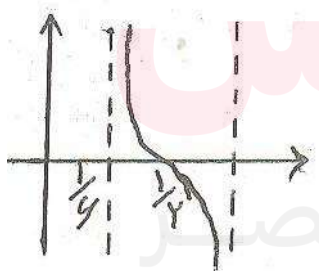


نام و نام خانوادگی: نام درس: حسابان ۲ تاریخ آزمون: ۱۰/۰۳/ مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه	امتحانات دیماه	نمره به عدد: نمره به حروف: امضاء دبیر
		تجدید نظر: به عدد به حروف: امضاء دبیر:
		شماره صندلی:
		کلاس:
نام دبیر: آقای عیسی آبادی		کلاس:

ردیف	سؤال	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف. اگر <math>k &gt; 1</math> باشد، نمودار تابع <math>y = f(kx)</math> از انبساط افقی نمودار <math>y = f(x)</math> در راستای محور <math>x</math>ها بدست می آید.</p> <p>ب. هر تابع یک به یک، اکیدا یکنواست.</p> <p>پ. به کوچکترین انتقال افقی از نظر قدر مطلق به طوری که نمودار بر خودش منطبق باشد، دوره تناوب می گویند.</p> <p>ت. تابع <math>y = \tan x</math> به ازای <math>x = \frac{k\pi}{2}</math> تعریف نمی شود.</p>	۱
۲	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف. اگر <math>x = 2</math> محور تقارن سهمی <math>y = f(3-x)</math> باشد، محور تقارن <math>y = f(x-4)</math> برابر است با.....</p> <p>ب. تابع <math>f(x) = 2x^2 - 10x</math> روی بازه <math>[a, +\infty)</math> اکیدا صعودی است. حداقل مقدار <math>a</math> برابر است با.....</p> <p>پ. اگر عبارت <math>x(x+1)^3</math> بر عبارت درجه سوم <math>ax^3 + bx^2 + cx + 1</math> بخش پذیر باشد، آنگاه مقدار <math>a + b + c</math> برابر است با.....</p> <p>ت. اگر <math>\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \leq \frac{1}{64}</math> باشد، حدود <math>x</math> برابر است با.....</p> <p>ث. اگر دامنه‌ی تابع <math>y = f(2x-3)</math> برابر <math>[-1, 2]</math> باشد، دامنه‌ی تابع <math>y = f(3x+1)</math> برابر است با.....</p> <p>ج. معادله <math>\tan x \tan 5x = 1</math> در بازه <math>[0, 2\pi]</math> ..... جواب دارد.</p>	۳
۳	<p>قرینه‌ی نمودار <math>y = \sqrt{x}</math> را نسبت به محور <math>y</math>ها تعیین کرده و سپس ۲ واحد به طرف <math>x</math>های مثبت انتقال می دهیم. نمودار حاصل نیمساز نواحی اول و سوم را با کدام طول قطع می کند؟</p>	۱
۴	<p>اگر <math>f</math> تابعی نزولی با دامنه <math>R</math> باشد، دامنه تعریف <math>y = \sqrt{f( x-1 ) - f( x+2 )}</math> را تعیین کنید.</p>	۱

۱	<p>باقی مانده تقسیم کوچکترین چندجمله‌ای بر دو جمله‌ای‌های <math>x - 2</math>، <math>x + 2</math> و <math>x + 1</math> برابر ۵ می‌باشد. اگر این چندجمله‌ای بر <math>x</math> بخش پذیر باشد، ضریب جمله با بیشترین درجه را تعیین کنید.</p>	۵
۱	<p>اگر باقی مانده چندجمله‌ای <math>f(x)</math> بر <math>x - 1</math> و <math>x - 2</math> به ترتیب مساوی ۵ و ۳ باشد، باقی مانده <math>xf(x)</math> بر <math>x^2 - 3x + 2</math> را بیابید.</p>	۶
۲	<p>دوره تناوب توابع زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف <math>y = \frac{\cos x}{\cos x}</math></p> <p>ب <math>y = \cos^3 x \cos x - \sin^3 x \sin x</math></p>	۷
۱	<p>نمودار تابع <math>f(x) = \tan(a + bx)</math> به صورت مقابل است. <math>b</math> را بیابید.</p> 	۸
۱	<p>نمودار تابع <math>y = 3\sin(\frac{\pi}{4} - 2x)</math> روی بازه <math>[-\pi, \frac{3\pi}{4}]</math> در چند نقطه محور <math>x</math> را قطع می‌کند؟</p>	۹

۱	<p>جواب کلی معادله <math>\tan x + \cot x = \frac{2}{\cos 2x}</math> را تعیین کنید.</p>	۱۰
۲	<p>حاصل حدهای زیر را بیابید.</p> <p>الف. <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{\cos^4 x - 1}</math></p> <p>ب. <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 4x}}{\sqrt[3]{x^3 + 6x} - \sqrt[3]{x^3 + 9x^2}}</math></p>	۱۱
۱	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^3 + ax + b} = +\infty</math> باشد، <math>a + b</math> را تعیین کنید.</p>	۱۲
۱	<p>اگر <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax - 1} + bx + 1) = 0</math> مقدار <math>b - a</math> را تعیین کنید.</p>	۱۳
۱	<p>نمودار تابع <math>f(x) = \log\left(\frac{x^2}{1-x^2}\right)</math> چند خط مجانب قائم دارد؟</p>	۱۴

۱	<p>اگر مجانب افقی تابع <math>f(x) = \frac{2x + \sqrt{x} - 4}{x - 1}</math> نمودار تابع را در نقطه <math>A</math> قطع کند، فاصله نقطه <math>A</math> تا مجانب قائم آن چقدر است؟</p>	۱۵
۱	<p>مساحت ناحیه‌ی محصور بین مجانب‌های قائم و افقی تابع <math>f(x) = \frac{x + [x]}{ x  - 1}</math> چند واحد سطح است؟</p>	۱۶

# مای دررس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

بارم	سؤال	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف. اگر <math>k &gt; 1</math> باشد، نمودار تابع <math>y = f(kx)</math> از انبساط افقی نمودار <math>y = f(x)</math> در راستای محور <math>x</math>ها بدست می آید. (نادرست)</p> <p>ب. هر تابع یک به یک، اکیدا یکنواست. (نادرست)</p> <p>پ. به کوچکترین انتقال افقی از نظر قدرمطلق به طوری که نمودار بر خودش منطبق باشد، دوره تناوب می گویند.</p> <p>ت. تابع <math>y = \tan x</math> به ازای <math>x = \frac{k\pi}{p}</math> تعریف نمی شود. (نادرست)</p>	۱
۳	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف. اگر <math>x = 2</math> محور تقارن سهمنی <math>y = f(3-x)</math> باشد، محور تقارن <math>y = f(x-4)</math> برابر است با <math>x = \dots</math></p> <p>ب. تابع <math>f(x) = 2x^2 - 10x</math> روی بازه <math>[a, +\infty)</math> اکیدا صعودی است. حداقل مقدار <math>a</math> برابر است با <math>\dots</math></p> <p>پ. اگر عبارت <math>x(x+1)^3</math> بر عبارت درجه سوم <math>ax^3 + bx^2 + cx + 1</math> بخش پذیر باشد، آنگاه مقدار <math>a + b + c</math> برابر است با <math>\dots</math></p> <p>ت. اگر <math>\frac{1}{64} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2}</math> باشد، حدود <math>x</math> برابر است با <math>\dots</math></p> <p>ث. اگر دامنه‌ی تابع <math>y = f(2x-3)</math> برابر <math>[-1, 2]</math> باشد، دامنه تابع <math>y = f(3x+1)</math> برابر است با <math>\dots</math></p> <p>ج. معادله <math>\tan x \tan 2x = 1</math> در بازه <math>[0, 2\pi]</math> <math>\dots</math> جواب دارد.</p>	۲
۱	<p>قرینه‌ی نمودار <math>y = \sqrt{x}</math> را نسبت به محور <math>y</math>ها تعیین کرده و سپس ۲ واحد به طرف <math>x</math>های مثبت انتقال می دهیم. نمودار حاصل نیمساز نواحی اول و سوم را با کدام طول قطع می کند؟</p> <p> <math>y = \sqrt{x}</math> <math>\xrightarrow{x \rightarrow -x}</math> <math>y = \sqrt{-x}</math> <math>\xrightarrow{2 \text{ واحد } y}</math> <math>y = \sqrt{2-x}</math> </p> <p> <math>y = \sqrt{2-x} = x \Rightarrow 2-x = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1) = 0</math>  <math>0 &lt; x &lt; 2 \Rightarrow x = 1</math> </p>	۳
۱	<p>اگر <math>f</math> تابعی نزولی با دامنه <math>R</math> باشد، دامنه تعریف <math>y = \sqrt{f( x-1 ) - f( x+2 )}</math> را تعیین کنید.</p> <p> <math>f( x-1 ) \geq f( x+2 ) \xrightarrow{\text{تزی } f}  x-1  \leq  x+2 </math>  <math>\xrightarrow{\text{تزی } f} (x-1)^2 \leq (x+2)^2 \Rightarrow (x-1+x+2)(x-1-x-2) \leq 0</math>  <math>\Rightarrow 2x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1/2</math> </p>	۴

باقی مانده تقسیم کوچکترین چندجمله‌ای بر دو جمله‌ای‌های  $x-2$ ،  $x+2$  و  $x+1$  برابر ۵ می‌باشد. اگر این چندجمله‌ای بر  $x$  بخش پذیر باشد، ضریب جمله با بیشترین درجه را تعیین کنید.

کوچکترین چندجمله‌ای بر صورت زیر است:

$$p(x) = a(x+1)(x+2)(x-2) + 5$$

بر  $x$  بخش پذیر است  $\rightarrow p(0) = 0 \Rightarrow -2a + 5 = 0 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$

ضریب جمله با بیشترین درجه  $\rightarrow a = \frac{5}{2}$

اگر باقی مانده چندجمله‌ای  $f(x)$  بر  $x-1$  و  $x-2$  به ترتیب مساوی ۵ و ۳ باشد، باقی مانده  $xf(x)$  بر  $x^2 - 3x + 2$  را بیابید.

$$f(1) = 5, f(2) = 3$$

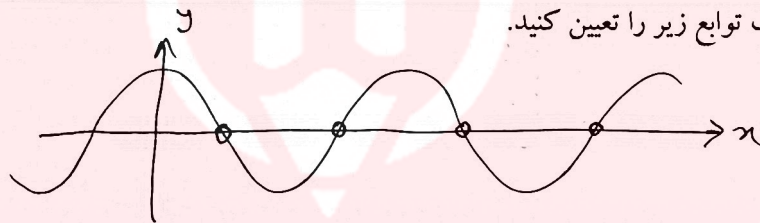
$$xf(x) = (x-1)(x-2)q(x) + \alpha x + \beta$$

$$\begin{cases} x=1: f(1) = \alpha + \beta = 5 \\ x=2: 2f(2) = 2\alpha + \beta = 6 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 1, \beta = 4$$

باقی مانده  $\rightarrow x + 4$

الف  $y = \frac{\cos x}{\cos x}$

$$T = 2\pi$$



دوره تناوب توابع زیر را تعیین کنید.

ب  $y = \cos^2 x \cos x - \sin^2 x \sin x = \cos(3x+x) = \cos 4x$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$



نمودار تابع  $f(x) = \tan(a+bx)$  به صورت مقابل است.  $b$  را بیابید.

نصف دوره تناوب برابر  $\frac{1}{b} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b}$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{|b|} = \frac{1}{b} \Rightarrow |b| = 3\pi \rightarrow b < 0$$

$$\Rightarrow b = -3\pi$$

نمودار تابع  $y = 3\sin(\frac{\pi}{4} - 2x)$  روی بازه  $[-\pi, \frac{3\pi}{4}]$  در چند نقطه محور  $x$  را قطع می‌کند؟

$$y = 3\sin(\frac{\pi}{4} - 2x) = 0 \Rightarrow \sin(\frac{\pi}{4} - 2x) = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{4} + 2x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k}{2}\pi + \frac{\pi}{8} = \frac{2k+1}{4}\pi$$

$$\Rightarrow -1 < \frac{2k+1}{4} < \frac{3}{4} \Rightarrow -\frac{9}{4} < k < \frac{11}{4} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -2, -1, 0, 1, 2$$

معادله ۵ جواب دارد.

جواب کلی معادله  $\tan x + \cot x = \frac{2}{\cos 2x}$  را تعیین کنید.

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{2}{\sin 2x}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sin 2x} = \frac{2}{\cos 2x} \Rightarrow \sin 2x = \cos 2x \Rightarrow \tan 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

حاصل حدهای زیر را بیابید.

الف.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{\cos^2 x - 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{2 \cos^2 x - 2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{-2 \sin^2 x}$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{1}{-2 \sin x \cos^2 x} = \frac{1}{-2(1)(0^-)} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

ب.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-4x}}{\sqrt{x^2+6x}-\sqrt{x^2+9x}}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x+1| - |x-2|}{-x - (x+3)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-1+x-2}{-3} = \frac{-3}{-3} = 1$$

اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x^2+ax+b} = +\infty$  باشد،  $a+b$  را تعیین کنید.

$$x^2+ax+b = (x-c)(x-3)^2 = (x-c)(x^2-6x+9)$$

$$\Rightarrow x^2+ax+b = x^3 - (c+6)x^2 + (6c+9)x - 9c$$

$$c+6=0 \Rightarrow c=-6 \Rightarrow x^2+ax+b = x^3 - 6x^2 + 9x + 54$$

$$\Rightarrow a=-6, b=54 \Rightarrow a+b=48$$

اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+ax-1} + bx+1) = 0$  مقدار  $b-a$  را تعیین کنید.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2+ax-1} + bx+1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (|2x + \frac{a}{4}| + bx+1)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x - \frac{a}{4} + bx+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ -\frac{a}{4} = -1 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b-a = -2$$

نمودار تابع  $f(x) = \log(\frac{x^2}{1-x^2})$  چند خط مجانب قائم دارد؟

شیب 1 و مجانب قائم  $y = \frac{x^2}{1-x^2}$ ، مجانب قائم 1،  $f$ .

$$\frac{x^2}{1-x^2} = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$1-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

نمودار 3 مجانب قائم دارد.

اگر مجانب افقی تابع  $f(x) = \frac{2x + \sqrt{x} - 4}{x-1}$  نمودار تابع را در نقطه A قطع کند، فاصله نقطه A تا مجانب قائم آن چقدر است؟

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{x} = 2$$

$y=2$  مجانب افقی و  $x=1$  مجانب قائم است.

$$\frac{2x + \sqrt{x} - 4}{x-1} = 2 \Rightarrow 2x + \sqrt{x} - 4 = 2x - 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

فاصله نقطه A از خط مجانب قائم  $x=1$  برابر  $|4-1|=3$  است.

۱۵

مساحت ناحیه‌ی محصور بین مجانب‌های قائم و افقی تابع  $f(x) = \frac{x+[x]}{|x|-1}$  چند واحد سطح است؟

$$\text{مجاذب قائم: } |x|=1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\text{مجاذب افقی: } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+[x]}{|x|-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{\pm x} = \pm 2$$

خطوط  $x=1$  و  $x=-1$  مجانب قائم و خطوط  $y=2$  و  $y=-2$  مجانب افقی هستند.

۱۶

$$\text{سطح ناحیه محصور بین این ۴ خط برابر است: } [2 - (-2)] \times [1 - (-1)] = 8$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir