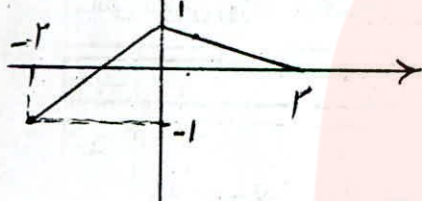


(۱) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد نمودار تابع $y = 2f(1 - \frac{x}{2}) - 2$ را رسم کنید؟



(۲) از دو سوال زیر یکی را به دلخواه پاسخ دهید؟

الف) اگر $f(x)$ یک تابع اکیدا نزولی باشد و بدانیم $f(2x-2) > f(x^2-x)$ آنگاه محدوده x کدام است؟

ب) بارسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x > 1 \\ -x + 4 & x < 1 \end{cases}$ تعیین کنید این تابع در کدام بازه ها صعودی و در کدام بازه ها

نزولی باشد؟

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

(۳) اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشد دامنه ی تابع $f \circ g$ را از طریق تعریف بیابید؟

۱۴) اگر $F(x) = 2x - 5$ و $g(x) = x^2 - 2x + 1$ و معادله $(F \circ g)(x) = 7$ حاصل کنید؟

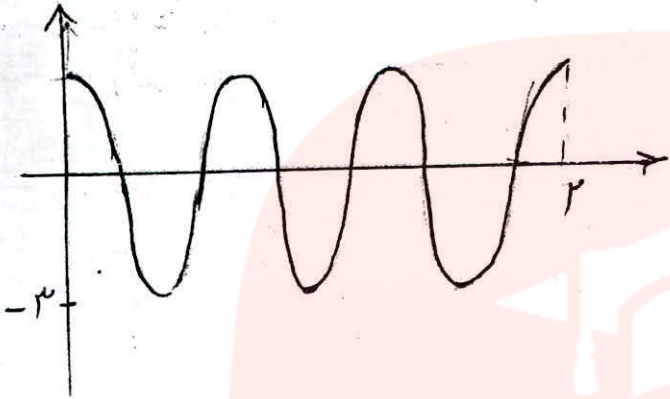
۱۵) با محدود کردن دامنه، توابع تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ تابع یک به یک ساخته و سپس وارون آن را بدست آورید؟

۱۶) از دو سوال زیر یکی را به دلخواه پاسخ دهید؟
الف) اگر $\alpha = \frac{\pi}{12}$ مقدار $\sin \alpha \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 4\alpha$ را بدست آورید؟

ب) مقدار $\sin 75^\circ$ را بدست آورید؟

www.my-dars.ir

۷) شکل رو بر روی قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi (\frac{x}{p} - bx)$ (بسته حاصل a, b کدام است؟



۱) معادله سینوسی $2 \cos x (2 \cos x - 9) = 5$ را حل کنید؟

۲) حاصل حدود زیر را بدست آورید؟

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 - 5x}{x^2 - 9}$

ج) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2x - \sqrt{x^2 - x - 1}}{\sqrt{4x^2 + 1} - \sqrt{x}}$

د) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\cos x}{1 - \sin x}$

پاسخ از : فتح العاصم

بنام خدا

سوالاب ارکان درین : ریاضی (۳)

باید دو از رسم دوره متوسط درم مرز اسعد اهار در زمان

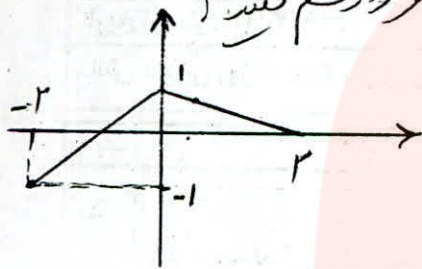
نام و نام خانوادگی :

مدت آزمون : ۹۰ دقیقه

سیرجان

تاریخ آزمون : ۱۱/۱۰/۱۳۹۱

(۱) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد نمودار تابع $y = 2f(1 - \frac{x}{2}) - 2$ را رسم کنید؟



پاسخ درصحنه بودی

(۲) از دو سوال زیر یکی را به دلخواه پاسخ دهید؟

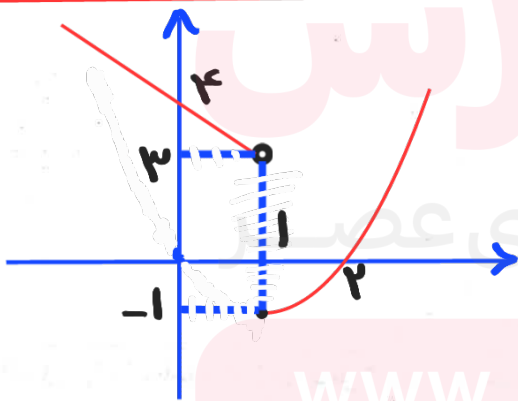
الف) اگر $f(x)$ یک تابع اکیدا نزولی باشد و بدانیم $f(2x-2) > f(x^2-x)$ آنگاه محدوده کدام است؟

ب) بارسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x > 1 \\ -x + 4 & x < 1 \end{cases}$ تعیین کنید این تابع در کدام بازه ها صعودی و در کدام بازه ها

نزولی است؟

نزولی است؟ $x_2 > x_1 \iff f(x_1) > f(x_2)$: تابع اکیدا نزولی

الف) $x^2 - x < 2x - 2 \rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \rightarrow 1 < x < 2$



ب

(۳) اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشد دامنه تابع $g \circ f$ را از طریق تعریف بیابید؟

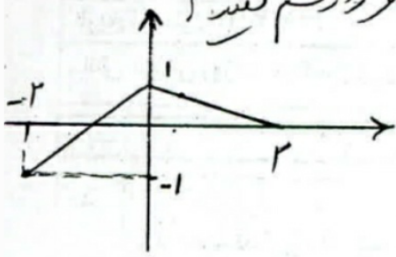
$D_f: \mathbb{R} - \{\pm 1\} \rightarrow D_g: x - x^2 \geq 0 \rightarrow 0 \leq x \leq 1 \rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$

$D_{g \circ f} = \{x \in \mathbb{R} - \{\pm 1\} \mid \frac{1+x^2}{1-x^2} \in [0, 1]\} = A \cap B$

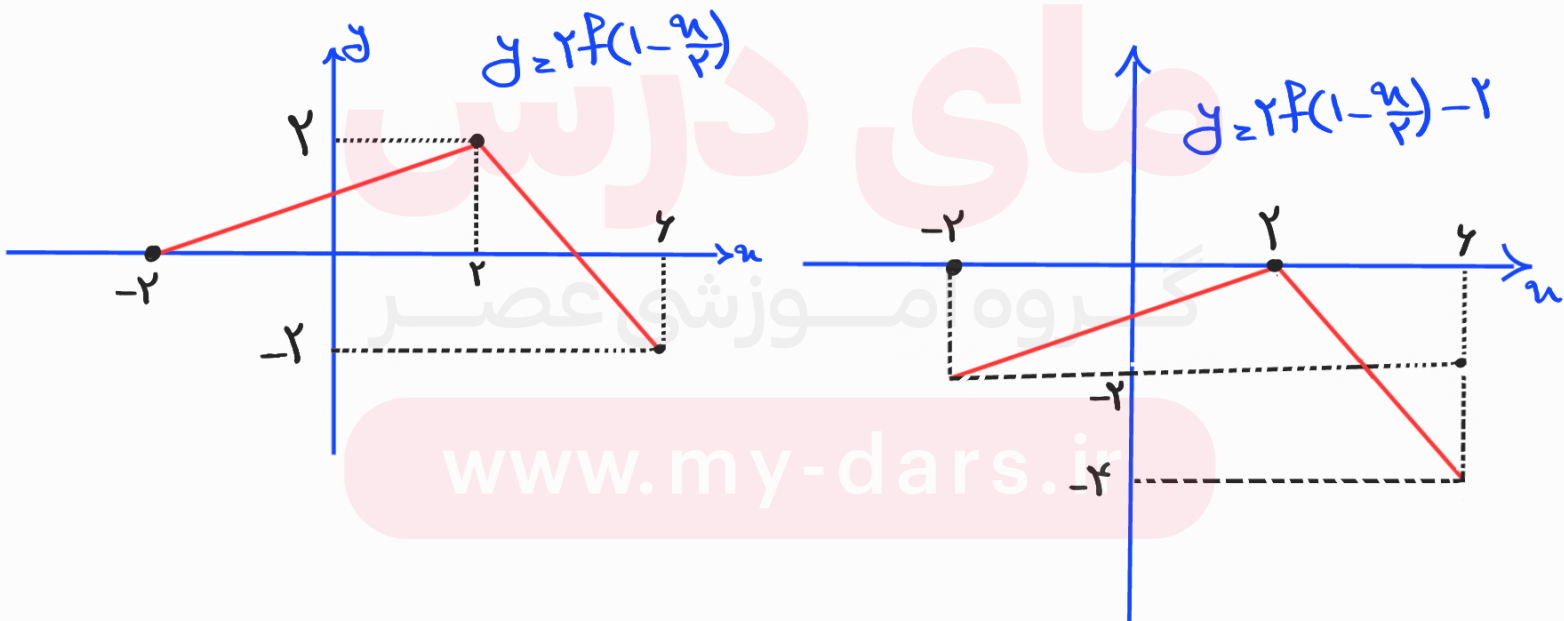
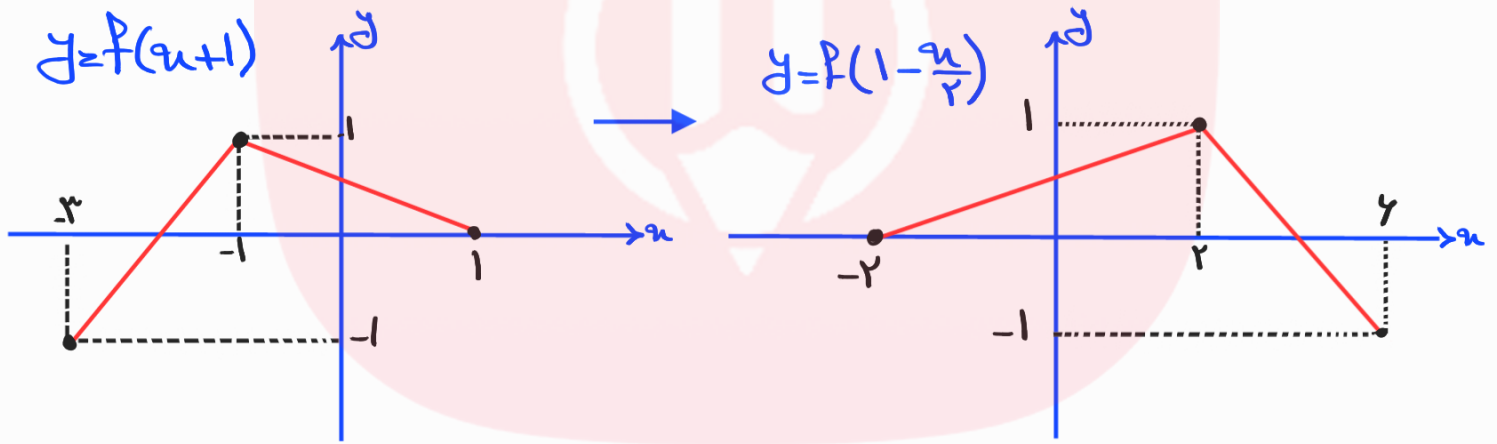
$0 \leq \frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1 \rightarrow \begin{cases} \frac{1+x^2}{1-x^2} \geq 0 \rightarrow 1-x^2 > 0 \rightarrow -1 < x < 1 \\ \frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1 \rightarrow x < -1 \cup x > 1 \cup \{0\} \end{cases} \rightarrow x=0$

$D_{g \circ f} = A \cap B = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \cap \{0\} = \{0\}$

۱) اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد نمودار تابع $y = 2f(1 - \frac{x}{2}) - 2$ را رسم کنید؟



$f(x) \xrightarrow[\text{یک واحد به چپ}]{\text{انتقال افقی}} f(1+x) \xrightarrow[\text{میشود}]{\text{عرض نقاط آن ۲ برابر و طولها ۲ برابر}} f(1+\frac{x}{2}) \xrightarrow[\text{میشود}]{\text{طول نقاط آن ۲ برابر و عرضها ۲ برابر}} 2f(1+\frac{x}{2}) \xrightarrow[\text{۲ واحد به پایین}]{\text{انتقال عمودی}} 2f(1+\frac{x}{2}) - 2$



۱۴) اگر $F(x) = 2x - 5$ و $g(x) = x^2 - 2x + 1$ معادله $(F \circ g)(x) = 7$ را حل کنید؟

$$F \circ g(x) = F(g(x)) = F(x^2 - 2x + 1) = 2x^2 - 4x + 1 = 7$$

$$2x^2 - 4x + 1 = 7 \xrightarrow{\text{جمع هر دو طرف معده}} x = 1, 2$$

۱۵) با محدود کردن دامنه، توابع تابع $f(x) = x^2 - 4x + 5$ تابع یک به یک ساخته و سپس وارون آن را بدست آورید؟

$$f(x) = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$$

تابع $f(x)$ در دامنه $x \geq 2$ یا $x \leq 2$ یک به یک و وارون بدست آید.

$$x \geq 2 \rightarrow x-2 \geq 0 \rightarrow (x-2)^2 \geq 0 \rightarrow (x-2)^2 + 1 \geq 1 \rightarrow y \geq 1 \rightarrow D_f^{-1}: x \geq 1$$

$$y = (x-2)^2 + 1 \rightarrow y-1 = (x-2)^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} |x-2| = \sqrt{y-1} \rightarrow x-2 = \sqrt{y-1}$$

$$x = 2 + \sqrt{y-1} \xrightarrow{\text{جابجایی عوض}} \boxed{y = f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x-1} \quad ; \quad x \geq 1}$$

۱) از دو سوال زیر یکی را به دلخواه پاسخ دهید؟
 الف) اگر $a = \frac{\pi}{12}$ مقدار $\sin a \cos a \cos 2a \cos 4a$ را بدست آورید؟

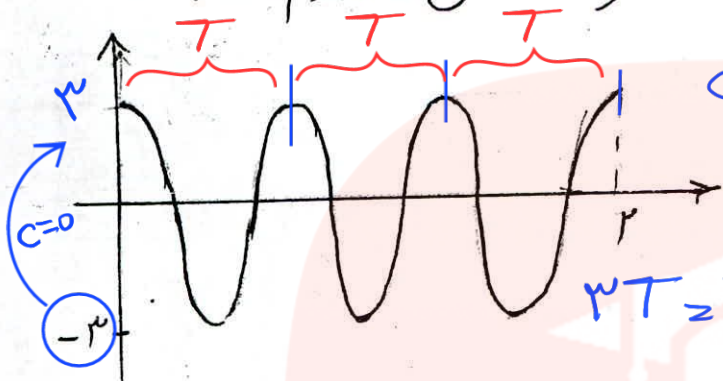
ب) مقدار $\sin 75^\circ$ را بدست آورید؟

$$\frac{1}{4} \times \overbrace{\sin a \cos a}^{\sin 2a} \cos 2a \cos 4a = \frac{1}{4} \overbrace{\sin 2a \cos 2a}^{\frac{1}{2} \sin 4a} \cos 4a = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \overbrace{\sin 4a \cos 4a}^{\frac{1}{2} \sin 8a}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin 8a = \frac{\sin 8a}{8} = \frac{1}{8} \sin \frac{8\pi}{12} = \frac{1}{8} \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{8} \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{16}$$

$$\text{ب) } \sin^2 75^\circ = \frac{1 - \cos 150^\circ}{2} = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \rightarrow \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

۷) شکل رو بر روی قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi (\frac{x}{T} - bx)$ (بسته حاصل a, b کدام است؟)



$$y = a \sin \left(\frac{x}{T} - \pi b x \right) = -a \cos(-\pi b x)$$

$$y = -a \cos(\pi b x)$$

$$3T = 2 \rightarrow T = \frac{2}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = 3 \rightarrow b = \pm 3$$

هر دو قابل قبول

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} = \frac{3 - (-3)}{2} = 3 \rightarrow -a = \pm 3 \xrightarrow[\text{سه}]{\text{قله روی}} -a = 3 \rightarrow a = -3$$

$$ab = (-3)(\pm 3) = \pm 9$$

۸) معادله سینوسی $\cos x (2 \cos x - 9) = 5$ را حل کنید؟

$$\cos x (2 \cos x - 9) = 5 \rightarrow 2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = 81 + 40 = 121$$

$$\cos x = \frac{9 \pm 11}{2} \rightarrow \begin{cases} \cos x = 5 & \times \\ \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \left(\frac{2\pi}{3} \right) & \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

۹) حاصل حد زیر را بدست آورید؟

$$b) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 - 5x}{x^2 - 9} = \frac{1 - 15}{9 - 9} = \frac{-14}{0^+} = -\infty$$

a) $\lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}}$

c) $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{2x - \sqrt{x^2 - x - 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x}}$

$$d) \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}}{(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2})^2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2})(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2})}{(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2})^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{(\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2})}{(\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2})} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{0^+} = +\infty$$

$$\begin{aligned}
 \text{الف) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} &= \frac{0}{0} \text{ (شکل نامعین)} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)(x-\sqrt{2x+3})}{(x+\sqrt{2x+3})(x-\sqrt{2x+3})} \\
 &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)(x-\sqrt{2x+3})}{x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x-\sqrt{2x+3})}{x-3} \\
 &= \frac{(-1-1)(-1-1)}{-1-3} = \frac{4}{-4} = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ج) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - \sqrt{x^2 - x - 1}}{\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - |x|}{|2x|}
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - |x|}{|2x|} &= \frac{2x - x}{2x} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \\
 \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - |x|}{|2x|} &= \frac{2x + x}{-2x} = \frac{3x}{-2x} = -\frac{3}{2}
 \end{aligned} \right.$$

حد ندارد

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir