

نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

آزمون ترم اول

نام درس: گسسته  
 نام دبیر: آقای عبدالهیان  
 تاریخ امتحان: ۲۲ / ۱۰ /  
 ساعت امتحان: ۱۱:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۶۰ دقیقه

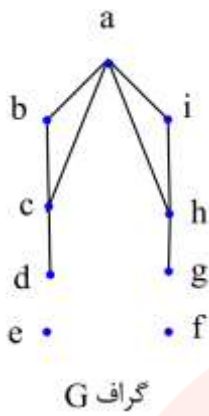
محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
	نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
۱/۵	۱	گزاره درست را اثبات کنید و برای گزاره نادرست مثال نقض ارائه کنید. الف) حاصلضرب هر دو عدد گنگ عددی گنگ است. ب) اگر عددی بر ۳ بخش پذیر نباشد مربع آن را می توان به صورت $3k + 1$ نوشت.
۲	۲	اگر $x$ و $y$ اعداد حقیقی باشند ثابت کنید: $\frac{x+y}{4x-y} \geq \frac{y}{2x}$
۲	۳	اگر $a \in \mathbb{Z}$ و $a \mid 11x + 2$ و $a \mid 3x - 1$ ثابت کنید $a = 1$ یا $a = 17$ .
۲	۴	باقیمانده تقسیم عدد $a$ بر ۷ برابر ۳ و بر ۸ برابر ۵ است باقیمانده تقسیم $a$ بر ۵۶ چند است؟
۱	۵	حاصل $[(403, 341), 77]$ چند است؟
۲	۶	باقیمانده تقسیم عدد $12 + 3^{101}$ بر عدد ۱۳ چند است؟
۱	۷	اگر اولین روز سالی چهارشنبه باشد ۱۵ آبان همان سال چه روزی از هفته است؟
۲	۸	معادله هم نهشتی $5x \equiv 3 \pmod{13}$ را حل کنید؟
۱/۵	۹	با وزنه های ۴ و ۷ کیلوگرمی می خواهیم وزنه ای به جرم ۴۳ کیلوگرم را وزن کنیم بطوریکه وزنه ها در یک کفه ترازو قرار گیرند اینکار به چند طریق امکان پذیر است؟
۲/۵	۱۰	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید: الف) به تعداد یال های متصل به هر راس ..... آن راس گفته می شود. ب) گراف $G$ از مرتبه ۱۶ است در این گراف تعداد رئوس فرد ..... و تعداد رئوس زوج ..... است. پ) اندازه هر گراف کامل از مرتبه $P$ برابر ..... است. ت) گراف $G$ را همبند می نامیم هرگاه بین هر دو راس دلخواه از آن حداقل ..... وجود داشته باشد.

گراف  $G$  به صورت زیر تعریف شده است به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) مرتبه و اندازه گراف  $G$  چقدر است؟

ب)  $\deg_G^h$  و  $N_G(a)$  و  $N_G[c]$

پ) یک دور به طول ۳ و یک مسیر به طول ۵ در این گراف بنویسید.



موفق باشید - امیرحسین عبداللهیان

# مای دررس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



نام درس: گسسته  
 نام دبیر: آقای عبدالهیان  
 تاریخ امتحان: ۲۲ / ۱۰ / ۱۰  
 ساعت امتحان: ۱۱:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۶۰ دقیقه

کلید سؤالات میان ترم اول

بارم	پاسخ سوالات	ردیف
	<p>الف) <math>x = \sqrt{2} \in Q^c, y = \sqrt{8} \in Q^c \Rightarrow x \times y = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4 \in Q</math></p> <p>(ب)</p> <p><math>3 \nmid a \rightarrow a \neq 3k \rightarrow</math></p> $\begin{cases} a = 3k + 1 \rightarrow a^2 = 9k^2 + 6k + 1 \rightarrow a^2 = 3(3k^2 + 2k) + 1 \rightarrow a^2 = 3k' + 1 \\ a = 3k + 2 \rightarrow a^2 = 9k^2 + 12k + 4 \rightarrow a^2 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1 \rightarrow a^2 = 3k'' + 1 \end{cases}$ <p style="text-align: center;">↓ ۳ + ۱</p> <p>می دانیم که اگر عددی بر ۳ بخش پذیر نباشد پس باقیمانده آن بر ۳ برابر ۱ یا ۲ است یعنی به صورت <math>3k + 1</math> و <math>3k + 2</math> می توان آن را نوشت.</p>	۱
	$\frac{x+y}{4x-y} \geq \frac{y}{2x} \Leftrightarrow 2x(x+y) \geq y(4x-y) \Leftrightarrow 2x^2 + 2xy \geq 4xy - y^2$ $\Leftrightarrow 2x^2 + 2xy - 4xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2xy + y^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + (x^2 - 2xy + y^2) \geq 0$ <p style="text-align: center;">↓ <math>x^2 + x^2</math></p> <p><math>\Leftrightarrow x^2 + (x-y)^2 \geq 0</math> همواره درست</p>	۲
	$\left. \begin{array}{l} a \mid 11x + 2 \xrightarrow{\times 3} a \mid 33x + 6 \\ a \mid 3x - 1 \xrightarrow{\times 11} a \mid 33x - 11 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کم}} a \mid 17 \rightarrow a = 1 \text{ یا } a = 17$	۳
	$\left. \begin{array}{l} a = 7q + 3 \xrightarrow{\times 8} 8a = 56q + 24 \\ a = 8q' + 5 \xrightarrow{\times 7} 7a = 56q' + 35 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{کم}} a = 56(q - q') - 11 \rightarrow$ <p style="text-align: right;"><math>q'' \quad -56 + 45</math></p> <p><math>a = 56q'' - 56 + 45 \rightarrow a = 56(q'' - 1) + 45 \rightarrow a = 56k + \boxed{45} \rightarrow</math> باقیمانده</p> <p style="text-align: center;">k</p>	۴

ادامه پاسخ سوالات

ردیف

بارم

$$403 = 13 \times 31$$

$$\Rightarrow (403, 341) = 31 \rightarrow [31, 7 \times 11] = 7 \times 11 \times 31 = 2387$$

$$341 = 11 \times 31$$

۵

$$\left. \begin{array}{l} 3^3 = 27 \\ 2 \times 13 = 28 \end{array} \right\} \rightarrow 3^3 \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{99} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{101} \equiv 9 \xrightarrow{+12} 3^{101} + 12 \equiv 21$$

$$\rightarrow 3^{101} + 12 \equiv \boxed{8} \rightarrow \text{باقیمانده}$$

۶

ابتدا جدولی درست می‌کنیم که در آن چهارشنبه را برابر صفر قرار می‌دهیم و یک هفته کامل را عدد گذاری می‌کنیم و سپس از روز داده شده تا روز خواسته شده تعداد روزها را محاسبه می‌کنیم به غیر از روز اول و عدد حاصل را بر ۷ تقسیم کرده و باقیمانده از جدول مشخص می‌کند که چند شنبه است.

سه‌شنبه	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	جمعه	پنج‌شنبه	چهارشنبه
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

آبان مهر شهریور مرداد تیر خرداد اردیبهشت

$$\text{سه شنبه است} \rightarrow 30 + 31 + 31 + 31 + 31 + 31 + 30 + 15 = 230 \equiv 6 \pmod{7}$$

فروردین

۸

$$5x \equiv 3 \pmod{13} \xrightarrow{\times 3} 15x \equiv 9 \pmod{13} \rightarrow \cancel{13x} + 2x \equiv \cancel{13} - 4 \rightarrow 2x \equiv -4 \pmod{13} \xrightarrow{\div 2} x \equiv -2 \pmod{13}$$

$$x \equiv -2 \pmod{13} \rightarrow \boxed{x = 13k - 2}$$

روش اول:

روش دوم:

$$5x \equiv 3 \pmod{13} \xrightarrow{+} 5x \equiv 4 \times 13 + 3 \pmod{13} \rightarrow 5x \equiv 55 \pmod{13} \xrightarrow{\div 5} x \equiv 11 \pmod{13} \rightarrow \boxed{x = 13k + 11}$$

$$\boxed{x = 13k + 11} \text{ یا } \boxed{x = 13k - 2}$$

۹

$$4x + 7y = 43 \rightarrow 4x \equiv 43 \equiv 1 \pmod{7} \rightarrow 4x \equiv 1 \pmod{7} \rightarrow 4x \equiv 8 \pmod{7} \xrightarrow{\div 4} x \equiv 2 \pmod{7} \rightarrow \boxed{x = 7k + 2}$$

$$4(7k + 2) + 7y = 43 \rightarrow 28k + 8 + 7y = 43 \rightarrow 7y = 35 - 28k \xrightarrow{\div 7} \boxed{y = 5 - 4k}$$

$$x \geq 0 \rightarrow 7k + 2 \geq 0 \rightarrow k \geq -\frac{2}{7} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k = 0 \\ k = 1 \end{array} \right.$$

$$y \geq 0 \rightarrow 5 - 4k \geq 0 \rightarrow k \leq \frac{5}{4}$$

به دو طریق امکان پذیر است

ردیف	ادامه پاسخ سوالات	بارم
۱۰	الف) درجه راس ت) یک مسیر ب) زوج - زوج	پ) $\frac{P(P-1)}{2}$
۱۱	الف) $p = q$ ب) $\deg_G^h = 3$ پ) دور به طول ۳: abca	q = 8 $N_G(a) = \{b, c, g, h\}$ $N_G = [c] = \{c, d, a, b\}$ مسیر به طول ۵: dcbagh

# مای دررس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)