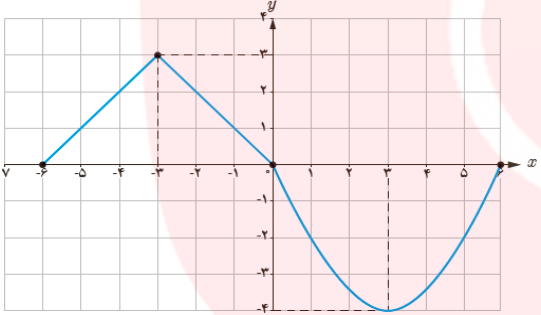
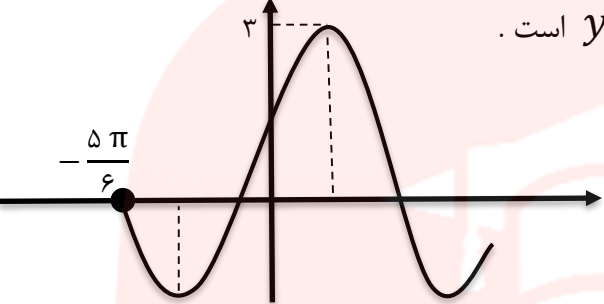
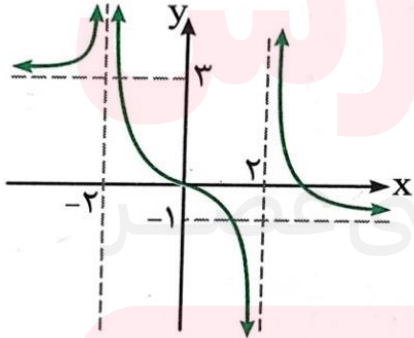


مهر مدرسه	نمره امتحان	«آزمون هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان»	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز
	نمره با عدد:		تاریخ: ۱۰/۱۰/۱۰	نام:
	نمره با حروف:		ساعت شروع: ۰۸:۰۰	نام خانوادگی:
	نام دبیر:		مدت: ۱۲۰ دقیقه	کلاس: دوازدهم تجربی
	امضا:		نوبت اول دی ماه	نام درس: ریاضی ۳

صفحه اول

بارم	پرسی ها	ردیف
۰/۵	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید الف) تابع $y = -\tan \pi x$ در بازه $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ اکیدا نزولی است ب) اگر $f = \{(1, -2) \text{ و } (-4, 5) \text{ و } (5, 4)\}$ آنگاه $f^{-1}(5) = 4$	۱
۱/۵	در نمودار تابع $y = x + 1 + x - 2 $ بازه های صعودی و نزولی را تعیین کنید. (با رسم شکل)	۲
۱/۵	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x + 1)$ را رسم نموده و دامنه و برد آن را مشخص نمایید. 	۳
۱/۵	اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$ و $f \circ g(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$ باشند، ضابطه تابع $g(x-2)$ را تعیین کنید؟	۴
۱/۲۵	اگر f^{-1} اکیدا نزولی باشد و $D_f = \mathbb{R}$ ، مجموعه جواب نامعادله $f(x^2) < f(x^3)$ را مشخص کنید	۵
۱/۲۵	توابع $f(x) = \sqrt{3x+6}$ و $g(x) = \frac{3x}{x-2}$ داده شده اند. الف: دامنه $f \circ g$ را با استفاده از تعریف بدست آورید ب: ضابطه $(f \circ g)(x)$ را تشکیل دهید.	۶
۱/۵	دوره تناوب و مقادیر اکسترمم را برای تابع داده شده مشخص کرده و نمودار آن را رسم کنید $f(x) = 2 \sin x - 1 $	۷
۱	حاصل عبارت را بدست آورید $\frac{2 \tan 15^\circ}{1 + (\tan 15^\circ)^2}$	۸

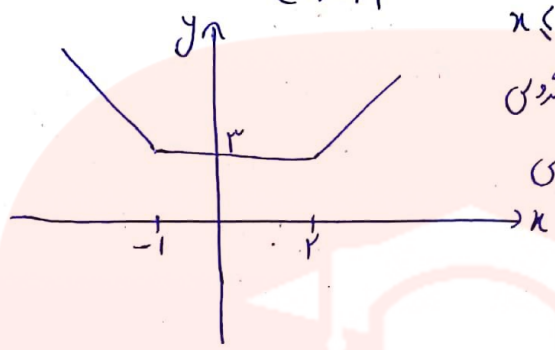
بارم	صفحه ی دوم	ردیف
۱/۵	معادله زیر را حل کنید. وجوابهای کلی را بنویسید $\cos x - 1 = 2 \sin^2 x$	۹
۱	اگر چند جمله ای $P(x) = x^3 - ax^2 + bx - 18$ بر $x - 3$ و $x - 2$ بخش پذیر باشد، باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x - 1$ را بدست آورید.	۱۰
۱	شکل روبرو بخشی از نمودار تابع $y = a - b \sin x$ است. مقدار تابع در $\frac{\pi}{3}$ را حساب کنید. 	۱۱
۲/۵	حاصل حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} =$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{x - 4}{\sin x} =$ ج) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{-9x - 1} + 8x}{-3x + \sqrt{16x^2 + 1}} =$	۱۲
۱	اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ و $f(x) = \frac{-2x + 5}{x^2 - ax + b}$ مقدار $f(0)$ را بدست آورید.	۱۳
۱	اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 3x + 1}{(m-2)x^4 + nx^b + 5} = 2$ باشد، حاصل $m + nb$ را بدست آورید	۱۴
۱/۵	با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید  a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f \circ f(x) =$ b) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(-x)} =$	۱۵
۲۰	جمع	

سؤال (۱) الف) درست

ب) نادرست

سؤال (۲)

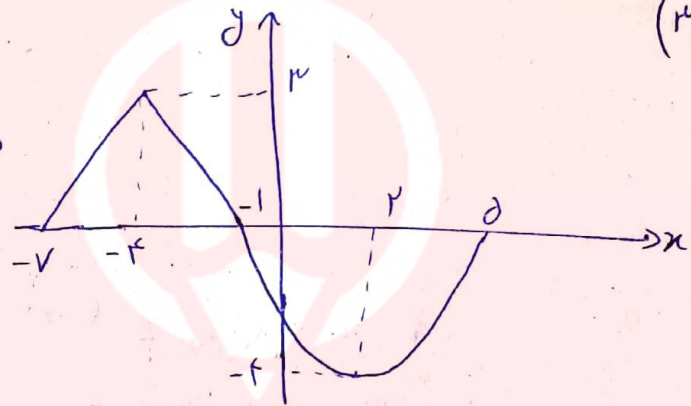
$$y = |x+1| + |x-2| = \begin{cases} 2x-1 & x > 2 \\ 3 & -1 < x \leq 2 \\ -2x+1 & x \leq -1 \end{cases}$$



بازه‌ی نزولی = $(-\infty, 2]$
 بازه‌ی صعودی = $[-1, +\infty)$

سؤال (۳)

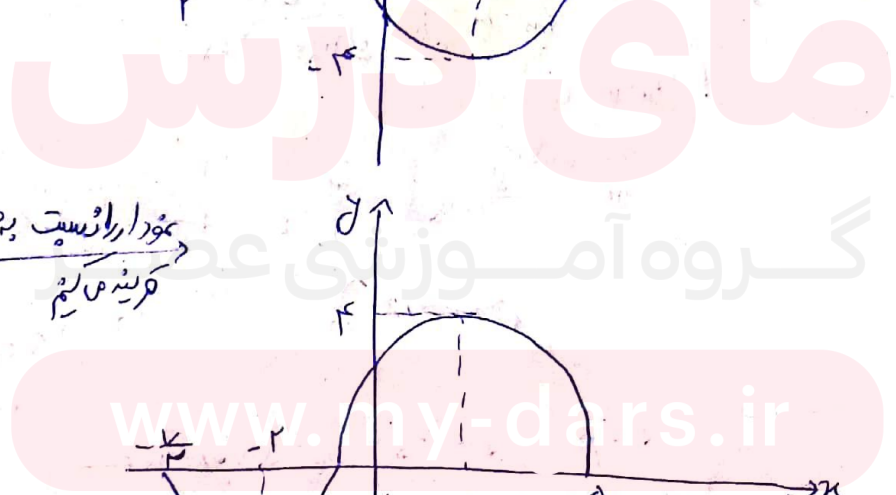
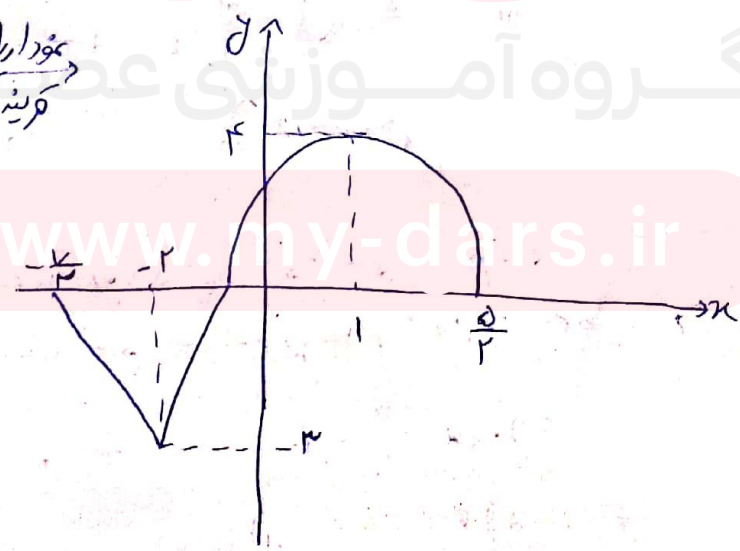
ابتدا نمودار را رسم
 واحد به حسب انتقال در عم



دامنه نصف می‌کنیم



نمودار را نسبت به محور x
 قرینه می‌کنیم



$$f(x) = \frac{x-1}{x+r}, \quad f(g(x)) = \frac{x^r-1}{x^r+1} \Rightarrow \frac{g(x)-1}{g(x)+r} = \frac{x^r-1}{x^r+1} \quad (\text{نوع اول})$$

$$x^r g(x) + g(x) - x^r - 1 = x^r g(x) - g(x) + r x^r - r$$

$$\Rightarrow r g(x) - r x^r + r = 0 \Rightarrow r g(x) = r x^r - r \Rightarrow g(x) = x^r - 1$$

$$\Rightarrow g(x-r) = r(x-r)^r - 1 = r(x^r - r x + r) - 1 = r x^r - r x + r - 1$$

$$f(x^r) < f(x^r) \xrightarrow{\text{نوع اول}} x^r > x^r \rightarrow x^r - x^r < 0 \quad (\text{دوم})$$

$$\Rightarrow x^r(x-1) < 0 \Rightarrow \begin{cases} x^r = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

	0	1	
x^r	+	+	+
$x-1$	-	-	+
$x^r(x-1)$	-	-	+

$$(-\infty, 0) \cup (0, 1)$$

$$\text{الف) } D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} \quad (\text{سوم})$$

$$f(x) = \sqrt{x+r} \rightarrow D_f = x+r \geq 0 \Rightarrow x \geq -r$$

$$g(x) = \frac{rx}{x-r} \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{r\}$$

$$\Rightarrow x \neq r, \quad \frac{rx}{x-r} \geq -r \Rightarrow \frac{rx}{x-r} + r \geq 0 \rightarrow \frac{rx + rx - r^2}{x-r} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{2rx - r^2}{x-r} \geq 0 \rightarrow \begin{array}{c|c|c} \frac{r}{2} & r & \\ \hline + & - & + \end{array} \rightarrow (-\infty, \frac{r}{2}] \cup (r, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = (-\infty, \frac{r}{2}] \cup (r, +\infty) \quad (\text{جواب})$$

$$\Rightarrow y = (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{rx}{x-r}\right) = \frac{9x}{x+r}$$

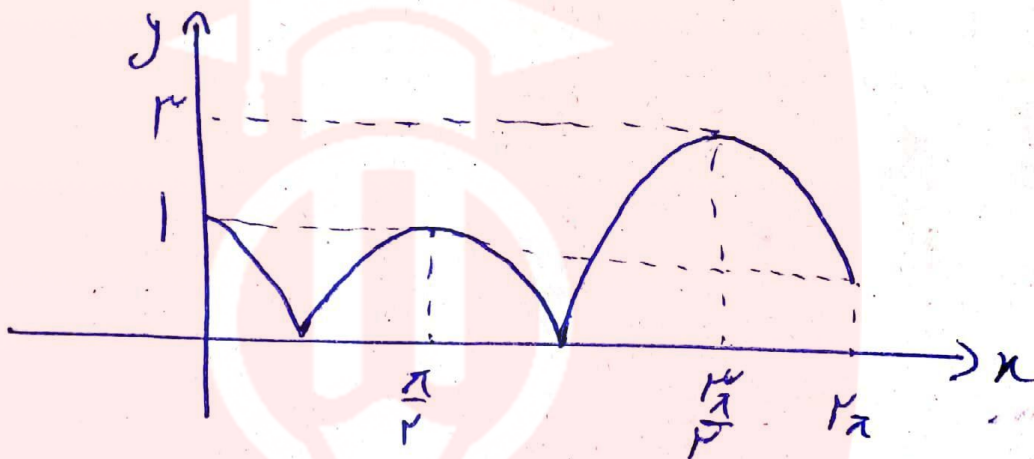
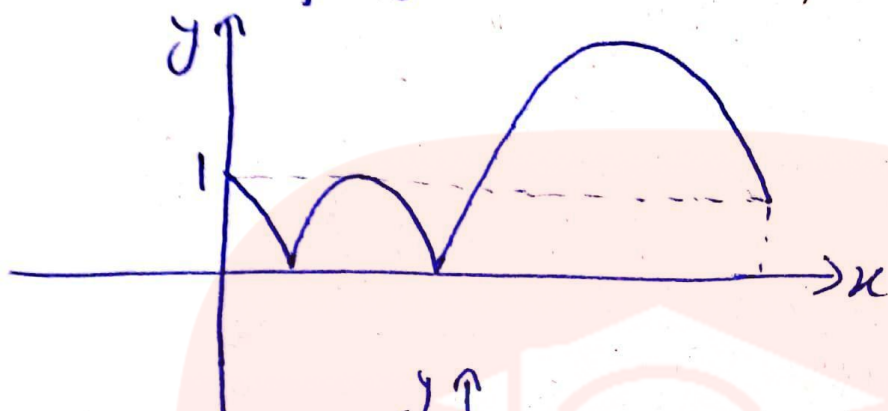
$$f(x) = |r \sin x - 1| \rightarrow T = \frac{\pi}{|1|} = \pi$$

(دوره ی تکرار)

(سؤال ۷)

$$\min = 0$$

$$\max = r$$



$$\frac{r \tan 10^\circ}{1 + (\tan 10^\circ)^r} = \frac{r \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{r \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} = \frac{r \sin 10^\circ \cos^r 10^\circ}{\cos 10^\circ (\sin^2 10^\circ + \cos^2 10^\circ)}$$

(سؤال ۸)

$$= r \sin 10^\circ \cos 10^\circ = r \sin 20^\circ = r \sin 20^\circ = r \times \frac{1}{r} = 1$$

$$\cos x = 1 = r \sin^2 x \Rightarrow \cos x = r \sin^2 x + 1 = r - r \cos^2 x$$

(سؤال ۹)

$$\Rightarrow \cos x = r - r \cos^2 x \Rightarrow r \cos^2 x + \cos x - r = 0 \quad \cos x = t \Rightarrow r t^2 + t - r = 0$$

$$\Delta = 1 - 4(r)(-r) = 1 + 4r^2 = 4r^2 \rightarrow t = \frac{-1 \pm 2r}{2r}$$

$$\cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi$$

$$t = \frac{-1 + 2r}{2r} = 1 \Rightarrow \bar{0}$$

$$t = \frac{-1 - 2r}{2r} = -\frac{r}{r} \Rightarrow \bar{0}$$

$$P(x) = x^3 - ax^2 + bx - 1 \rightarrow x - r = 0 \Rightarrow x = r \quad (\text{سؤال 10})$$

$$\Rightarrow P(r) = 0 \Rightarrow r^3 - ar^2 + br - 1 = 0 \Rightarrow r^3b - ar^2 = -9 \xrightarrow{\div r} \boxed{b - ra = -r}$$

$$\Rightarrow x - r = 0 \Rightarrow x = r \Rightarrow P(r) = 0 \Rightarrow 1 - ra + rb - 1 = 0$$

$$\Rightarrow rb - ra = 0 \xrightarrow{\div r} \boxed{b - ra = 0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ra - b = r \\ b - ra = 0 \end{cases} \oplus \Rightarrow P(x) = x^3 - 1x^2 + 1x - 1$$

$$a = 1, b = 1$$

$$\Rightarrow P(1) = 1 - 1 + 1 - 1 = 0$$

$$f\left(-\frac{d\pi}{\epsilon}\right) = 0 \rightarrow a + b \times \sin \frac{d\pi}{\epsilon} = 0 \Rightarrow a + \frac{1}{r}b = 0 \quad (\text{سؤال 11})$$

$$\max_x = r \rightarrow -|b| + a = r$$

$$\Rightarrow -|b| - \frac{b}{r} = r \xrightarrow{b < 0} b - \frac{b}{r} = r \Rightarrow \frac{b}{r} = r \Rightarrow \boxed{b = r^2}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{r}b \Rightarrow \boxed{b = -ra}$$

$$a = -\frac{b}{r}$$

$$\boxed{b = r^2}$$

$$\boxed{a = -\frac{r^2}{r} = -r}$$

$$\Rightarrow f(x) = -r \sin x - r$$

$$f\left(\frac{\pi}{r}\right) = -r \times \sin \frac{\pi}{r} - r = -r \times \sqrt{\frac{r}{r}} - r = -r\sqrt{r} - r$$

(سؤال 12)

$$1) \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{x - \pi}{\sin x} = \frac{\pi - \pi}{\sin \pi} = \frac{0}{0} = \frac{0}{0} = -\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{-9x-1} + 11x}{-7x + \sqrt{17x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x}{-7x + (-x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x}{-8x} = -\frac{11}{8}$$

$$\lim_{n \rightarrow r} \frac{-rx + 0}{n^r - an + b} = +\infty \Rightarrow (n-r)^r = n^r - an + b$$

$$n^r - rx + r = n^r - an + b$$

$$\Rightarrow a = r$$

$$b = r$$

(14 سوال)

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-rx + 0}{n^r - rx + r} \rightarrow f(0) = \frac{0}{r}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{rx^m - rx + 1}{(m-r)x^r + nx^b + 0} = r \Rightarrow m-r=0 \Rightarrow m=r$$

$$\boxed{b=r}$$

$$\Rightarrow \frac{rx^m}{nx^r} = r \Rightarrow \boxed{n=1}$$

$$\Rightarrow m + nb = r + 1 \times r = 2$$

(15 سوال)

a) $\lim_{x \rightarrow r^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$

(16 سوال)

b) $\lim_{x \rightarrow (-r)^-} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(-x)} = \frac{1}{\mu}$