

به عدد: نمره تجدید نظر : به حروف: نام و نام خانوادگی و امضاء تجدید نظر کننده: آزمون درس : هندسه طراح سوال:	بسم الله تعالی استان قم ناحیه چهارم قم	نمره : به حروف: نام و نام خانوادگی و امضای دبیر : تاریخ امتحان : ۱۶ / ۳ / مدت امتحان : ۱۰۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی: نام پدر : کلاس : شماره صندلی: نام دبیر :		

* استفاده از ماشین حساب ساده بلامانع است.

۱- جاهای خالی را کامل کنید:

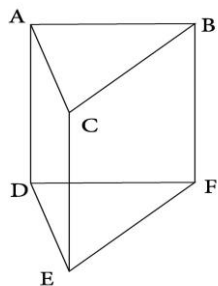
- (الف) دو خط در فضا نسبت به هم **متقاطع** یا **متناظر** یا **موازی** هستند. (۰/۷۵ نمره)
- (ب) دو صفحه بر هم عمودند هرگاه هر کدام شامل **خطی** باشد که بر دیگری **عمود است**. (۰/۵ نمره)

۲- اصطلاحات زیر را تعریف کنید. (۱ نمره)

(الف) سطح مقطع: **تعریف:** شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود، سطح مقطع آن نامیده می‌شود.

(ب) چند ضلعی محدب: **تعریف:** n ضلعی را محدب گوییم؛ هرگاه با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیه نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند.

۳- منشور مقابل را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید. (۱ نمره)



(الف) دو خط متناظر نام ببرید **AB و CE**

(ب) سه خط هم‌مرس نام ببرید. **AC , BC , EC**

(پ) دو صفحه موازی نام ببرید. **ABC و DEF**

(ت) یک خط و یک صفحه موازی هم نام ببرید. **ABC و EF**

۴- صفحه P کره ای به مرکز O و شعاع ۵ سانتی متر را قطع کرده است. اگر فاصله مرکز کره از صفحه ۳ سانتی متر باشد، مساحت سطح مقطع ایجاد شده چقدر است؟ (۱ نمره)

$$3^2 + r^2 = 5^2 \Rightarrow r = 4 \Rightarrow S = \pi r^2 \Rightarrow S = \pi \times 16 = 16\pi$$

۵- الف) دایره ای را حول قطرش دوران داده ایم. شکل حاصل چیست؟ (۰/۲۵ نمره) **کره**

ب) اگر یک مستطیل را حول یکی از اضلاع آن دوران دهیم، شکل حاصل چیست؟ (۰/۲۵ نمره) **استوانه**

۶- به کمک مثال نقض نادرستی عبارتهای زیر را ثابت کنید.

الف) هر چهار ضلعی که قطرهایش بر هم عمود است لوزی می باشد. (۰/۵ نمره) **کایت**

ب) در هر مثلث هر کدام از سه ارتفاع از سه ضلع کوچکتر است. (۰/۵ نمره) **سبب نام التمام**

۷- الف) عکس قضیه زیر را نوشته سپس آن را به صورت دو شرطی بنویسید:

در هر مثلث اگر دو ضلع برابر باشند ۲ زاویه متقابل به آنها نیز مساوی اند. (۰/۵ نمره)

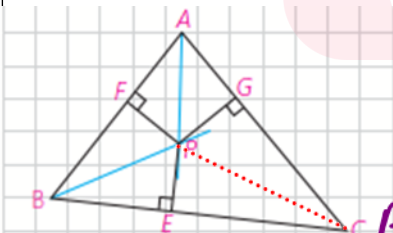
در معنی :

عکس: اگر در مثلثی ۲ زاویه برابر باشند آن سبب می آید در مثلث است / اگر دو ضلع برابر باشند در مثلث نیز برابرند و سبب می آید
ب) استدلال استقرایی را تعریف کنید. (۰/۵ نمره) **با آزمون سبب نتیجه ای را حدس زدن (از ضرب عمل در معین)**

گروه آموزشی عصر

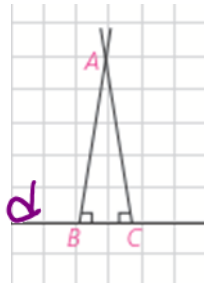
۸- ثابت کنید نیمسازهای مثلث هم‌رسند. (۱/۵ نمره)

استدلال: مثلث دلخواه ABC در شکل مقابل را در نظر می‌گیریم. نیمسازهای زوایای A و B مانند شکل یکدیگر را در نقطه‌ای مانند P قطع می‌کنند. از نقطه P، مانند شکل سه عمود به اضلاع مثلث رسم می‌کنیم.



$$\begin{aligned} 1- \text{نقطه } P \text{ روی نیمساز زاویه } A \text{ است؛ بنابراین } PF &= PG \\ 2- \text{نقطه } P \text{ روی نیمساز زاویه } B \text{ است؛ بنابراین } PF &= PE \end{aligned} \Rightarrow PG = PE$$

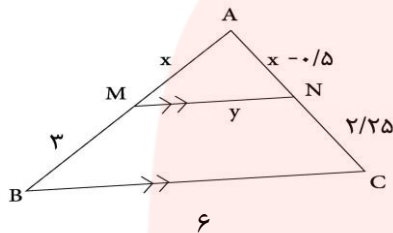
سبب می آید P مرکز دایره سه ضلعی است.



۹- ثابت کنید از هر نقطه خارج یک فقط یک عمود می توان بر آن خط رسم کرد. (۱/۵ نمره)

استدلال: با برهان غیر مستقیم فرض می کنیم حکم غلط باشد؛ یعنی فرض می کنیم از نقطه A دو عمود بر خط d رسم کرده ایم که مانند شکل، خط d را در نقاط B و C قطع کرده اند. در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث ABC بزرگ تر از 180° خواهد شد و این غیر ممکن است. پس امکان رسم دو عمود از یک نقطه غیر واقع بر یک خط وجود ندارد؛ یعنی حکم نمی تواند غلط باشد.

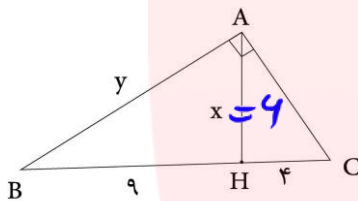
۱۰- در شکل های زیر مقادیر X و Y را پیدا کن. (۳ نمره)



$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x - 0.5}{2/25}$$

$$2/25x = 3x - 1/5 \Rightarrow 0.08x = 3x - 0.2 \Rightarrow x = 2$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y}{6} \Rightarrow y = \frac{12}{5} = 2.4$$



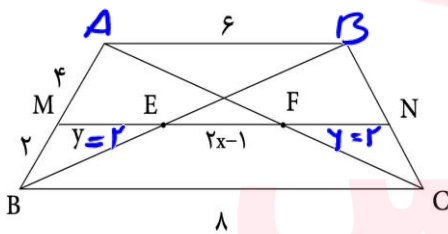
$$x^2 = 4 \times 9 \Rightarrow x = \sqrt{36} = 4$$

$$y^2 = 9^2 + 4^2 = 81 + 16 = 97$$

$$y = \sqrt{97}$$

۱۱- در شکل زیر $MN \parallel BC$ می باشد. مقادیر X و Y را پیدا کن. (۱/۵ نمره)

$$\frac{2}{4} = \frac{y}{4} \Rightarrow y = 2$$



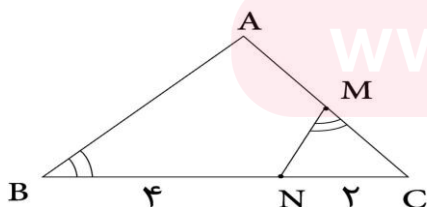
$$MN = \frac{4 \times 8 + 2 \times 6}{6} = \frac{44}{6} = \frac{22}{3}$$

$$EF = \frac{22}{3} - 2 \times 2 = \frac{22}{3} - 4 = \frac{10}{3}$$

$$2x - 1 = \frac{10}{3} \Rightarrow 2x = \frac{13}{3} \Rightarrow x = \frac{13}{6}$$

۱۲- در مثلث ABC نقطه M وسط AC و زاویه $M_1 = B$ می باشد. طول AC را پیدا کنید. (۱ نمره)

$$\angle M = \angle B, \angle C = \angle C \Rightarrow \triangle MNC \sim \triangle ABC$$



$$\frac{MC}{BC} = \frac{MN}{AB} = \frac{NC}{AC}$$

و به جای MC، $\frac{AC}{2}$ را قرار می دهیم:

$$\frac{AC}{2BC} = \frac{NC}{AC} \Rightarrow AC^2 = 2NC \cdot BC = 2NC(NC + NB) \Rightarrow AC^2 =$$

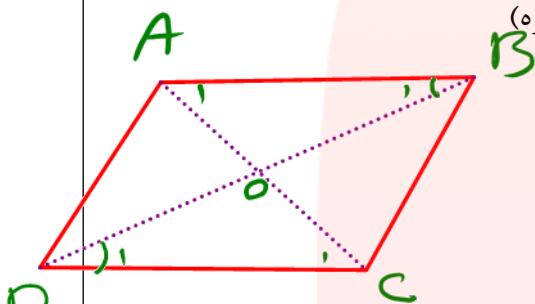
$$2 \times 2(2 + 4) = 24 \Rightarrow AC = 2\sqrt{6}$$

۱۳- در کدام n ضلعی تعداد قطرهای و تعداد اضلاع برابرند؟ (محاسبات لازم است) (۱ نمره)

$$\frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n^2 - 3n = 2n \Rightarrow n^2 - 5n = 0$$

$\rightarrow n = 0$
 $\rightarrow n = 5$

۱۴- ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع قطرها همدیگر را نصف می کنند و بالعکس. (۲ نمره)



فرض: $AB \parallel CD$ و $AD \parallel BC$

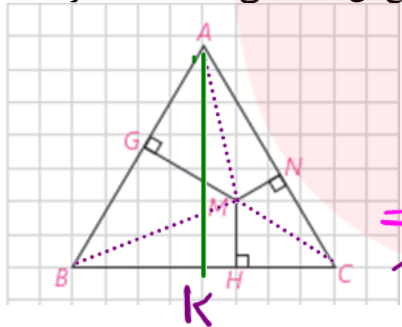
$$\left. \begin{array}{l} \angle B_1 = \angle D_1 \\ \angle A_1 = \angle C_1 \\ AB = CD \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle COD$$

$OA = OC$
 $OB = OD$

فرض: $OA = OC$ و $OB = OD$

$$\triangle AOB \cong \triangle COD \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AB = CD \\ \angle B_1 = \angle D_1 \end{array} \right\} \Rightarrow AB \parallel CD$$

۱۵- ثابت کنید فاصله هر نقطه دلخواه درون یک مثلث متساوی الاضلاع تا سه ضلع برابر ارتفاع آن مثلث می باشد. (۱/۵ نمره)

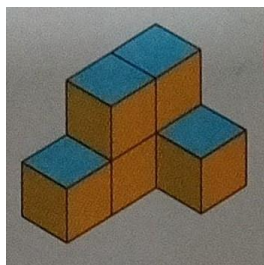


$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AMB} + S_{\triangle MNC} + S_{\triangle MCA}$$

$$\frac{1}{2} AK \cdot a = \frac{1}{2} MG \cdot a + \frac{1}{2} MH \cdot a + \frac{1}{2} MN \cdot a$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} a AK = \frac{1}{2} a (MG + MH + MN) \Rightarrow AK = MG + MN + MH$$

۱۶- به شکل زیر توجه کنید و نمایی که از هر طرف مشاهده می کنید را رسم کنید. (۰/۷۵ نمره)



رو به رو



چپ



بالا