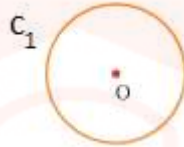
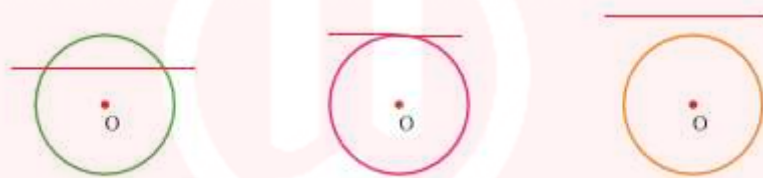


جزوه خلاصه فصل نهم ریاضی هشتم

تعریف دایره: مجموعه نقاط در صفحه به طوری که از یک نقطه ثابت به نام مرکز به یک فاصله هستند. این فاصله ثابت شعاع دایره نام دارد. **مثال:** شکل زیر دایره C_1 به مرکز O را نشان می دهد:

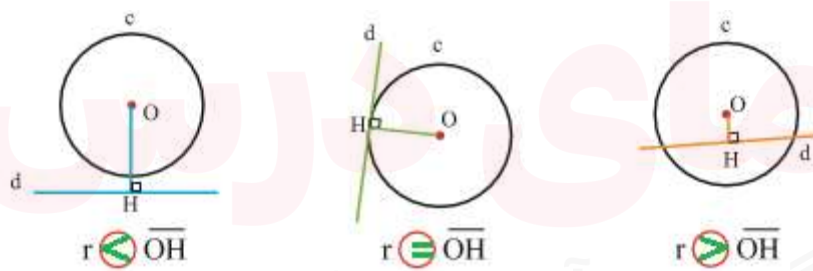


وضعیت مختلف خط و دایره در صفحه: در صفحه سه وضعیت متفاوت برای خط و دایره وجود دارد، که در شکل های زیر نشان داده شده اند:



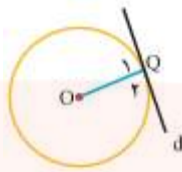
در شکل طرف راست خط دایره را قطع نکرده است، شکل وسطی خط دایره را تنها در یک نقطه قطع کرده است (در این حالت می گوییم خط بر دایره مماس است) و در شکل سمت چپ خط دایره را در دو نقطه قطع کرده است.

فاصله مرکز دایره از خطوط مختلف: طبق سه وضعیت بیان شده در بالا برای فاصله مرکز دایره از خطوط مختلف حالت های زیر را داریم:

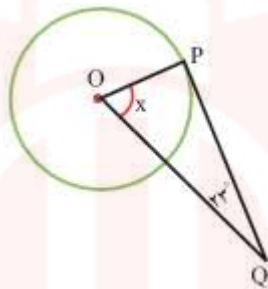


نکته: در حالتی که خط بر دایره مماس است فاصله مرکز دایره از خط مماس برابر با شعاع دایره است. پس همواره شعاع دایره بر خط مماس در نقطه تماس عمود است.

مثال: در شکل زیر خط بر دایره مماس است، زاویه Q_1 چند درجه است؟



می دانیم شعاع بر خط مماس در نقطه تماس عمود است، پس Q_1 برابر با 90 درجه است. ره مماس است. اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.

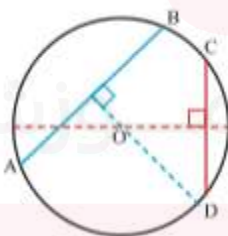


شعاع دایره در نقطه تماس خط مماس بر دایره، بر آن عمود است، پس: $\widehat{OPQ} = 90$. پس نتیجه می گیریم که: $x = 90 - 23 = 67$.

وتر: به پاره خطی که دو نقطه از یک دایره را به هم وصل می کند، وتر می گویند.

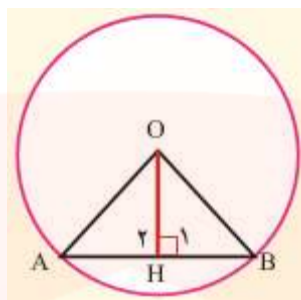
اگر عمود منصف یک وتر از دایره را رسم کنیم، عمود منصف از مرکز دایره عبور می کند. یعنی عمود منصف قطر دایره است.

پیدا کردن مرکز دایره: عمود منصف های دو وتر غیر موازی از یک دایره همدیگر را در مرکز دایره قطع می کنند. بنا بر این با رسم دو وتر غیر موازی و عمود منصف های آنها مرکز دایره پیدا خواهد شد. طبق شکل زیر:

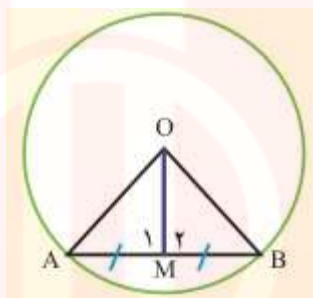


www.my-dars.ir

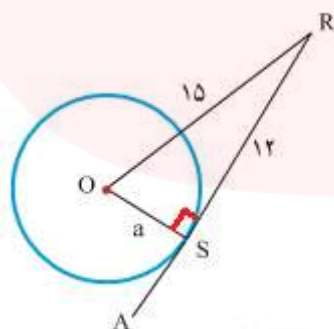
نکته ۱: اگر از مرکز دایره (O) بر وتر (AB) عمودی رسم کنیم، وتر را نیز نصف می کند.



نکته ۲: اگر از مرکز دایره (O) بر وتر (AB) منصفی رسم کنیم، بر آن نیز عمود است.



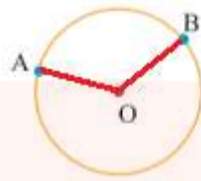
مثال: در شکل زیر، SR بر دایره مماس است. مقدار a را پیدا کنید.



همانطور که در شکل بالا مشخص کرده ایم شعاع بر خط مماس عمود است. در مثلث ORS طبق قضیه فیثاغورث داریم:

$$a^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \rightarrow a = 9$$

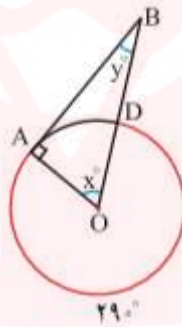
زاویه های مرکزی: به زاویه هایی می گویند که راس آنها روی مرکز دایره و ضلع های آنها شعاع هایی از دایره باشند. **مثال:** در شکل زیر زاویه AOB یک زاویه مرکزی است:



کمان: هر دو نقطه روی یک دایره دو کمان روی آن به وجود می آورند. به عبارت دیگر دایره را به دو قسمت تقسیم می کنند که به هر کدام از این قسمت ها یک کمان می گویند. در اصل منظور از کمان قسمت کوچکتر است. در شکل بالا کمان AB را به صورت زیر نشان می دهند:

\widehat{AB}

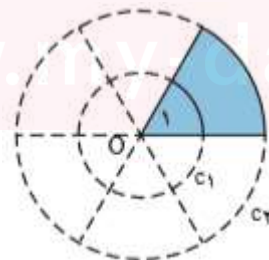
اندازه کمان رو به روی هر زاویه مرکزی، با اندازه زاویه مرکزی برابر است. **مثال:** در شکل زیر اندازه زاویه های مجهول را پیدا کنید:



چون کمان بزرگتر (قرمز رنگ) اندازه 290° درجه دارد، پس کمان کوچکتر یعنی کمان AD برابر با 70° درجه است. زاویه مرکزی رو به روی کمان AD نیز با اندازه کمان AD برابر و 70° درجه است. یعنی: $\hat{x} = 70$. اندازه مجهول دیگر برابر است با:

$$y = 90 - 70 = 20$$

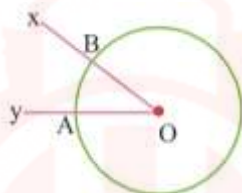
نکته: ممکن است دو کمان اندازه های برابر داشته ولی طول های آنها برابر نباشد، **مثال:** در شکل زیر دو کمان رو به روی زاویه مرکزی O_1 اندازه های برابری دارند ولی طول کمان دایره C_2 بزرگتر از طول کمان دایره C_1 است:



توجه: برای به دست آوردن طول کمان می توان از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\frac{\text{طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه کمان } AB}{360}$$

مثال: در شکل زیر زاویه xOy برابر 36 درجه است. کمان AB چند درجه است و طول کمان AB چه کسری از دایره است؟



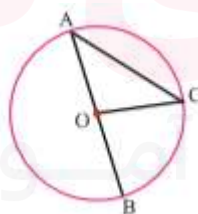
کمان AB همچون زاویه مرکزی رو به رویش برابر با 36 درجه است و طبق فرمول بالا داریم:

$$\frac{\text{طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}} = \frac{36}{360} = \frac{1}{10}$$

یعنی طول کمان AB ، $\frac{1}{10}$ کل دایره است.

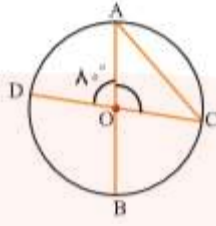
نکته: در یک دایره کمان های دو وتر مساوی با همدیگر برابر هستند. همچنین وترهای دو کمان مساوی نیز با همدیگر برابر هستند.

زاویه های محاطی: زاویه هایی است که راس آنها روی محیط دایره و دو ضلع آنها دایره را قطع می کنند. **مثال:** در شکل زیر زاویه BAC محاطی است و زاویه BOC مرکزی می باشد.



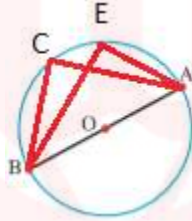
هر زاویه محاطی نصف کمان مقابل آن می باشد. پس در شکل بالا اندازه زاویه محاطی BAC نصف کمان BC می باشد.

مثال: در شکل زیر، اندازه زاویه محاطی C را پیدا کنید.



کمان AD طبق زاویه مرکزی ۸۰ درجه، برابر با ۸۰ درجه است و چون زاویه محاطی C رو به رو به کمان AD است، اندازه آن نصف کمان و برابر با: $\frac{80}{2} = 40$ است.

مثال مهم: در دایره زیر قطر AB دایره را به دو کمان مساوی تقسیم کرده است. اندازه هر کمان را بنویسید و چند زاویه محاطی رو به رو به کمان AB رسم کنید. چند زاویه محاطی رو به رو به کمان AB می توان رسم کرد؟



قطر AB دایره را به دو کمان برابر ۱۸۰ درجه تقسیم کرده است. دو زاویه محاطی در بالا رسم شده است. می توان بیشمار زاویه محاطی برای کمان AB رسم کرد، زیرا بیشمار نقطه روی دایره وجود دارد که می توان به وسیله آنها زاویه محاطی ایجاد کرد.

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir