n ضلعی محدب بیابید.</p>	n	۶	۵	۴	۳	تعداد ضلع‌ها				۱	۰	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس	۱۰
n	۶	۵	۴	۳	تعداد ضلع‌ها										
			۱	۰	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس										
۱.۵		<p>چندضلعی شبکه‌ای را تعریف کرده و مساحت چندضلعی زیر را به دست آورید.</p>	۱۱												
۱		<p>ثابت کنید در هر متوازی‌الاضلاع زاویه‌های روبه‌رو با هم برابرند.</p>	۱۲												
۱		<p>جاهای خالی را با کلمه یا عبارتهای مناسب کامل کنید. الف) در هر لوزی قطرهای یکدیگرند. ب) در هر ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین قطرهای با هم</p>	۱۳												
۱.۵		<p>هریک از عبارتهای زیر را تعریف کنید. الف) دو خط متناظر ب) سطح مقطع ج) فصل مشترک</p>	۱۴												
۱		<p>اگر یک مستطیل را حول طول یا عرض آن دوران دهیم چه جسم هندسی حاصل می‌شود؟</p> 	۱۵												

۱	دو خط متنافر را تعریف کنید.	۱۶																		
۱	<p>در هر مورد مشخص کنید شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ تصویر مناسبی رسم کنید.</p> <p>الف) دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاع آن؛ ب) دوران یک مثلث قائم‌الزاویه حول یک ضلع زاویه‌ی قائمه؛ پ) دوران یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده‌ها؛ ت) دوران یک مثلث متساوی‌الساقین حول قاعده‌ی آن؛</p>	۱۷																		
۱.۲۵	<p>نمای روبه‌رو، چپ و بالای مکعب‌های سمت راست در ستون سمت چپ رسم شده است. هر شکل را به نماهای مربوط به آن وصل کنید.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>نمای بالا</th> <th>نمای چپ</th> <th>نمای روبه‌رو</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">۱۸</p>	نمای بالا	نمای چپ	نمای روبه‌رو																۱۸
نمای بالا	نمای چپ	نمای روبه‌رو																		

مای درسی

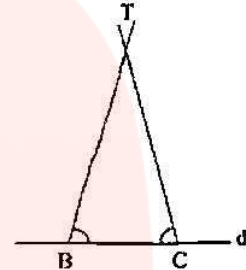
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

پاسخنامه تشریحی

خط d و نقطه‌ی T بیرون خط d مفروض است.

فرض خلف: از نقطه‌ی T دو عمود بر خط d رسم کرده‌ایم. بنابراین دو عمود خط d را در نقطه‌ی B و C قطع کرده‌اند. بنابراین یک مثلث داریم که مجموع زاویه‌های داخلی آن از 180° بیش‌تر خواهد شد و این امکان وجود ندارد. بنابراین از نقطه‌ی T دو عمود نمی‌توان رسم کرد و فقط یک عمود می‌توانیم رسم کنیم.



با توجه به مثلث BCA و این‌که \widehat{C}_1 زاویه‌ی خارجی است، بنابراین:

$$\widehat{A} + \widehat{B}_r = 60 \Rightarrow \widehat{B}_r = 30^\circ$$

بنابراین $\triangle BCA$ یک مثلث متساوی‌الساقین است که:

$$BC = CA = 50 \quad (*)$$

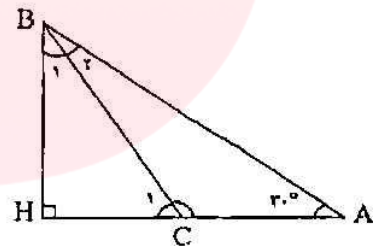
در مثلث BAC چون \widehat{B} و \widehat{C}_1 معلوم است $B_1 = 20^\circ$ می‌شود و از آن‌جا که مثلث قائم‌الزاویه است و ضلع روبه‌رو به

$$HC = \frac{BC}{2} = 25 \quad (**)$$

زاویه‌ی 20° نصف وتر است، پس:

$$AH = HC + AC = 50 + 25 = 75$$

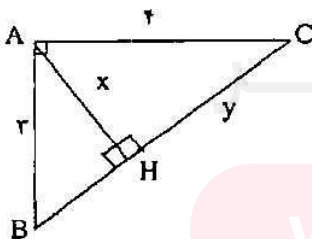
با توجه به $(*)$ و $(**)$:



به قضیه‌هایی که عکس آن‌ها نیز درست باشد قضیه‌ی دوشرطی می‌گویند که با نماد \Leftrightarrow (اگر و تنها اگر) بیان می‌شوند.

اگر در مثلثی، دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه‌ی بزرگ‌تر از ضلع مقابل به زاویه کوچک‌تر، بزرگ‌تر است و برعکس.

در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ داریم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow y^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow y = 5$$

$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow x \times 5 = r \times r$$

$$\Rightarrow x = \frac{r^2}{5} = r/2$$

www.my-dars.ir

این دو مثلث بنا به دو زاویه برابر متشابه هستند. ۵

$$\begin{cases} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ \widehat{A} = \widehat{D} \end{cases} \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{BO}{OC} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{x+2}{2x-2} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow x^2 - x = 2x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \text{ ق ق} \\ x=-1 \text{ غ ق} \end{cases}$$

چون $BC \parallel DE$ است بنابراین طبق قضیه تالس داریم: ۶

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{x+2}{x+2} = \frac{x+5}{x+8} \Rightarrow x^2 + 10x + 16 = x^2 + 9x + 20 \Rightarrow x = 4$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{6}{14} = \frac{y}{22} \Rightarrow y = \frac{6 \times 22}{14} \Rightarrow y = \frac{72}{7}$$

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}AD \times AE \sin A}{\frac{1}{2}AB \times AC \sin A} = \frac{AD \times AE}{AB \times AC} = \frac{4 \times 5}{10 \times 9} = \frac{1}{9}$$

چون $DE \parallel BC$ پس $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{2}{9}$ ۸

$$\frac{AE}{AC} = \frac{2}{9} \xrightarrow{\text{تفصیل در مخرج ۳}} \frac{AE}{AC - AE} = \frac{2}{9-2} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{2}{7}$$

چون دو مثلث در رأس D مشترک اند و قاعده‌های آنها بر روی یک خط قرار گرفته است.

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DEC}} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{7}$$

بنابراین نسبت مساحت‌ها برابر با $\frac{2}{7}$ است.

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-2}{2} = t \Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} = t \Rightarrow x = 2t + 1 \\ \frac{y+5}{2} = t \Rightarrow y = 2t - 5 \\ \frac{z-2}{2} = t \Rightarrow z = 2t + 2 \end{cases}$$

$$\frac{x+y+z}{x+y+z+2} = \frac{2t+1+2t-5+2t+2}{2t+1+2t-5+2t+2+2} = \frac{6t}{6t+2} = \frac{3t}{3t+1}$$

۱۰ (الف)

n	...	۶	۵	۴	۳	تعداد ضلع‌ها
n-۳		۳	۲	۱	۰	تعداد قطرهای رسم شده از یک رأس

ب) با توجه به جدول برای هر رأس $n-3$ قطر وجود دارد. از طرفی کلاً n رأس وجود دارد، پس تعداد قطرهای برابر

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

است و چون قطرهای با این روش دو بار شمرده می‌شود، پس تعداد قطرهای برابر است با:

www.my-dars.ir

چندضلعی که تمام رئوس آن روی نقاط شبکه‌ای قرار گیرد، چندضلعی شبکه‌ای نام دارد. (۱۱)

$$\begin{matrix} b=2 \\ i=1 \end{matrix} \Rightarrow S = \frac{b}{2} - 1 + i \Rightarrow S = \frac{2}{2} - 1 + 1 \Rightarrow S = 2$$

ABDC یک متوازی‌الاضلاع است. نشان می‌دهیم: $\angle A = \angle D$ و $\angle C = \angle B$ (۱۲)

قطر AD را رسم کرده و ثابت می‌کنیم $\angle C = \angle B$ است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{مورب } AD, AB \parallel CD \Rightarrow \angle A_1 = \angle D_1 \\ \text{مورب } AD, AC \parallel BD \Rightarrow \angle A_2 = \angle D_2 \\ AD = AD \end{array} \right\}$$

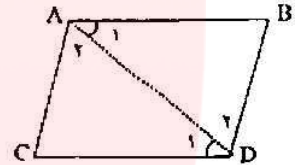
(قضیة)

$$\rightarrow \triangle ACD \cong \triangle ABD \Rightarrow \angle C = \angle B$$

به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد که $\angle A = \angle D$ است. برای اثبات $\angle A = \angle D$ می‌توان از رابطه‌ی زیر استفاده کرد:

$$\left. \begin{array}{l} \angle B = 180^\circ - (\angle A_1 + \angle D_2) \\ \angle C = 180^\circ - (\angle A_2 + \angle D_1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \angle A_1 = \angle D_2 \\ \angle A_2 = \angle D_1 \end{array} \rightarrow \angle B = 180^\circ - (\angle A_1 + \angle D_1) = \angle C$$

$$\Rightarrow \angle B = \angle C$$



(ب) برابری

(الف) عمود منصف (۱۳)

(الف) دو خط متناظر: دو خط در فضا که نقطه‌ی اشتراکی نداشته و هیچ صفحه‌ای هم وجود نداشته باشد که شامل هر دو باشد را دو خط متناظر می‌گویند. (۱۴)

(ب) سطح مقطع: شکلی را که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود، سطح مقطع گویند.
(ج) فصل مشترک: خط راستی که اشتراک دو صفحه‌ی متقاطع است، فصل مشترک آن دو صفحه نامیده می‌شود.

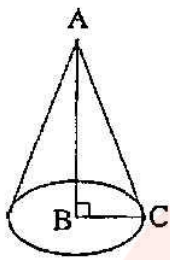
استوانه (۱۵)

دو خط d و d' را که هم‌دیگر را قطع نمی‌کنند و هیچ صفحه‌ای هم وجود ندارد که شامل هر دوی آنها باشد، دو خط متناظر می‌گویند. (۱۶)

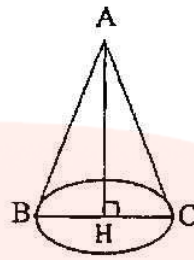
مای درس

گروه آموزشی عصر

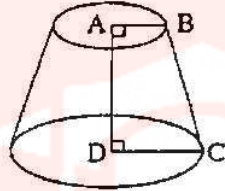
www.my-dars.ir



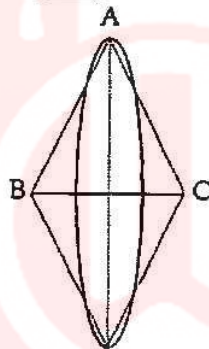
ب) مخروط



الف) مخروط ۱۷



پ) مخروط ناقص



ت) دو مخروط با قاعده‌ی مشترک

نمای بالا	نمای چپ	نمای روبرو

۱۸

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir