

سال تحصیلی :

نام و نام خانوادگی :

نام پدر :

رشته تحصیلی : ریاضی فیزیک

پایه تحصیلی : دوازدهم

بسمه تعالی

نوبت : دیمه

سوالات درس : ریاضی گسسته

تعداد صفحات : 4

تعداد سوالات : 13

مدت پاسخگویی : 110 دقیقه

نام و نام خانوادگی دبیر :

نمره به عدد :

نمره به حروف :

امضاء دبیر :

ردیف	سؤالات	نمره
1	الف) ثابت کنید اگر $2k + 1$ 5 آنگاه $14k^2 + 19k + 6$ 25 . ب) اگر $\sqrt{7}$ عددی گنگ و a عددی گویا باشد آن گاه $\sqrt{3 - a\sqrt{7}}$ عددی گنگ است.	2/5
2	اگر x و y و z سه عدد حقیقی باشند به روش اثبات بازگشتی ثابت کنید : $x^2 + y - xy \geq -y^2 + x - 1$	1/5

1/5	اگر $b > 1$ و $b 9k + 4$ و $b 5k + 3$ ثابت کنید b عددی اول است.	3
1/5	باقیمانده تقسیم عدد $9 - 17 \times (1000)^{47}$ را بر 7 بدست آورید.	4
1/5	به چند طریق می توان با وزنه های 3 و 4 کیلوگرمی یک کیسه 19 کیلویی را وزن کرد؟	5
1/5	اگر دو عدد $3a - 4$ و $5a + 7$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $6a^2 - 7$ را به دست آورید.	6

مای دارس

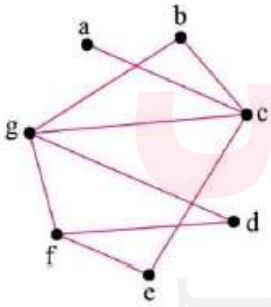
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

1/5	چند عدد صحیح مانند n وجود دارد به طوری که $n^2 + 7 \mid n + 3$.	7
1/25	اگر عدد $\overline{5a7b24}$ بر 44 بخش پذیر باشد باقیمانده تقسیم این عدد بر 9 را بدست آورید.	8
1/5	اگر بیستم دیماه سالی سه شنبه باشد سومین دوشنبه خرداد همان سال چه روزی از خرداد ماه است؟	9
1/5	ثابت کنید تعداد راسهای فرد هر گراف عددی زوج است.	10

مای دررس

www.my-dars.ir

1/25	<p>گراف 4- منتظم مرتبه P با افزودن 42 یال به گراف کامل تبدیل می شود اندازه ی گراف را بدست آورید.</p>	11
0/5	<p>بر روی مجموعه رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ چند گراف می توان رسم کرد که $\deg(a) = 2$ باشد؟</p>	12
2/5	<p>گراف G به صورت مقابل است :</p> <p>الف) $N_G[c]$ را با اعضاء مشخص کنید.</p> <p>ب) بزرگترین درجه در گراف \bar{G} مربوط به کدام راس و چند است؟</p> <p>ج) حداقل چند یال به این گراف اضافه کنیم تا قطعاً همبند باشد؟</p> <p>د) تعداد کل مسیرهها در گراف P_n هم مرتبه G را بدست آورید.</p> 	13

موفق باشید

رسمی
مید یزد
په ۱

$$\omega | (k+1) \rightarrow k+1 = \Delta q$$

(۱- الف)

$$\begin{aligned} 1 \cdot k^r + k^r + q &= k^r + k^{r+1} + 1 \cdot k + \omega + 1 \cdot k^r + \omega k \\ &= (k+1)^r + \omega(k+1) + \omega k(k+1) = (\Delta q)^r + \omega(\Delta q) + \omega k(\Delta q) \\ &= r \Delta q^{r-1} + r \Delta q + r \omega k \Delta q = r \Delta (q^{r-1} + q + k q) = r \Delta q' \quad \checkmark \end{aligned}$$

نویسنده: $\sqrt{r-a}\sqrt{v} = \frac{b}{c}, (b,c)=1, b,c \in \mathbb{Z}$

$$r-a\sqrt{v} = \frac{b^2}{c^2} \rightarrow a\sqrt{v} = r - \frac{b^2}{c^2} \rightarrow a = \frac{r - \frac{b^2}{c^2}}{\sqrt{v}} = \frac{r - \frac{b^2}{c^2}}{\sqrt{v}} \times \sqrt{v}$$

حاصل شده: \sqrt{v} را در $\frac{b^2}{c^2}$ ضرب می‌کنیم تا عددهای صحیح به دست آید.

$$r - \frac{b^2}{c^2} = \dots \rightarrow \frac{b^2}{c^2} = \sqrt{r} \rightarrow \text{پس } \sqrt{r} \text{ عدد صحیح است}$$

$$x^2 + y - x - y \geq -y^2 + x - 1 \xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 2y - 2x - 2y \geq -2y^2 + 2x - 2 \Leftrightarrow -2$$

$$2x^2 + 2y - 2x - 2y + 2y^2 - 2x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + y^2 + x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 \geq 0$$

حاصل می‌شود سه مربع کامل که مجموع آن‌ها ≥ 0 است.

$$\begin{aligned} b | 9k+r &\rightarrow 9k+r = b q \xrightarrow{\times \omega} 9\omega k + r\omega = \omega b q \\ b | \omega k+r &\rightarrow \omega k+r = b q' \xrightarrow{\times 9} 9\omega k + r\omega = 9 b q' \end{aligned} \quad \begin{cases} 9\omega k + r\omega = \omega b q \\ 9\omega k + r\omega = 9 b q' \end{cases}$$

$$v = \frac{b(\omega q - 9q')}{9} \rightarrow v = b q'' - b | v \Rightarrow \boxed{b=v}$$

$$1000 \times v - 9 \equiv v \pmod{?} \quad -4$$

$$1000 \equiv -1 \xrightarrow{\times v} 1000 \times v \equiv (-1) \times v \equiv -v \equiv 4$$

$$1000 \times v - 9 \equiv 4 \times v - 9 \equiv 4 \times v - 9 \equiv 4 \pmod{?}$$

$$3k + 4j = 19 \quad (3,4) = 1 | 19$$

$$\begin{aligned} 3k &\equiv 19 \pmod{4} \equiv 3 \pmod{4} \xrightarrow{\div 3} k \equiv 1 \pmod{4} \rightarrow \boxed{k = 4k+1} \quad \begin{matrix} k \geq 0 \\ k \leq 1 \end{matrix} \\ 3(4k+1) + 4j &= 19 \rightarrow 4j = -12k + 16 \rightarrow \boxed{j = -3k + 4} \end{aligned}$$

۳ طریق می‌توان ۱۹ کد را با این روش پیدا کرد

$$2a - 4 \equiv_{10} 5a + 7 \rightarrow 2a \equiv_{10} 11 \rightarrow (2, 10) = 2 \nmid 11$$

-۶

این ۲ عدد صحیح عنوان نمی‌توانند رقم یکانی داشته باشند

$$\begin{array}{cc} n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+4 \\ n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+4 \\ \hline n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+4 \\ n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+4 \\ \hline n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+4 \\ n+3 \mid n^2+7 & n+3 \mid n^2+4 \end{array}$$

- $n+3 = 1 \rightarrow n = -2 \checkmark$
- $n+3 = -1 \rightarrow n = -4 \checkmark$
- $n+3 = 2 \rightarrow n = -1 \checkmark$
- $n+3 = -2 \rightarrow n = -5 \checkmark$
- $n+3 = 4 \rightarrow n = 1 \checkmark$
- $n+3 = -4 \rightarrow n = -7 \checkmark$
- $n+3 = 8 \rightarrow n = 5 \checkmark$
- $n+3 = -8 \rightarrow n = -11 \checkmark$
- $n+3 = 12 \rightarrow n = 9 \checkmark$
- $n+3 = -12 \rightarrow n = -15 \checkmark$

در این رابطه برای n برقرار است

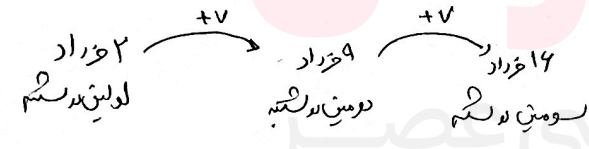
$$\begin{aligned} \overline{5a \nmid b \nmid 2 \nmid 4} &\equiv_{10} 0 \rightarrow 2 \nmid 4 \checkmark \\ \overline{5a \nmid b \nmid 4} &\equiv_{10} 0 \rightarrow 4 - 2 + b - 7 + a - 5 \equiv_{10} 0 \rightarrow a + b - 10 = 11k \end{aligned}$$

چون $a, b, 5$ رقم هستند پس $0 \leq a+b \leq 10$ نداریم
 $a+b=10 \rightarrow \overline{5a \nmid b \nmid 2 \nmid 4} \equiv_{10} 5 + a + 7 + b + 2 + 4 \equiv_{10} 18 + \underbrace{a+b}_{10} \equiv_{10} 28 \equiv_{10} 8$

$$9 = 4 \times 21 + 3 \times 10 + 9 = 213 \text{ اتمین عدد}$$

$$213 \equiv_{10} 3 \text{ که در نتیجه}$$

اولین عدد خردار معادلی که می‌توانیم بنویسیم
 لذا اولین دو رقم خردار به تاریخ ۲ خردار می‌باشد



گروه آموزشی عصر

۱. می‌توانیم مجموع درجات رأس‌های بی‌درج را به ۲ برابر تعداد یال‌ها است.

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q$$

A : مجموع درجات رؤسای زوج
 B : مجموع درجات رؤسای فرد

$$A + B = 2q \rightarrow B = 2q - A$$

تفاضل ۲ عدد زوج عددی است زوج
 عددی است زوج

B عددی است زوج یعنی حاصل جمع تعدادی عدد فرد زوج است پس تعداد اعداد فرد زوج است.

۳ وجهی $rp = 2q$
 $rp = 2q$ (I)

تکلیف کامل
 P
 $q \xrightarrow{+42} q+42$
 $q+42 = \binom{P}{r}$ (II)

-11

I $\rightarrow q = 2p$
 II $q = \frac{P(P-1)}{r} - 42$ } $2p = \frac{P(P-1)}{r} - 42 \times 2$ $p^2 - 5p - 14 = 0$
 $(P+7)(P-12) = 0$ } $P = -7 \times$
 $P = 12$
 $q = 2p = 24$

برای آنکه هر دو رأس همجوار ۲ رأس یعنی ۲ رأس دیگر داشته باشد

-12

$\{b, c, d, e\} \rightarrow \binom{4}{2} = 6$

~~تکلیف کامل~~

حال ۳ ضلع یعنی ۳ رأس همجوار ۳ رأس یعنی ۳ رأس دیگر داشته باشد
 معهود داشته هر دو رأس همجوار ۲ رأس یعنی ۲ رأس دیگر داشته باشد
 $2^4 = 16$ حالت نیز مربوط به ۳ رأس همجوار است
 هر یک $7 \times 72 = 504$

$N_G[C] = \{a, b, c, e, g\}$ (الف -13)

$\Delta_{\bar{a}} = \deg_{\bar{a}} = 5$ (ب)

$\binom{7}{2} + 1 \leq q \leq \binom{7}{2}$ (ج)

$14 \leq q \leq 21$

تکلیف کامل ۹ رأس دارد و دارای

$17 - 9 = 8$ هر یک ۷ رأس دیگر باید ۵ رأس دیگر داشته باشند
 تا تکلیف قطعا همین باشد



تکلیف هر یک = $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$