

۱ نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل است، نمودار تابع  $y = -f(x - 1)$  را رسم کنید.

۲ اگر چند جمله‌ای  $f(x) = x^2 + ax - 3$  بر  $(x + 1)$  بخش پذیر باشد، باقی مانده تقسیم  $f(x)$  بر  $(x - 2)$  را به دست آورید.

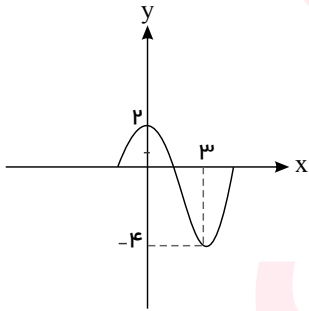
۳ نمودار تابع  $f(x) = (x + 1)^3$  را رسم کنید. این تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟

۴ نمودار تابع زیر را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌هایی صعودی و در چه بازه‌هایی نزولی است؟

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -2 \\ 4 & -2 \leq x \leq 1 \\ -x^2 - 2 & x > 1 \end{cases}$$

۵ اگر  $\log(x + 1) \leq \log(2x - 3)$ ، حدود  $x$  را به دست آورید.

۶ نمودار تابع  $f(x) = a \cos bx + c$  بصورت زیر است، ضابطه این تابع را بیابید.



۷ اگر دوره تناوب  $f(x) = 3 \cos(mx) + 4$  برابر با  $\frac{\pi}{5}$  باشد، دوره تناوب تابع  $g(x) = -\cos(m + 2)x$  را بیابید. ( $m > 0$ )

۸ درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.

الف) مینیمم تابع  $y = -3 \cos(\pi x) + 2$  برابر با یک است.

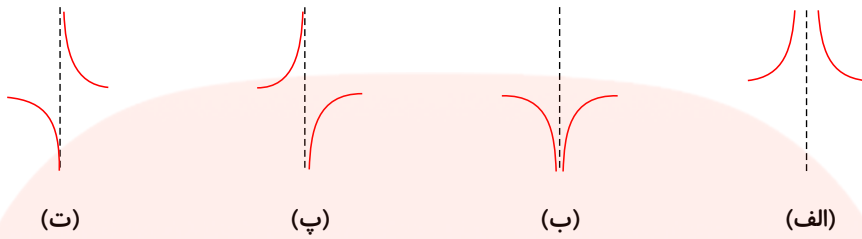
ب) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.

۹ معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید.

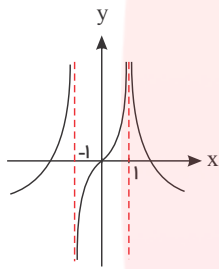
الف)  $2 \cos^2 3x + \cos 3x = 0$

ب)  $\sin 5x + \cos 3x = 0$

کدام شکل زیر وضعیت نمودار تابع  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 1}$  را در همسایگی  $x = 1$  نمایش می دهد؟ چرا؟



۱۱) نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. حاصل حدهای زیر را بیابید.



الف)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left[ \frac{-1}{f(x)} \right]$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{-1}{f(x)} \right]$

ج)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left[ \frac{x}{f(x)} \right]$

۱۲) حاصل حدود زیر را به دست آورید.

الف

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{t^2 + 1}{t^3 - 2t^2 + 1}$$

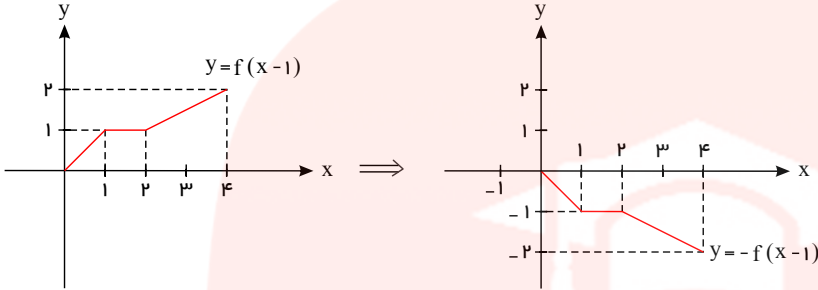
# مای دررس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

## پاسخنامه تشریحی

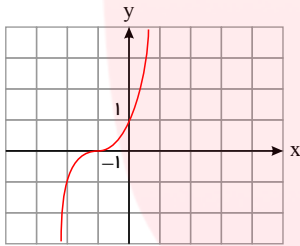
۱) برای رسم  $y = -f(x-1)$  نمودار  $y = f(x)$  را ابتدا یک واحد به سمت راست منتقل کرده و سپس نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم.



۲) چون  $f(x)$  بر  $(x+1)$  بخش پذیر است پس باقی مانده تقسیم صفر است.

$$f(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a - 3 = 0 \Rightarrow a = -2$$

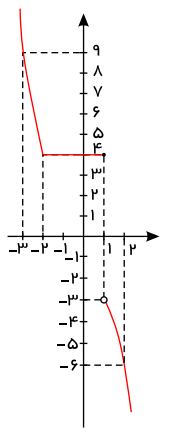
$$f(2) = 4 - 4 - 3 = -3$$



۳) رای رسم نمودار تابع ابتدا نمودار  $y = x^3$  را رسم می‌کنیم سپس آن را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم. تابع اکیداً صعودی است.

۴

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -2 \\ 4 & -2 \leq x \leq 1 \\ -x^2 - 2 & x > 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l|l} -2 & -3 \\ 4 & 9 \\ 1 & 2 \\ -3 & -6 \end{array}$$



اکیداً نزولی  $\rightarrow (-\infty, -2]$

نزولی  $\rightarrow (-\infty, 1]$

هم صعودی و هم نزولی  $\rightarrow$  تابع ثابت  $\rightarrow [-2, 1]$

اکیداً نزولی  $\rightarrow (1, +\infty)$

نزولی  $\rightarrow D_f = \mathbb{R}$

مای دارس  
گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

با توجه به اکیداً صعودی بودن  $\log(x+1) \leq \log(2x-3) \rightarrow x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow x \geq 4$

۵) تفاضل طول نقاط ماکزیمم و مینییم متوالی برابر با نصف دوره تناوب است.

$$\frac{T}{2} = 3 \Rightarrow T = 6 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{\pi}{3} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{\pi}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} \max f &= |a| + c = 2 \\ \min f &= -|a| + c = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \rightarrow |a| = 3 \xrightarrow{a > 0} a = 3$$

$$f(x) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) - 1$$

7

می‌دانیم:  $f(x) = a \cos bx + c$  و  $f(x) = a \sin bx + c \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$

$$f(x) = 3 \cos(mx) + 4 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{m} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow m = 10$$

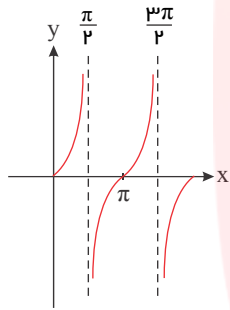
$$\Rightarrow g(x) = -\cos 12x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

الف) نادرست - می‌دانیم تابع  $y = a \cos bx + c$  دارای مقدار ماکزیمم  $|a| + c$  و مقدار مینیمم  $-|a| + c$  است. پس داریم:

$$\text{مقدار مینیمم} = -| -3 | + 2 = -1$$

ب) نادرست

زیرا همان‌طور که در شکل مشخص است تابع تناوبی در یک دوره تناوب خود صعودی است، نه در دامنه.



9

نکته:  $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$

نکته:  $\cos u = \cos v \Rightarrow u = 2k\pi \pm v$

الف)  $2 \cos^2 3x + \cos 3x = 0 \Rightarrow \cos 3x(2 \cos 3x + 1) = 0 \Rightarrow \cos 3x = 0, \cos 3x = -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 3x = 0 \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ \cos 3x = -\frac{1}{2} = -\cos \frac{\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \cos 3x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{2\pi}{9}$$

ب)  $\sin 5x + \cos 3x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\sin 5x \Rightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 5x\right)$

$$3x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} + 5x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + 5x \Rightarrow -2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = -k\pi - \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - 5x \Rightarrow 8x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} - \frac{\pi}{16} \end{cases}$$

10) باید حد تابع را در  $x = 1$  بررسی کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{(x-1)^2} = \frac{1}{(1-\varepsilon-1)^2} = \frac{1}{+\varepsilon^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{(x-1)^2} = \frac{1}{(1+\varepsilon-1)^2} = \frac{1}{\varepsilon^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

جواب مورد الف) است.

11

مای داریس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \left[ \frac{-1}{f(x)} \right] = \left[ \frac{-1}{+\infty} \right] = [0^-] = -1$

ب)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{-1}{f(x)} \right] = \left[ \frac{-1}{+\infty} \right] = [0^-] = -1$

ج)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left[ \frac{x}{f(x)} \right] = \left[ \frac{-1}{-\infty} \right] = [0^+] = 0$

الف

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^r + 1}{t^r - 2t^r + 1} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^r}{t^r} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} = \frac{1}{-\infty} = 0$$

مای دررس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)