

فصل پنجم شمارنده ها و اعداد اول

شمارنده ها (مقسوم علیه های) یک عدد :

در ریاضیات اگر عددی طبیعی مانند a بر عددی طبیعی مانند b بخش پذیر باشد ، b را شمارنده یا مقسوم علیه a گویند . به بیان دیگر باقیمانده a بر b برابر صفر میشود . مانند : $1, 2, 3, 4, 6$ و 12 که همگی شمارنده های عدد 12 می باشند .

شمارنده های 12 : $1, 2, 3, 4, 6, 12$

عدد اول :

اعداد طبیعی هستند که فقط دو شمارنده دارند . یکی عدد 1 و دیگری خود عدد . مانند :

$1, 11$: شمارنده های 11 ، $1, 2$: شمارنده های 2

* عدد 1 نه اول است و نه غیر اول (مرکب)

شمارنده های اول :

به شمارنده هایی که عدد اول باشند شمارنده های اول گفته می شود .

برای رسیدن به شمارنده های اول می توان از روشهای زیر استفاده کرد :

۱ - نوشتن تمامی شمارنده های عدد مورد نظر و مشخص کردن شمارنده های اول آن .

۲ - استفاده از نمودار درختی یا تجزیه کردن (نوشتن عدد به صورت ضرب عامل های اول) .

۳ - استفاده از قواعد بخش پذیری اعداد اول .

* بخش پذیری بر 2 : یکان عدد زوج باشد .

* بخش پذیری بر 3 : جمع رقمها مضرب 3 باشد .

* بخش پذیری بر 4 : دو برابر دهگان را با یکان جمع می کنیم و باقیمانده ی تقسیم عدد حاصل بر 4 را به دست می آوریم .

اگر باقیمانده صفر شد ، عدد بر 4 بخش پذیر است .

$$\underline{254} \rightarrow 2 \times 5 = 10 + 4 = 14$$

* بخش پذیری بر 5 : یکان 0 یا 5 باشد .

* بخش پذیری بر 6 : اعداد زوجی که بر 3 بخش پذیرند بر 6 هم بخش پذیرند . در واقع اگر عددی هم بر 2 و هم بر 3

بخش پذیر باشد بر 6 هم بخش پذیر است .

نکته ۱) حاصلضرب سه عدد متوالی بر 6 بخش پذیر است .

$$(2, 3 \text{ و } 4) \quad 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$(3, 4 \text{ و } 5) \quad 3 \times 4 \times 5 = 60$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$2 \times 8 = 16$$

$$3 \times 4 = 12$$

نکته ۲) حاصلضرب دو عدد فرد یک عدد فرد است .

حاصلضرب دو عدد زوج یک عدد زوج است .

حاصلضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد ، یک عدد زوج است .

* بخش پذیری بر 7 : پنج برابر یکان + بقیه رقمها مضرب 7 باشد . مانند :

$$231 \rightarrow (1 \times 5) + 23 = 28 \rightarrow 28 = 7 \times 4$$

* بخش پذیری بر 9 : جمع رقمها مضرب 9 باشد .

* بخش پذیری بر ۱۱ :

- دو رقمی : ارقام تکراری . مانند : ۷۷ یا ۴۴

- سه رقمی : رقم وسط برابر جمع دو رقم کناری شود.

مانند : ۱۷۶ یا ۳۵۲ و ...

- چند رقمی : رقمهای عدد مورد نظر را یکی در میان جمع می کنیم .

حاصل جمع دو گروه را از هم کم میکنیم .

اگر این حاصل ۰ یا مضرب ۱۱ شد ، بر ۱۱ بخش پذیر می باشد .

$$4136 \rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 + 3 = 7 \\ 1 + 6 = 7 \end{array} \right\} 7 - 7 = 0$$

* بخش پذیری بر ۱۳ : چهار برابر یکان + بقیه رقمها مضرب ۱۳ باشد . مانند :

$$65 \rightarrow (5 \times 4) + 6 = 26 \rightarrow 26 = 13 \times 2$$

بزرگ ترین شمارنده مشترک (ب . م . م) :

شمارنده های یک عدد را مقسوم علیه های آن نیز می گویند؛ بنابراین بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ ترین

مقسوم علیه مشترک است که به اختصار آن را ب . م . م می نویسند .

ب . م . م دو عدد را به صورت (و) نشان می دهند .

کوچک ترین مضرب مشترک (ک . م . م) :

کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد ، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است . کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد را به

طور اختصار ک . م . م میگویند و به صورت [و] نمایش می دهند .

دستور برای یافتن ب . م . م و ک . م . م :

پس از تجزیه عددها به شمارنده های اول آنها ، از دستورهای زیر برای یافتن ب . م . م و ک . م . م استفاده نمایید :

ب . م . م (و)

شمارنده های مشترک با کمترین تکرار

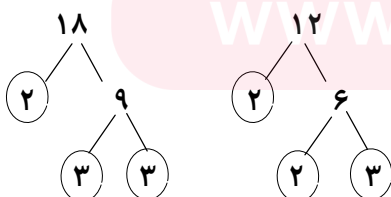
ک . م . م [و]

شمارنده های غیرمشترک \times شمارنده های مشترک با بیشترین تکرار

نمودار درختی :

هرگاه عددی طبیعی را به صورت ضرب دو عدد غیر از ۱ به دوشاخه در آوریم (بهتر است این ضرب از یک عدد اول و یک

عدد غیر اول تشکیل شود) و این کار را ادامه دهیم به شمارنده های اول آن عدد خواهیم رسید . مانند :



$$[18 \text{ و } 12] =$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$(18 \text{ و } 12) = 2 \times 3$$

$$[18 \text{ و } 12] = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

ساده کردن کسرها :

از مهم ترین کاربرد شمارنده های اول ، ساده کردن کسرها می باشد . برای این منظور صورت و مخرج کسر را به شمارنده های اول آن تجزیه و سپس شمارنده های مشترک در صورت و مخرج را حذف می کنیم . مانند:

$$\frac{42}{48} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3}} = \frac{7}{8}$$

هم مخرج کردن کسرها :

یکی از مهم ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است ، یعنی کوچک ترین عددی را پیدا می کنیم که به هر دو مخرج بخش پذیر (قابل قسمت) باشد . مانند :

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} =$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3$$
$$12 = 2 \times 2 \times 3$$
$$(18 \text{ و } 12) = 2 \times 3$$
$$[18 \text{ و } 12] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$
$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} = \frac{45}{36} - \frac{14}{36} = \frac{31}{36}$$

چند نکته :

- * ب.م.م هر عدد با ۱ ، ۱ می شود .
 - * ک.م.م هر عدد با ۱ ، خود عدد می شود .
 - * ب.م.م هر عدد با خودش ، همان عدد می شود
 - * ک.م.م هر عدد با خودش ، خود همان عدد می شود .
 - * ب.م.م دو عدد اول ، ۱ می شود .
 - * ک.م.م دو عدد اول ، حاصلضرب آنها می شود.
 - * ب.م.م دو عدد بخش پذیر، عدد کوچکتر میشود.
 - * ک.م.م دو عدد بخش پذیر، عدد بزرگتر میشود.
 - * ب.م.م دو عدد متوالی ، ۱ می شود .
 - * ک.م.م دو عدد متوالی ، حاصلضرب آنها میشود.
- (۹ و ۱) = ۱
[۱ و ۱۲] = ۱۲
(۱۵ و ۱۵) = ۱۵
[۷ و ۷] = ۷
(۵ و ۱۱) = ۱
[۷ و ۱۳] = ۹۱
(۷ و ۳۵) = ۷
[۳۶ و ۱۲] = ۳۶
(۵ و ۶) = ۱ (۱۸ و ۱۹) = ۱
[۸ و ۹] = ۷۲