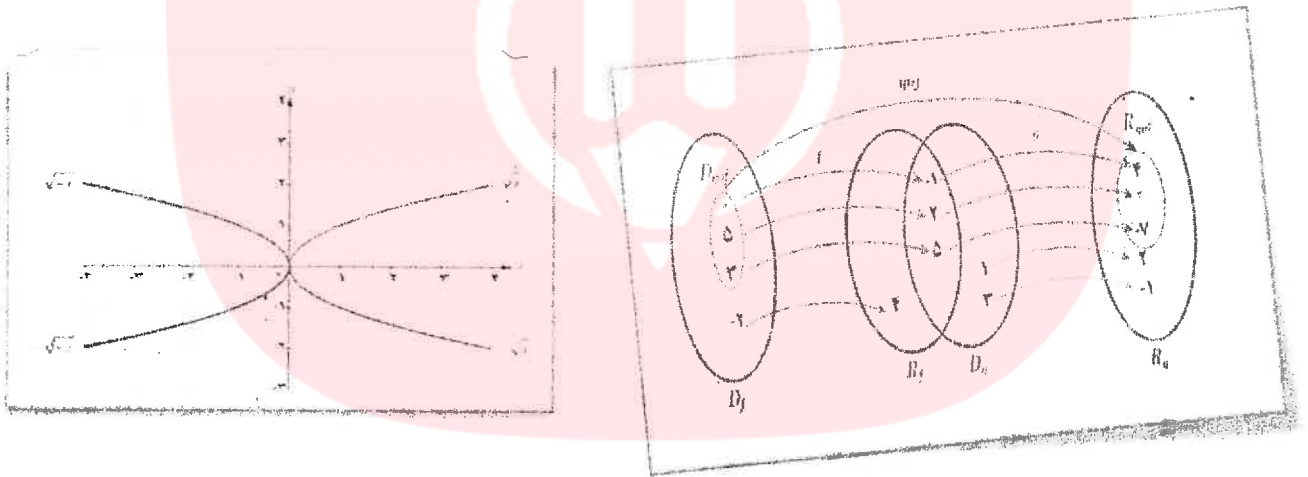


# • فصل اول

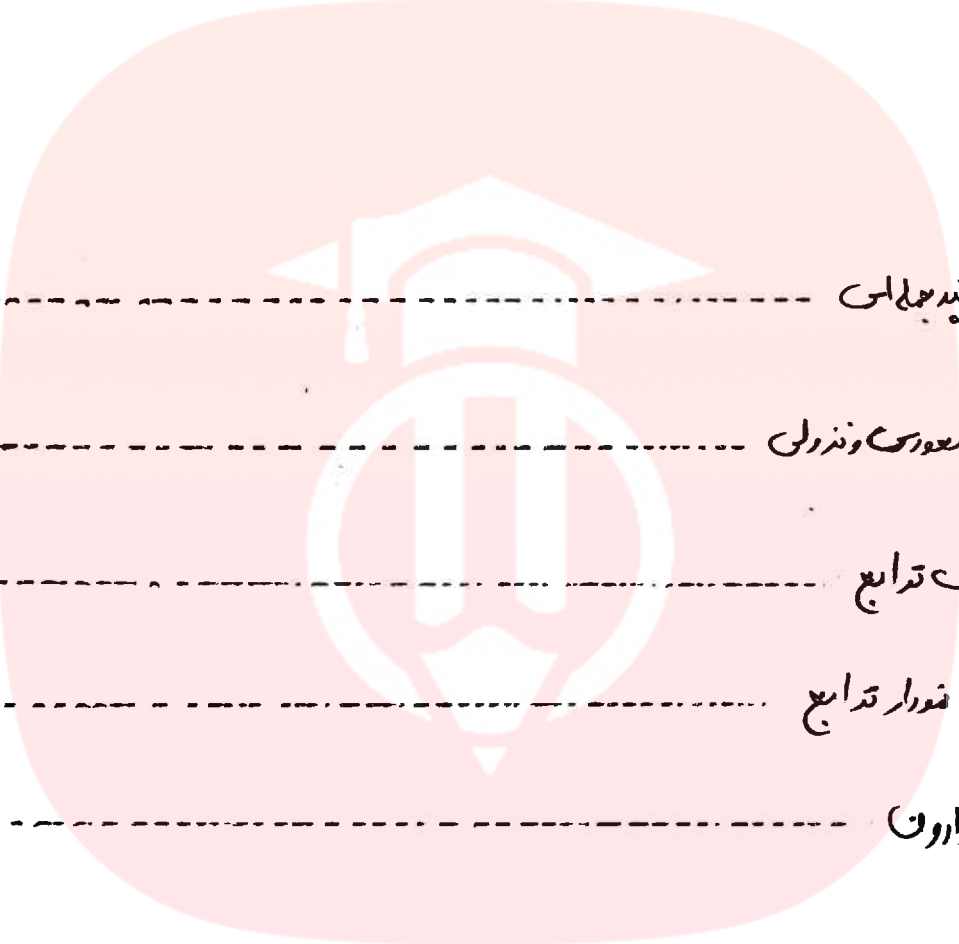
# تایم



# مای دارس

گروه آموزشی عصر

[www.maydars.ir](http://www.maydars.ir)

- 
- ۱) تابع چند جمله‌ای
- ۲) تابع صعودی و نزولی
- ۳) ترکیب تابع
- ۴) تبدیل نمودار تابع
- ۵) تابع وارون
- ۳
- ۱۳
- ۳۳
- ۵۳
- ۷۳

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



تمرین (۷): درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف: تابع  $f(x) = 2x^3 - x^4 + 2$  یک تابع چندجمله‌ای درجه ۴ است.

ب: تابع  $f(x) = x^2 - \sqrt{x} - x$  یک تابع چندجمله‌ای درجه ۲ است.

پ: عبارت  $f(x) = (x^2 - 3)(4x + 1)^3$  یک تابع چندجمله‌ای درجه ۵ است.

نکته: دامنهٔ توابع چندجمله‌ای برابر  $\mathbb{R}$  است.

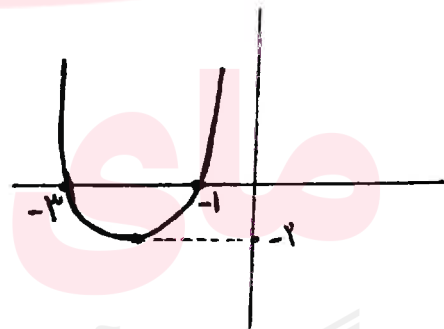
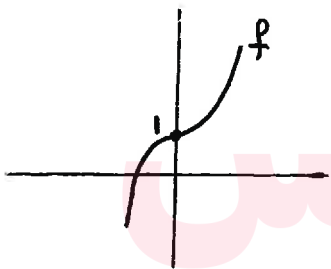
$$f(x) = 2x^3 - 2x + 1 \rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = 1 - 2x^3 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

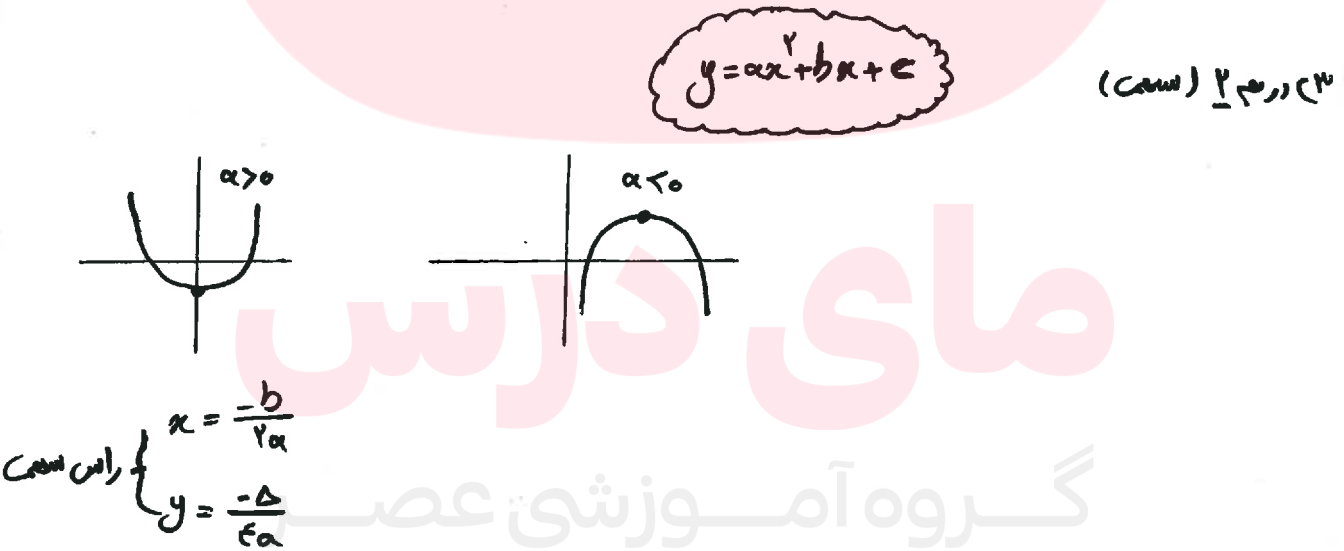
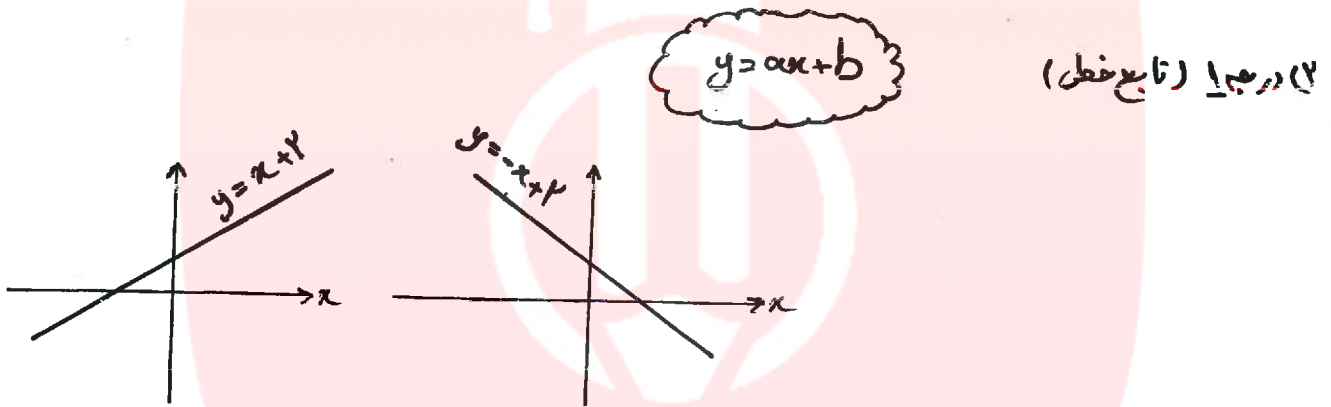
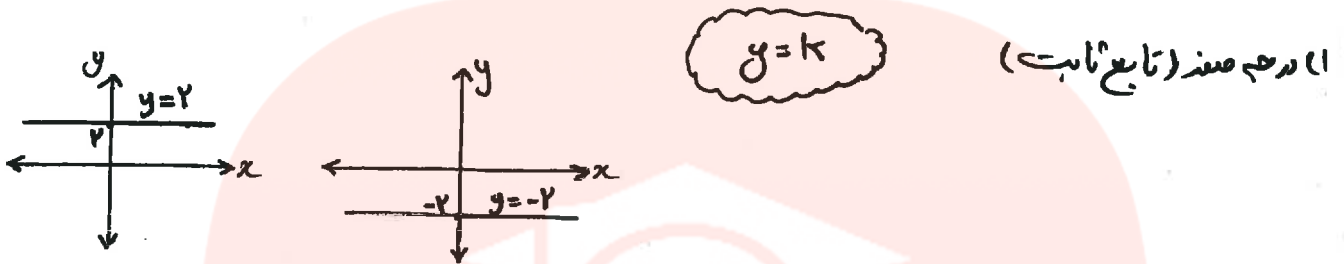
نکته: اگر توابع چندجمله‌ای درجه  $n$  برابر  $R$  است، آن‌ها در توابع چندجمله‌ای زوج  $[a, +\infty)$  یا  $(-\infty, a]$  است.

$$f(x) = x^3 + 1 \rightarrow D_f = \mathbb{R} \quad f_{\text{بر}} = \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 3 \rightarrow D_f = \mathbb{R} \quad f_{\text{بر}} = [-2, +\infty)$$



انواع تابع چندجمله‌ای:



مای دارس  
گروه آموزشی عصا

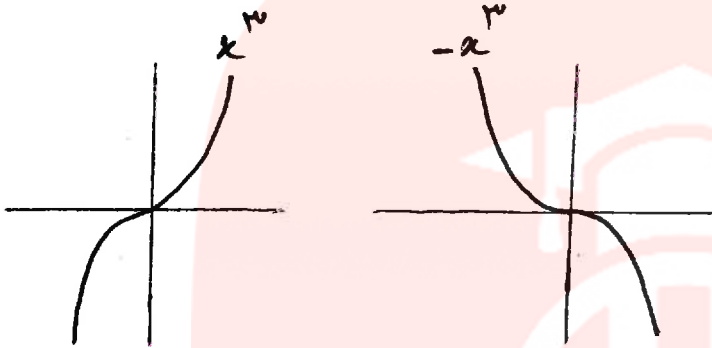
[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

تابع درجه ۳ (تابع لرد):

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

فرد کلی تابع درجه ۳ صورت مقابل است ←

رابطه و برد عددی برابر  $\mathbb{R}$  هستند.

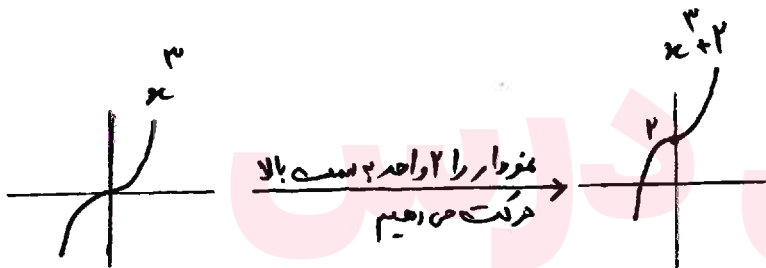


انتقال تابع  $y = x^3$  و  $y = -x^3$ :

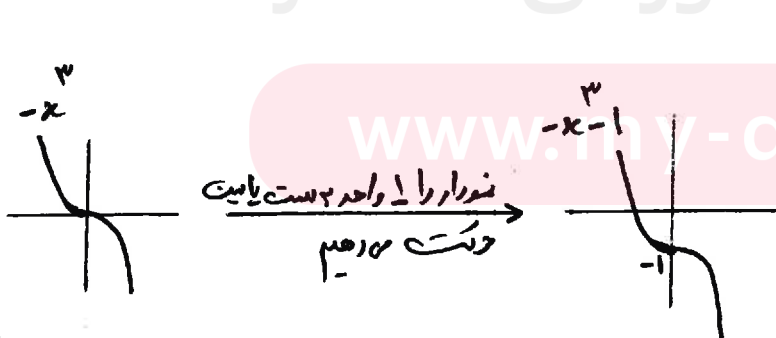
$$x^3 + k \leftarrow \text{تابع } x^3 \text{ با افزایش } k \text{ واحد بالایی رود.}$$

۱) انتقال عمودی

$$x^3 - k \leftarrow \text{تابع } x^3 \text{ با افزایش } k \text{ واحد پایینی رود.}$$



مثال ۱: مقدار تابع  $y = x^3 + 2$  را رسم کنید.



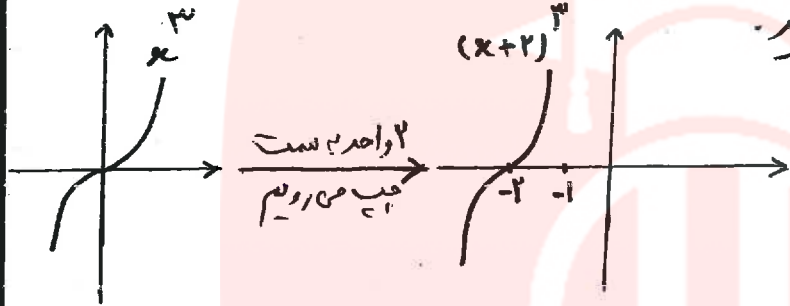
مثال ۲: مقدار تابع  $y = -x^3 - 1$  را رسم کنید.

www.my-dars.ir

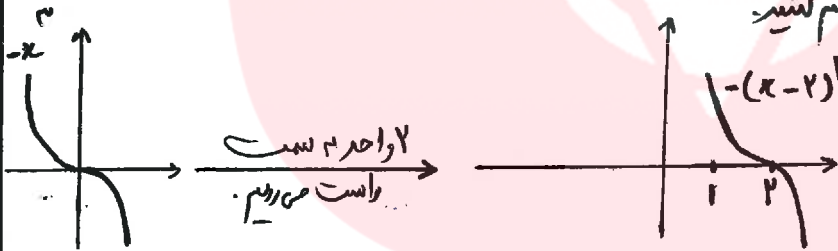
۲) انتقال افقی |  $(x+k)^3$  ← نمودار  $x^3$  با اندازه  $k$  واحد به سمت چپ حرکت می‌کند.  
 $(x-k)^3$  ← نمودار  $x^3$  با اندازه  $k$  واحد به سمت راست حرکت می‌کند.

توسکم هر چی برعکس

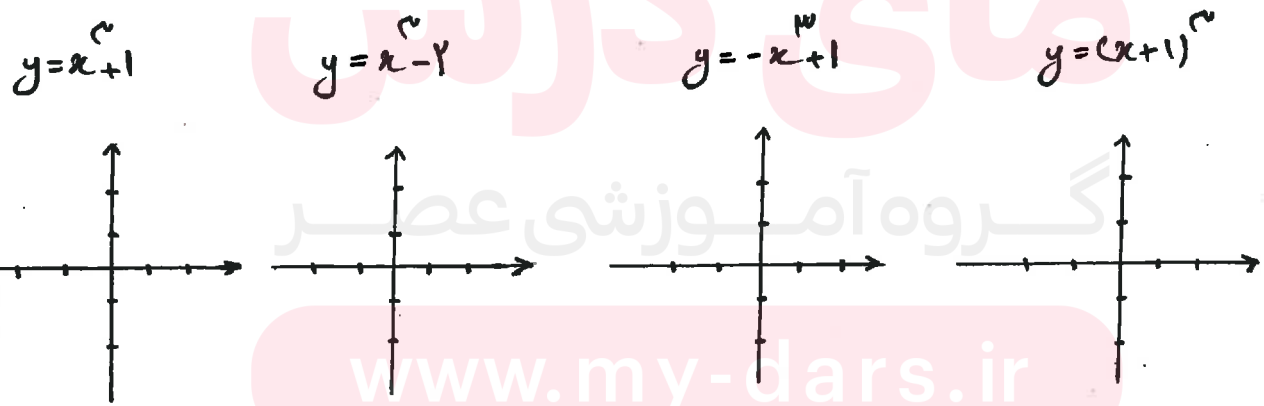
مثال ۱: نمودار تابع  $y = (x+2)^3$  را رسم کنید.



مثال ۲: نمودار تابع  $y = -(x-2)^3$  را رسم کنید.



تمرین ①: نمودار هر یک از توابع زیر را با استفاده از  $y = x^3$  رسم کرده و رانج و بردار آنها را مشخص کنید.

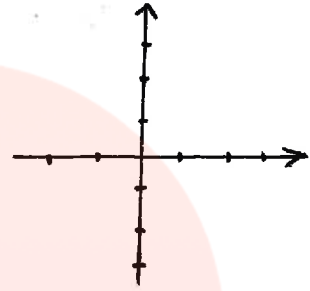
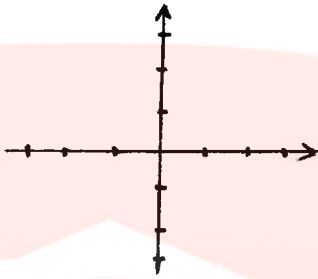
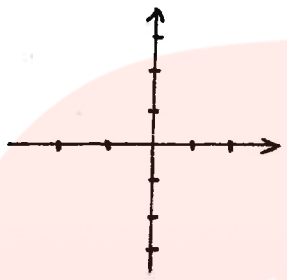
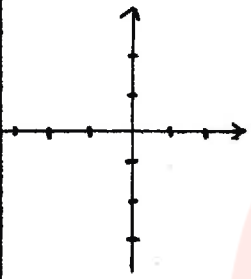


$$y = (x+2)^3$$

$$y = -(x-1)^3$$

$$y = -(x+3)^3$$

$$y = 2 - (x-1)^3$$

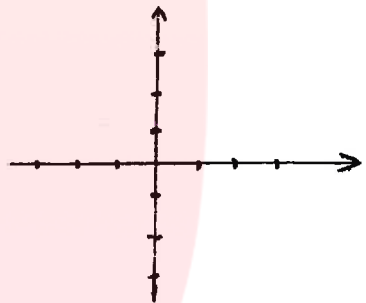
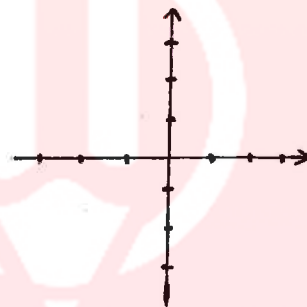
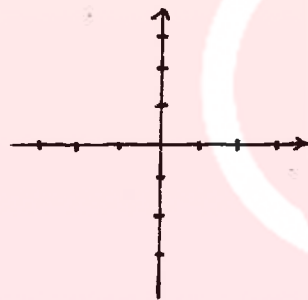
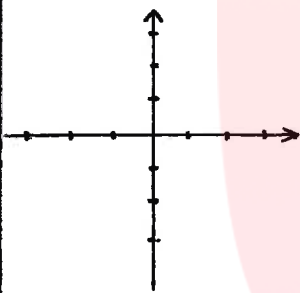


$$y = (x+2)^3 + 1$$

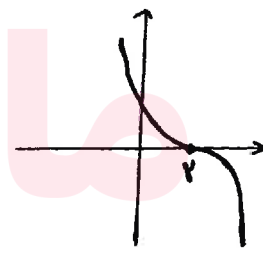
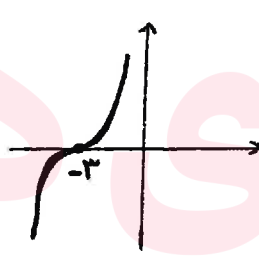
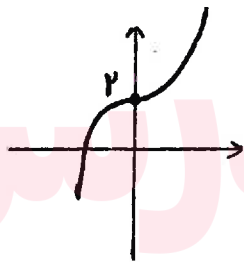
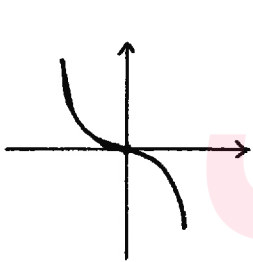
$$y = (x-1)^3 + 2$$

$$y = -1 - (x+1)^3$$

$$y = -(x+2)^3 - 1$$



تمرین ۲) اضایع مربوطه به حرکت از مقدار خاصی داده شده را بنویسید.

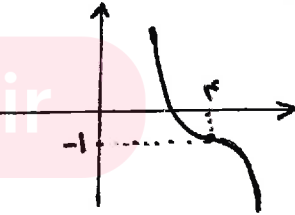
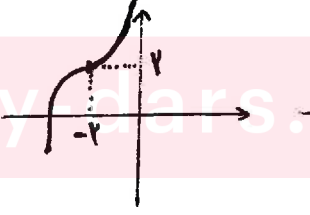
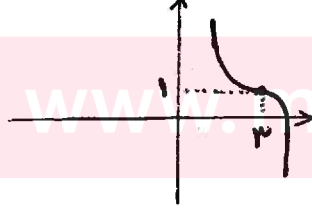
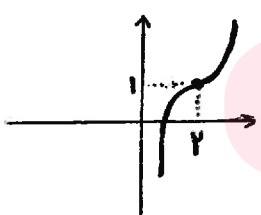


$$y = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$



$$y = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

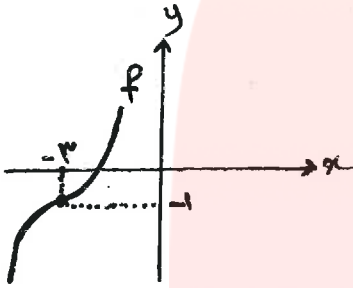
$$y = \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$



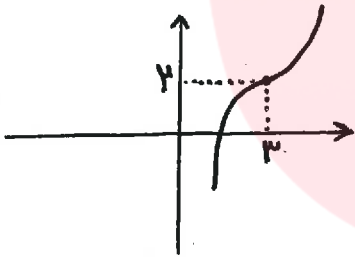
تمرین ۳: نمودار تابع  $f(x) = 3 - (x+1)^3$  از کدام ناحیه ریشه افتضات عبور می کند؟

تمرین ۴: شکل مقابل مربوط به تابع  $f$  است حاصل  $f(-1) - f(0)$  کدام است؟



ب این نمودار محور  $x$  ما را در چه نقطه ای قطع می کند؟

تمرین ۵: نمودار تابع با ضرایب  $f(x) = (x-\alpha)^3 + b$  را مشاهده است حاصل  $b + \alpha$  کدام است؟



تمرین ۶: نمودار تابع  $y = x^3$  را ابتدا ۲ واحد سمت چپ و سپس ۳ واحد سمت بالا حرکت می دهیم و آن را  $f(x)$  می نامیم، حاصل  $f(1)$  را بیابید.

تمرین ۷: نمودار تابع  $f(x) = 2 - x^3$  را ابتدا ۱ واحد سمت راست و سپس ۲ واحد سمت پایین منتقل می کنیم و آن را  $g(x)$  می نامیم. معادله  $g(x)$  را بنویسید.

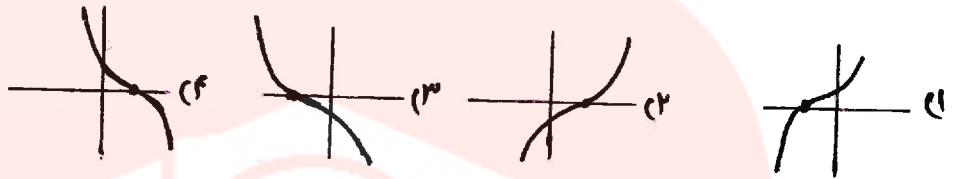
[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

تمرین ۸: اگر تابع  $f(x) = (a-1)x^5 + ax^4 - (b-2)\sqrt{x} + 4$  یک تابع غیر جبری از درجه ۴ باشد حاصل  $b + a$  را بیابید.

تمرین ۹) اگر بردار تابع  $f(x) = (2\alpha - 1)x^4 - x^2 + 5$  برابر ۱۴ باشد مقدار  $\alpha$  را بیابید.

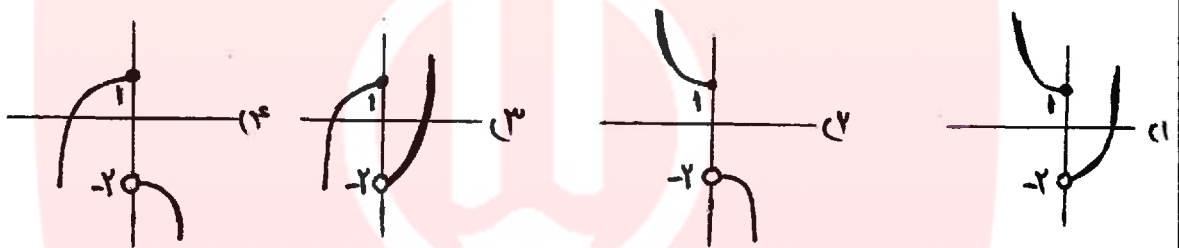
(خطی سبز)

تمرین ۱۰) تعداد تابع  $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 2x + 1$  چند کدام نفع است؟



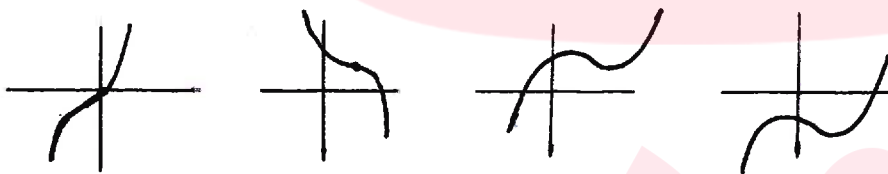
(خطی سبز)

تمرین ۱۱) تعداد تابع  $f(x) = \begin{cases} x-2 & x > 0 \\ 3 & x = 0 \\ -x+1 & x < 0 \end{cases}$  کدام است؟



نکته: تعداد ریشه های تابع درجه ۳:

۱- ریشه داشته باشد ←



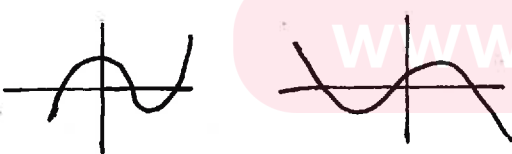
۲- ریشه نداشته باشد ←



$$f(x) = (x-3)(x^2 - 4x + 4)$$

یک ریشه مختلف  $\Delta = 0$  ←  
 یک ریشه سه گانه ←

۳- ریشه داشته باشد ←



$$f(x) = (x-2)(x^2 - 3x + 2)$$

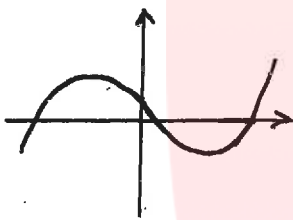
۲ ریشه دارد  $\Delta > 0$  ←  
 یک ریشه سه گانه دارد ←

خرم ایفهم، بدونیدک:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$a \rightarrow$  بازگشت مفرار  
 $b \rightarrow$  جهت تغییر در عرض از مبدأ  
 $c \rightarrow$  شیب در نقطه عرض از مبدأ  
 $d \rightarrow$  عرض از مبدأ

تقریب ۱۲: در نمودارهای زیر که مربوط به ضرایب  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  است علامت ضرایب  $a$  تا  $d$  را مشخص کنید.



مشخص کنید

تقریب ۱۳: نمودار تابع  $y = x^3 - 3x^2 + 3x$  از کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور نمی کند؟ (حالت سبز)

۲۴ دوم و چهارم

۲۳ سوم و چهارم

۲۲ دوم و سوم

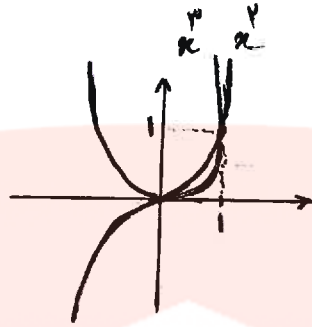
۲۱ اول و سوم

مای دارس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

مقایسه رفتار  $x^2$  و  $x^3$ :



\* در بازه  $(-\infty, 0)$   $x^2$  بالاتر است.

\* در بازه  $(0, 1)$   $x^2$  بالاتر است.

\* در بازه  $(1, +\infty)$   $x^3$  بالاتر است.

$x$  در نقاط  $(0, 0)$  و  $(1, 1)$  محدودیت را قطع می‌کند.

تمرین ۱۳) رفتار  $x^3$  در بازه  $[\alpha, -\infty)$  بالاتر از رفتار  $x^2$  قرار ندارد. بیشترین مقدار  $\alpha$  کدام است؟

(آب‌تلیس)

۴) عرض قطب را بنویسید

۳) -۱

۲) ۱

۱) صفر

مای دارس

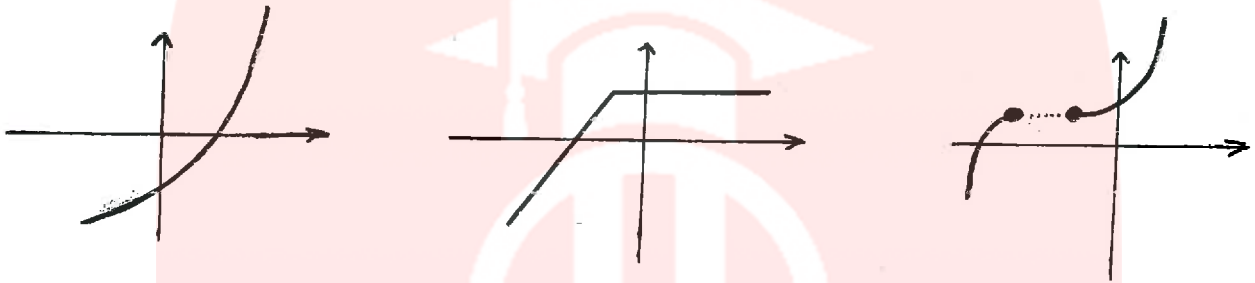
گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

صفحه ۲ تا ۱۵ کتاب درسی

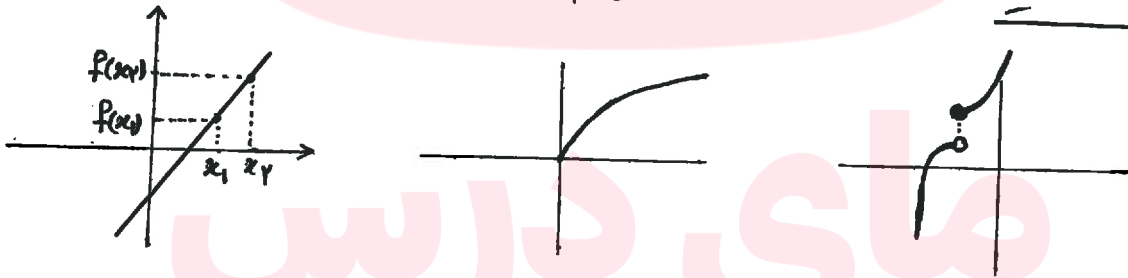
۲۲ تابع صعودی و نزولی:

۱- تابع صعودی: بازدار شدن مقدار  $x$ ، مقدار  $y$  هم زیاد می شود یا ثابت می ماند.



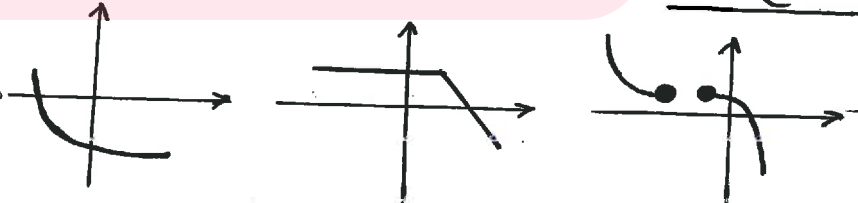
$$x_1 < x_2 \longrightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

۲- تابع صعودی اکید: بازدار شدن مقدار  $x$ ، مقدار  $y$  هم زیاد می شود.



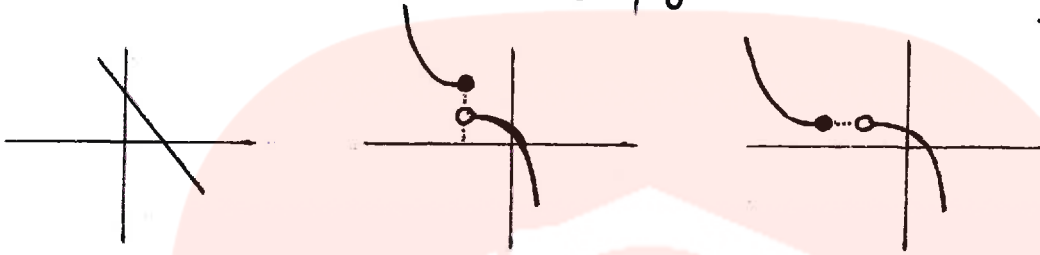
$$x_1 < x_2 \longrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

۳- تابع نزولی: بازدار شدن مقدار  $x$ ، مقدار  $y$  کم می شود یا ثابت می ماند.



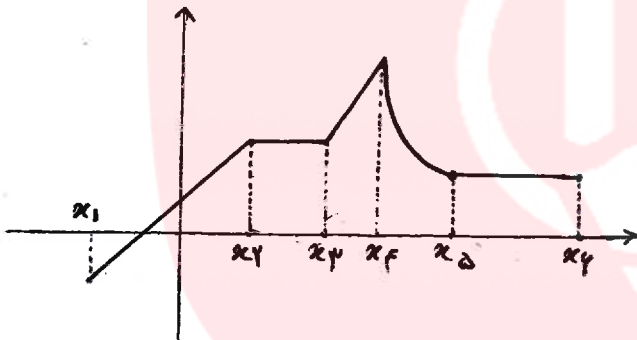
$$x_1 < x_2 \longrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

۴. تابع نزولی آکید: باز یار ستن مقار  $x_1$ ، مقار  $x_2$  نم ستر.



$x_1 < x_2 \longrightarrow f(x_1) > f(x_2)$

مثال: فنوار زیر مربوط به تابع  $f$  است.



$(x_1, x_2)$  ← صعودی آکید

$(x_2, x_3)$  ← صعودی

$(x_3, x_4)$  ← ثابت

$(x_4, x_5)$  ← نزولی آکید

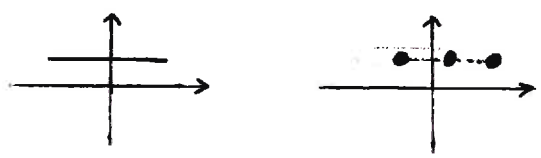
$(x_5, x_6)$  ← نزولی

$(x_2, x_3)$  ← نه صعودی و نه نزولی (غیر کلینوا)

$(x_1, x_4)$  ← نه صعودی و نه نزولی (غیر کلینوا)

این تابع در بازه‌سی

نکته: تابع ثابت هم صعودی محسوب می‌شود و هم نزولی. چون شرط هر دو را دارد.

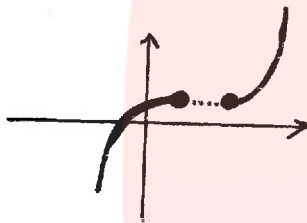


نکته ۲: هر تابع معکوس الیبر، معکوس نوعی تابع معکوس است. این عکس آن همواره درست نیست.

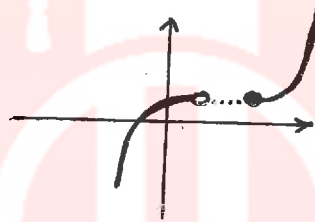
نکته ۳: هر تابع نزولی الیبر نیز نوعی تابع نزولی است. این عکس آن همواره درست نیست.

نکته ۴: با انتقال دادن یک تابع، معکوس و نزولی بودن در تمام  $\mathbb{R}$  پیوسته نیستند.

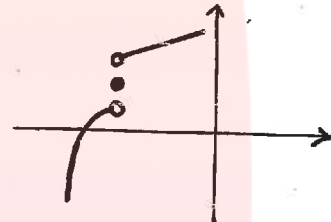
نکته ۵: تشخیص معکوس و نزولی بودن در تمام  $\mathbb{R}$  پیوسته نیستند.



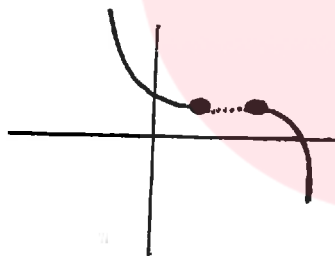
معکوس



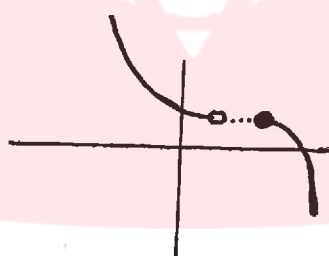
معکوس الیبر



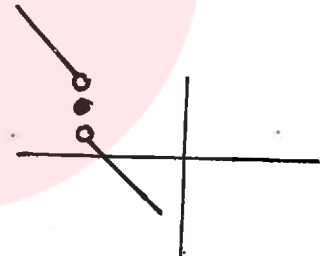
معکوس الیبر



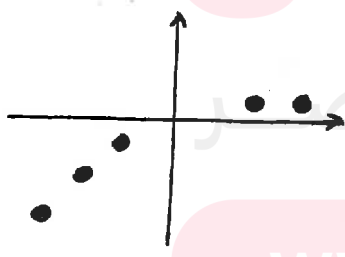
نزولی



نزولی الیبر



نزولی الیبر



معکوس



معکوس الیبر



نزولی





تمرین ۱) دانه تابع  $f = \{(2,2), (3,4), (5, m+2)\}$  تابع اکیدا صعودی باشد هر دو  $m$  را تعیین کنید

تمرین ۲) دانه تابع  $f = \{(1,2), (4,-2), (3, m^2-5)\}$  از اس فند مقدار صبیح  $m$  تابع نزولی است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) صبیح مقدار

۴) ۳

تمرین ۳) دانه  $f = \{(1, 3\alpha+1), (-1, \alpha+1), (2, 4\alpha+3)\}$  تابع صعودی باشد مقادیر  $\alpha$  در کدام بازه است؟

(مخالی نسبی)

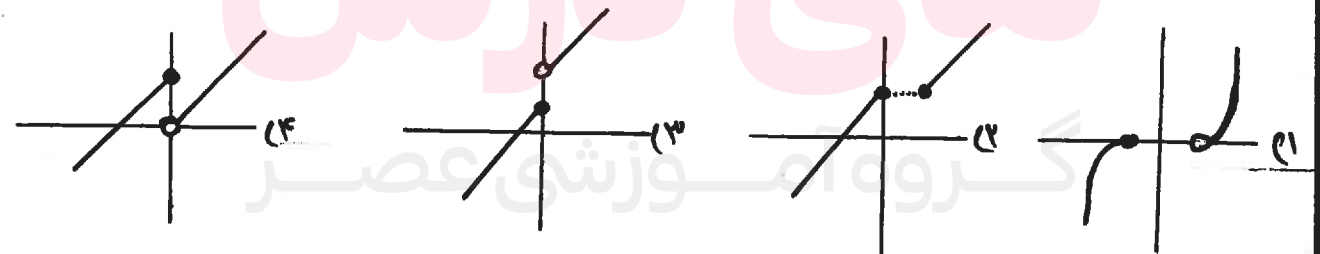
۱)  $(-\infty, 0]$

۲)  $(-\infty, 0)$

۳)  $[0, +\infty)$

۴)  $(0, +\infty)$

تمرین ۴) کدام فندار زیر صعودی است و این اکیدا صعودی نیست؟



تمرین ۵) دانه تابع  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 0 \\ -x^2 & x > 0 \end{cases}$  چگونه است؟

۴) ابتدا نزولی و سپس صعودی

۳) ابتدا صعودی و سپس نزولی

۲) اکیدا نزولی

۱) اکیدا صعودی

تدریس ۹، اگر تابع  $f$  در  $[a, b]$  اکثراً صعودی باشد آنگاه  $f$  در این بازه صعودی خواهد بود....

۱) عدد  $a$  در یک نقطه تقاطع می‌کند.

۲) دقیقاً در یک نقطه تقاطع می‌کند.

(آنزیرین تابعی)

۳) تقاطع نمی‌کند.

۴) حداقل در یک نقطه تقاطع می‌کند.

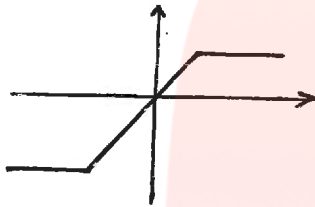
# مای درس

گروه آموزشی عصر

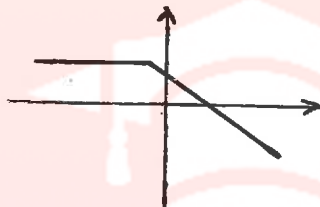
[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

کلیفایم و غیر کلیفایم:

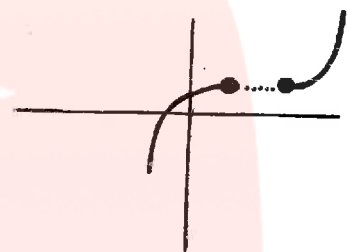
۱۱ تابع کلیفایم: تابعی کہ یا فقط صعودی است یا فقط نزولی



صعودی ← کلیفایم

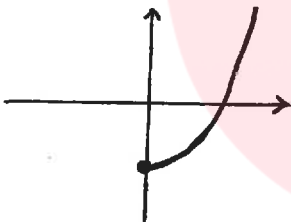


نزولی ← کلیفایم

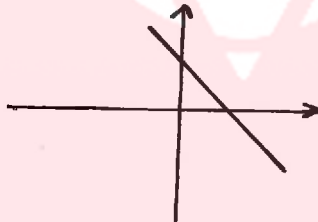


صعودی ← کلیفایم

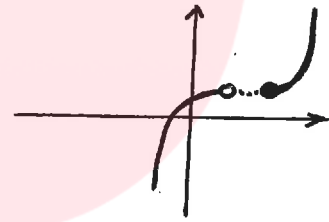
۱۲ تابع اکیدا کلیفایم: تابعی کہ یا صعودی اکیدا است یا نزولی اکیدا



صعودی اکیدا ← اکیدا کلیفایم

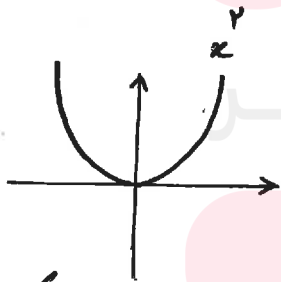


نزولی اکیدا ← اکیدا کلیفایم

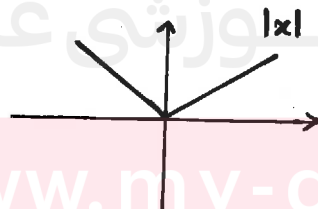


صعودی اکیدا ← کلیفایم

۱۳ تابع غیر کلیفایم: تابعی کہ کلیفایم نیست.



نه صعودی و نه نزولی ← غیر کلیفایم



نه صعودی و نه نزولی ← غیر کلیفایم



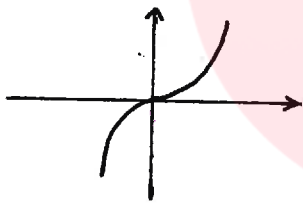
نه صعودی و نه نزولی ← غیر کلیفایم

صعورس ← کینوا	جمع بنبرس
صعورس اکیر ← اکیرا کینوا	
نزولس ← کینوا	
نزولس اکیر ← اکیرا کینوا	
نم صعورس ونف نزولس ← عنبر کینوا	

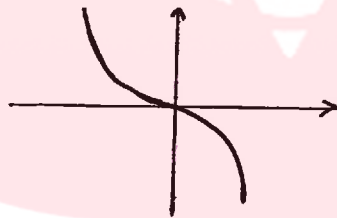
نکته ۱، تابع ثابت هم صعورس محسوب مهسور و هم نزولس ← تابع ثابت تابعی کینوا است.

نکته ۲، تابع اکیرا کینوا نوعی تابع کینوا است.

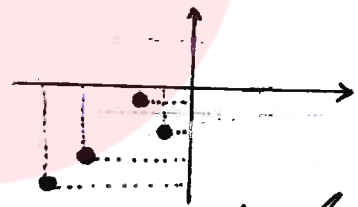
نکته ۳، هر تابع اکیرا کینوا قطعاً یک به یک است و این عکس آن همواره درست نیست



اکیرا کینوا - یک به یک



اکیرا کینوا - یک به یک



عنبر کینوا - یک به یک

# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

تمرین ①: عدد  $m$  را طوری پیدا کنید که  $f$  تابعی اکیدا یکنوا باشد.

$$f = \{(2, 5), (3, 3), (4, 2m+4)\}$$

تمرین ②: عدد  $m$  را طوری پیدا کنید که تابع زیر تابعی یکنوا باشد.

$$g(x) = \{(1, -1), (4, m+1), (2, 5), (5, -2m-5)\}$$

تمرین ③:  $n$  سرالوات زیر پاسخ صحیح دهید.

الف: تابعی رسم کنید اکیدا یکنوا باشد ولی اکیدا صعودی نباشد.

ب: تابعی رسم کنید هم صعودی و هم نزولی باشد.

ج: تابعی رسم کنید در بازه  $(0, +\infty)$  و  $(-\infty, 0)$  اکیدا صعودی باشد ولی در  $\mathbb{R}$  اکیدا صعودی نباشد.

د: فضاها تابعی را بنویسید در دامنه  $\mathbb{Z}$  و  $\mathbb{R}$  اکیدا یکنوا باشد.

(سه تا بیاز)

تمرین ④: کدام یک از توابع زیر، تابعی اکیدا یکنواست؟

۱)  $\{(2, 5), (3, 3), (4, 1)\}$

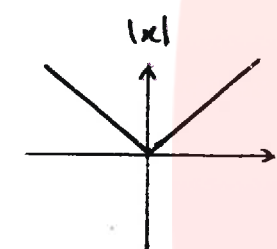
۲)  $\{(2, 5), (3, 5), (4, 2)\}$

۳)  $\{(2, 5), (3, 7), (4, 9)\}$

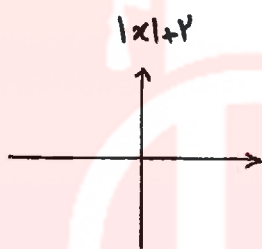
۴)  $\{(2, 5), (3, 2), (4, 0)\}$

③ ③ ③ به عنوان دانش آموز پایه دوازدهم علاوه بر تابع ثابت، خطی، سهمی و تابع زیر را نیز باید بتوانیم رسم کنیم، انتقال دهیم و دامنه و بردار آنها را پیدا کنیم.

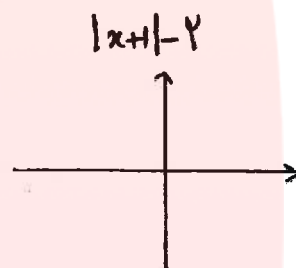
۱۱) تابع  $|x|$



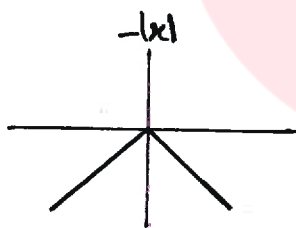
نه صعودی و نه نزولی ← غیر یکنوا  
یک به یک نیست.



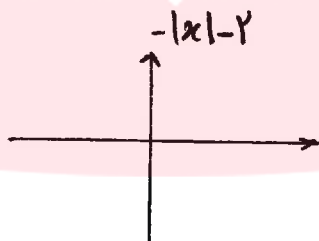
نه صعودی و نه نزولی ← غیر یکنوا  
یک به یک نیست.



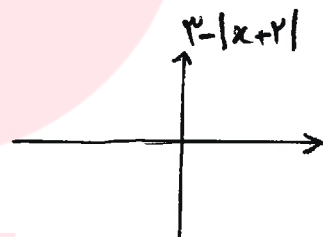
نه صعودی و نه نزولی ← غیر یکنوا  
یک به یک نیست.



نه صعودی و نه نزولی ← غیر یکنوا  
یک به یک نیست.



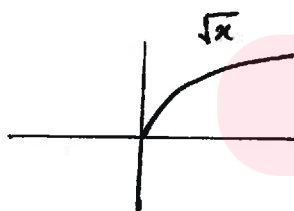
یک به یک نیست



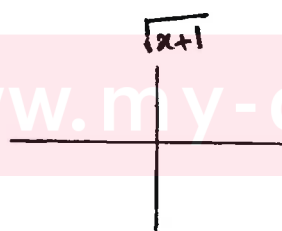
یک به یک نیست

گروه آموزشی عصر

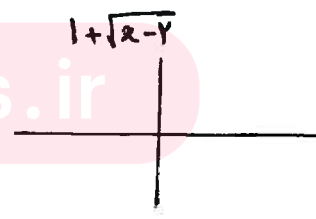
۱۲) تابع  $\sqrt{x}$



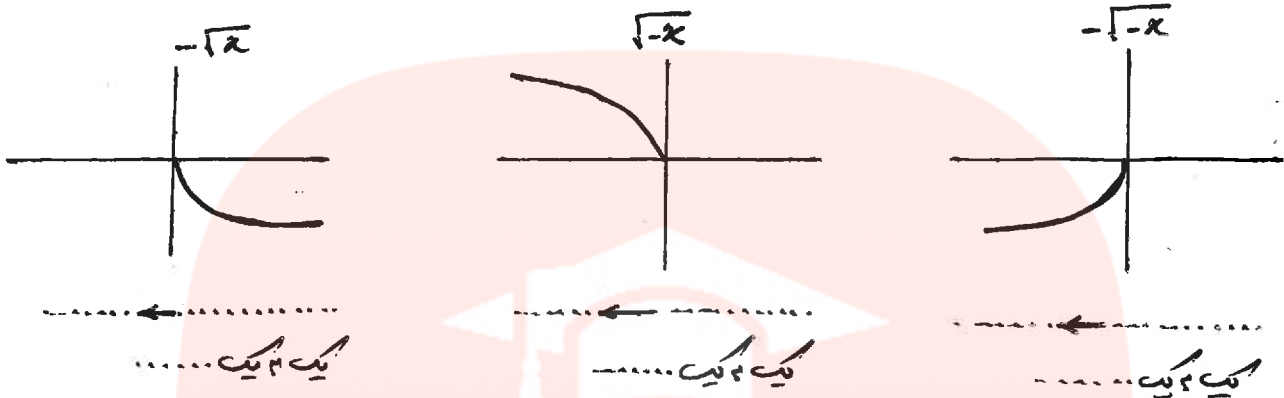
الگیا صعودی ← الگیا یکنوا  
یک به یک است.



یک به یک نیست



یک به یک نیست



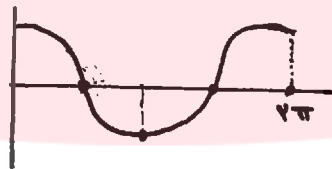
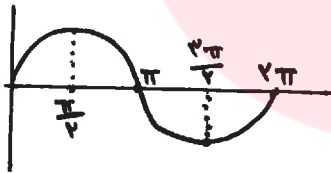
۳) تابع  $\sin x$  :



$\sin x$

$\sin(x + \frac{\pi}{2})$

$\sin(x - \frac{\pi}{2})$

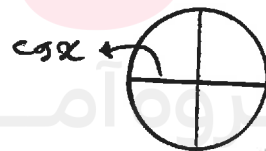


نه صعودی و نه نزولی ← غیر یکپارچه  
یک به یک نیست.

یک به یک ←

یک به یک ←

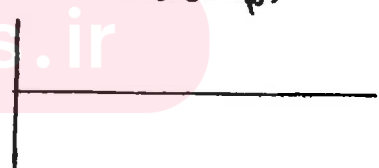
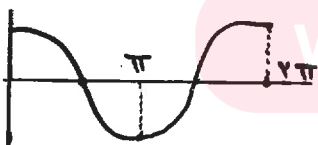
۴) تابع  $\cos x$  :



$\cos x$

$\cos(x + \frac{\pi}{2})$

$\cos(x - \frac{\pi}{2})$

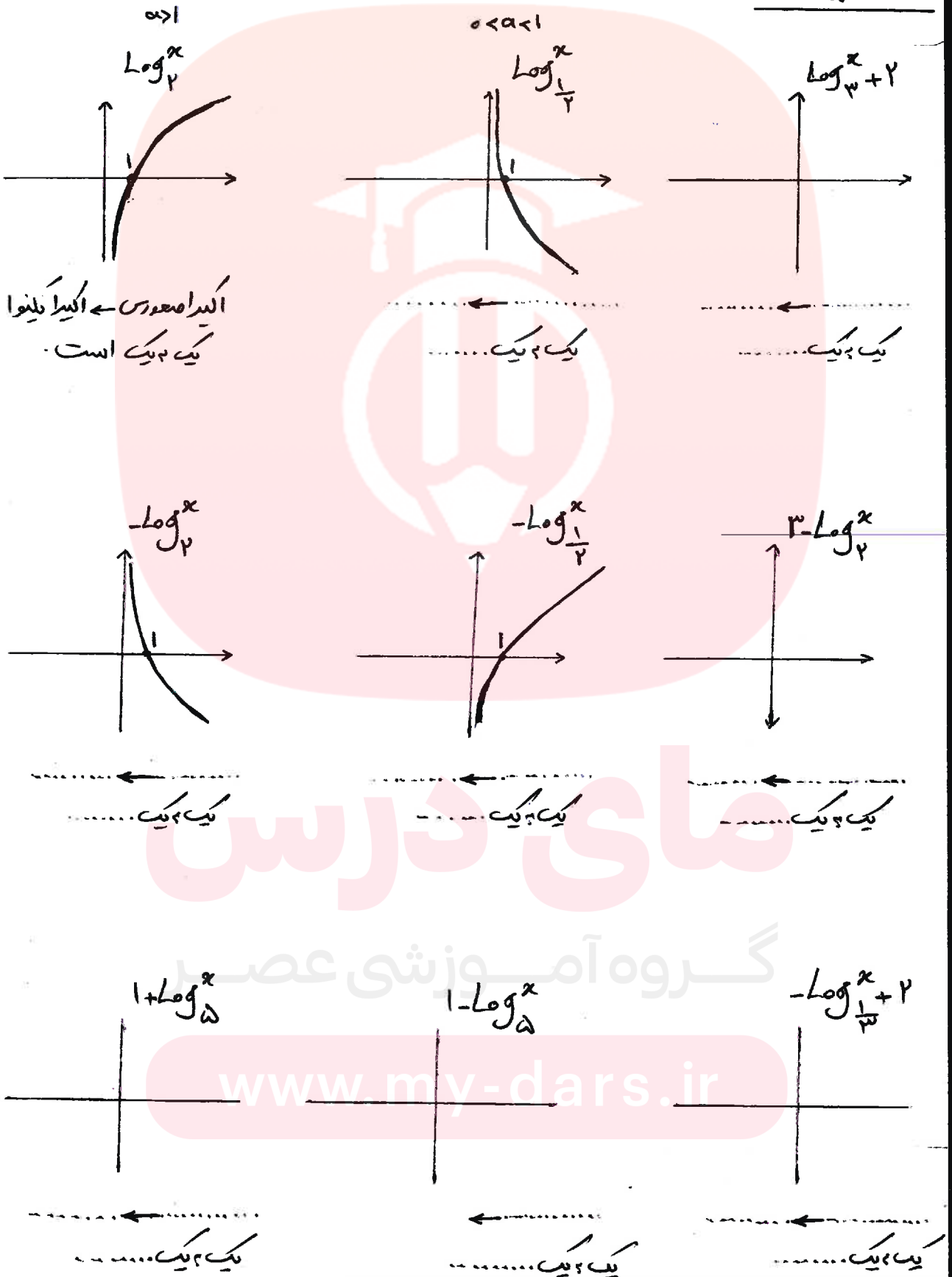


نه صعودی و نه نزولی ← غیر یکپارچه  
یک به یک نیست.

یک به یک ←

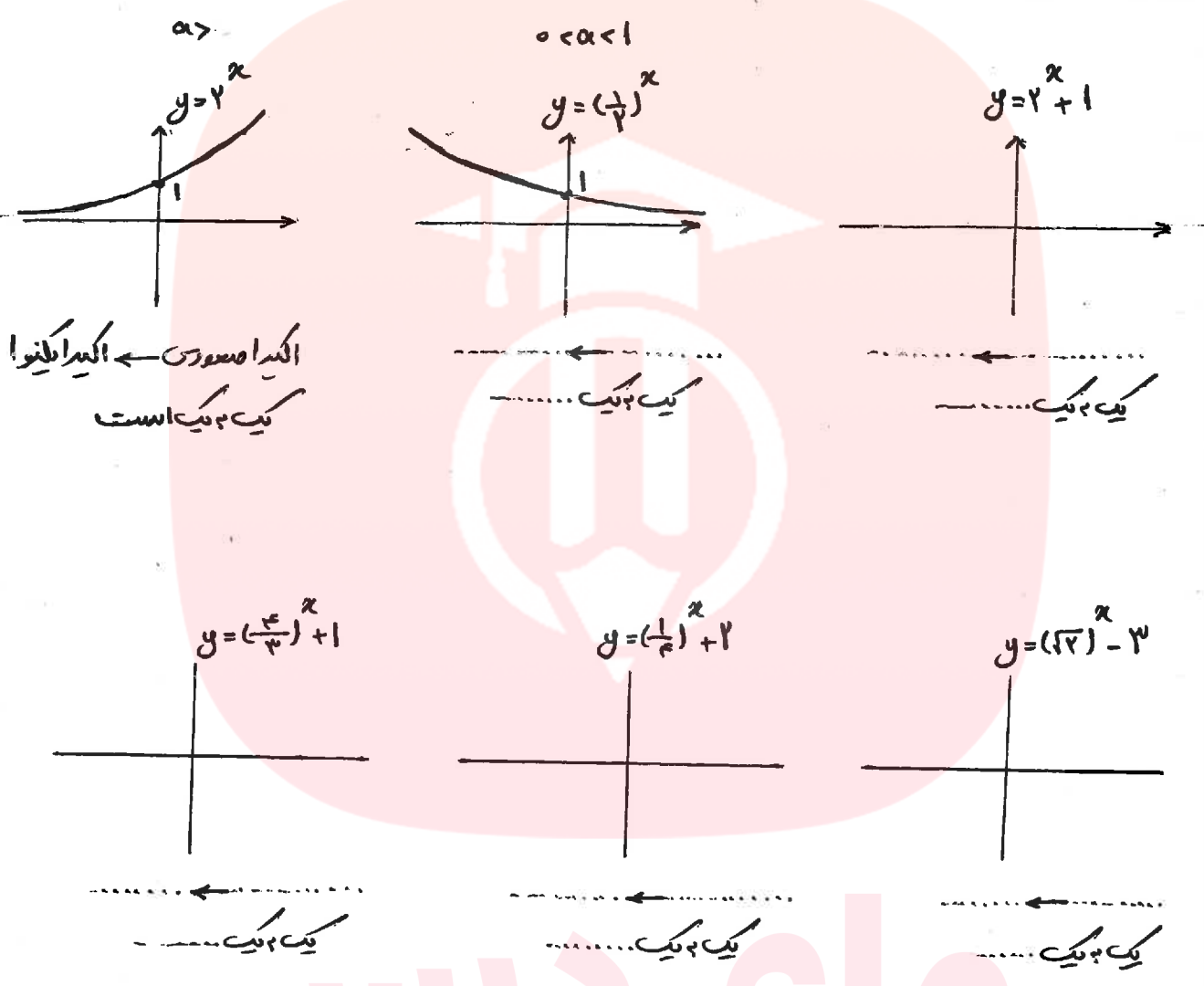
یک به یک ←

(د) تابع  $\text{Log}_a^x$ :

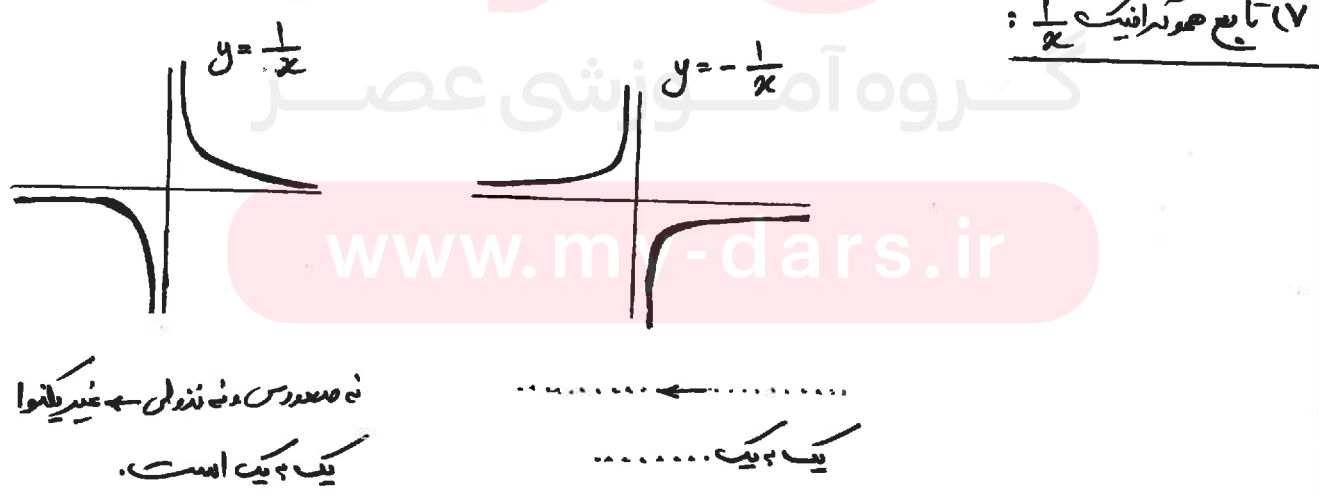




۶۲- تابع نمایی  $a^x$ :



۶۷- تابع هورنرانی  $\frac{1}{x}$ :



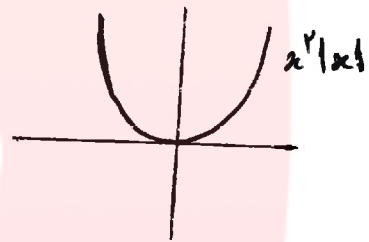
۷) توابع قدر مطلق:

ابتدا رسم داخل حرکت از قدر مطلق ما را پیدا کنیم سپس تابع را یک تابع دو یا چند ضابطه ای تبدیل کنیم و در نهایت هر ضابطه را با قدم به دستور مقابل آن رسم کنیم تا تابع رسم شود.

مثال: نمودار تابع  $f(x) = x^2|x|$  را رسم کنید.

رسم داخل قدر مطلق  $|x| = 0 \rightarrow x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} x^2(x) & x > 0 \\ x^2(-x) & x < 0 \end{cases} \rightarrow f(x) = \begin{cases} x^3 & x > 0 \\ -x^3 & x < 0 \end{cases}$$



نمودار حرکت از توابع زیر را رسم کنید.

$$y = x + |x|$$

$$y = x - |x|$$

$$y = x|x - 1|$$

مای درسی  
گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

$$y = |x+3| + |x-1|$$

$$y = |2x+4| + |x+1|$$

$$y = |2x+4| - |x+1|$$

$$y = |x-2| - |x|$$

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

تمرین ① درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.

الف: تابع  $y = \cos x$  بی در بازه  $[\pi, 2\pi]$  صعودی الیه باشد.

ب: اگر برای دو نقطه  $x_1, x_2$  از دامنه  $f$  داشته باشیم  $f(x_1) < f(x_2)$ ،  $x_1 < x_2$ ، تابع  $f$  الیه نزولی است.

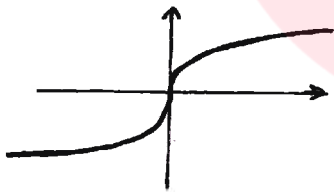
ج: تابع  $f(x) = -(x+1)^3 - 2$  در قسمتی از دامنه خود صعودی است.

د: بین شمار تابع مرتبان یافت که هم صعودی و هم نزولی باشند.

ه: تابع  $y = \frac{1}{x}$  تابعی یکنوا است.

و:  $y = \sqrt{x+1} - 3$  تابعی صعودی الیه و  $y = -\log_{\frac{2}{3}} x + 2$  تابعی یکنوا است.

(مقالیت صفحه ۱۰ کتاب ریسی)



تمرین ② د: نمودار تابع رو به رو دقت کنید.

الف: این تابع صعودی الیه است یا نزولی الیه؟

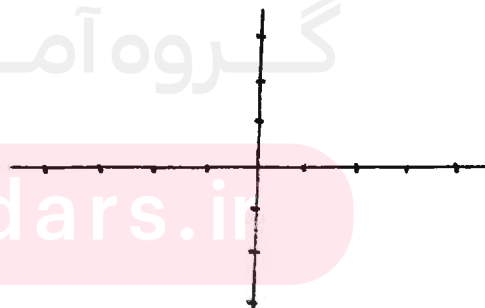
ب: این تابع یک به یک است؟

ج: آیا تابعی وجود دارد که الیه صعودی یا الیه نزولی باشد ولی یک به یک نباشد؟

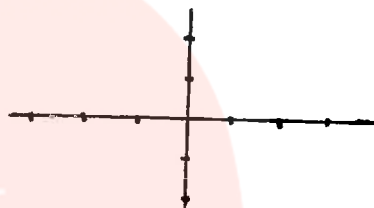
تمرین ③ د: نمودار تابع زیر را رسم کنید و بازه‌ها را که در آن‌ها صعودی، نزولی یا ثابت است، مشخص کنید.

(تمرین ۲ صفحه ۱۰ کتاب ریسی)

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & x < -4 \\ 3 & -4 < x < 2 \\ 3x - 2 & x \geq 2 \end{cases}$$



تمرین (۴) تابع  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 1 \\ 2 & 0 < x \leq 1 \\ -x-1 & x \leq 0 \end{cases}$  در بازه  $(-\infty, \infty)$  نزولی است حداقل مقدار  $\alpha$  را بیابید.



(آب قلمچی)

تمرین (۵) کدام تابع زیر صعودی است؟

۴  $y = -x|x|$

۳  $y = x|x|$

۲  $y = -x^3$

۱  $y = x^2$

(آب قلمچی)

تمرین (۶) کدام تابع زیر نزولی است؟

۴  $y = x - 2|x|$

۳  $y = |x| - x$

۲  $y = 2x + |x|$

۱  $y = x + |x|$

تمرین (۷) تابع باضابطه  $f(x) = |x+2| + |x-1|$  در کدام بازه اکیدا نزولی است؟ (مراکز تجربی ۹۸)

۴  $(1, +\infty)$

۳  $(-2, 1)$

۲  $(-\infty, 1)$

۱  $(-\infty, -2)$

تمرین (۸) تابع باضابطه  $f(x) = |x+1| - |x-2|$  در کدام بازه اکیدا صعودی است؟ (مراکز تجربی خارج ۹۸)

۴  $(2, +\infty)$

۳  $(-1, 2)$

۲  $(1, +\infty)$

۱  $(-\infty, 2)$

تمرین ۹ در بازه  $\alpha$  تابع با ضرایب  $f(x) = 1x - 21 + 1x - 31$  الیا تدریس است ضرایب آن با ضرایب

تابع  $g(x) = 2x^2 - x - 10$  در چند نقطه مشترک هستند؟  
 (سراسری شعبه ۹۷)

۱) ۱  
 ۲) ۲  
 ۳) ۳  
 ۴) ۴ نقطه مشترک

تمرین ۱۰ تابع  $f$  الیا تدریس است، همان  $f(\alpha+1) < f(3\alpha-1)$  باشد؟ آنگاه عدد  $\alpha$  کدام است؟

(تأیید کنید)

۱)  $\alpha \geq 2$     ۲)  $\alpha > 1$     ۳)  $\alpha > 1$     ۴)  $\alpha > 2$

تمرین ۱۱ اگر تابع  $f$  الیا صعودی باشد و  $f(1+\alpha) > f(3-2\alpha)$  باشد، بزرگترین مقدار صحیح  $\alpha$  کدام

(جواب کنید)

۱) ۱    ۲) صفر    ۳) -۱    ۴) -۲

تمرین ۱۲ اگر تابع  $f(x) = (a-2)x^2 + 2ax + 3$  همواره یکنوا باشد،  $f(2)$  کدام است؟

(جواب کنید)

۱) ۵    ۲) ۷    ۳) ۹    ۴) ۱۱



## سوالهای امتحان نهایی

① درست یا نادرستی هر یک از عبارات من زیر را مشخص کنید.

رس ۹۷ و خرداد ۹۹

\* تابع ثابت  $y = k$  بازه هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود.

تیر ۹۸

\* تابع  $f(x) = |x|$  در رانده  $\mathbb{R}$  اکیدا یکنوا است.

شهریور ۹۸

\* تابع  $f(x) = x^3 - x^2$  در رانده تعریفش صعودی است.

خرداد ۹۹ خارج

\* تابع  $f(x) = |x|$  در رانده اش صعودی است.

خرداد ۹۹ خارج

\* تابع  $y = \sqrt{x} + x^3 - 2x^5$  یک تابع حقیقی است نیست.

رس ۱۴۰۱

\* تابع  $y = 1 + (1 - 3x^2)^2$  یک تابع حقیقی است از درجه سوم است.

رس ۱۴۰۱

\* نمودار تابع  $y = x^2$  در بازه  $(0, \infty)$  پایت تراز نمودار تابع  $y = x^3$  است.

رس ۱۴۰۱

\* هر تابع یکنوا، یک به یک است.

خرداد ۱۴۰۱

\* تابع  $f(x) = x^2 - 3x$  یک تابع درجه دوم است.

خرداد ۱۴۰۱

\* تابع  $y = x^2$  تابع اکیدا صعودی است.

شهریور ۱۴۰۰

\* رانده توابع حقیقی  $\mathbb{R}$  برابر  $\mathbb{R}$  است.

شهریور ۱۴۰۰

\* تابع  $y = \sqrt{x}$  در رانده  $\mathbb{R}$  اکیدا نزولی است.

خرداد ۱۴۰۲

\* بیشتر توابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است.

شهریور ۱۴۰۲

\* تابع  $y = \frac{1}{x}$  در رانده  $\mathbb{R}$  یکنوا است.

تربیع ۷) در جاس خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید:

- \* تابعی که در یک بازه هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود تابع ..... نامیده می‌شود. (س ۹۸)
- \* در بازه  $(0, \infty)$  نمودار تابع  $y = x^3$  ..... نمودار تابع  $y = x^2$  قرار دارد. (س ۹۹)
- \* تابع  $f(x) = (x+1)^3$  در رانده تعریف می‌شود ..... است. (صورتی - نزولی) (خوار ۹۸)
- \* تابع  $y = x^2$  در بازه  $(-\infty, \alpha)$  نزولی است حداکثر مقدار  $\alpha$  ..... است. (تیر ۹۸)

# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



## تدکیک توابع

صفحه ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی

تعریف: تدکیک دو تابع یعنی یکی از آنها را بیاندازیم داخل دیگری.

عنوان مثال دو تابع  $f(x) = 2x + 5$ ،  $g(x) = \sqrt{x}$  را باهم تدکیک می‌کنیم

①  $g(f(x)) = \sqrt{2x + 5}$  → تابع  $f$  را داخل  $g$  می‌اندازیم

یعنی به جای  $x$  تابع  $f$ ،  $f(x)$  را قرار می‌دهیم که به این حالت اصطلاحاً  $f \circ g$  می‌گویند.  
و تابع اصلی  $f$  داخل شکل

②  $f(g(x)) = 2\sqrt{x} + 5$  → تابع  $g$  را داخل  $f$  می‌اندازیم

یعنی به جای  $x$  تابع  $g$ ،  $g(x)$  را قرار می‌دهیم که به این حالت اصطلاحاً  $f \circ g$  می‌گویند.  
 $f$  تابع اصلی و  $g$  داخل شکل

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) : \quad x \rightarrow \boxed{g} \rightarrow g(x) \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f(g(x))$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) : \quad x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f(x) \rightarrow \boxed{g} \rightarrow g(f(x))$$

$$(f \circ g)(x) = f \circ g(x)$$

$$(g \circ f)(x) = g \circ f(x)$$

تذکره:

تمرین ① در هر مورد با توجه به تابع  $f$  و  $g$  داده شده، منابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را بنویسید.

$$\begin{cases} f(x) = 3x - 2 \\ g(x) = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$(f \circ g)(x) =$$

$$(g \circ f)(x) =$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{2x+1} \\ g(x) = x-2 \end{cases}$$

$$(f \circ g)(x) =$$

$$(g \circ f)(x) =$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x+3} \\ g(x) = \sin x \end{cases}$$

$$(f \circ g)(x) =$$

$$(g \circ f)(x) =$$

تمرین ② تابع  $h(x) = (3x^2 - 4x + 1)^5$  ترکیب کدام دو تابع زیر است؟

الف:  $f(x) = \sqrt[5]{x}$  ,  $g(x) = 3x^2 - 4x + 1$

ب:  $f(x) = x^5$  ,  $g(x) = 3x^2 - 4x + 1$

تمرین ③ تابع  $h(x) = 5(2x^2 - 5x + 4)^3$  ترکیب دو تابع  $f(x)$  و  $g(x)$  است.

حامل  $(g \circ f)$  را بنویسید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

تمرین ④ تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$  را به صورت ترکیب دو تابع بنویسید.

تمرین ۵ در تابع  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \sqrt{1-x}$  را در نظر بگیرید.

الف: ضابطه تابع  $f \circ g$  را بیابید.

ب: حاصل  $(g \circ f)(1)$  را حساب کنید.

تمرین ۶ با توجه به ضابطه های  $f$  و  $g$  عبارات زیر را تکمیل کنید و نتایج را حاصل کنید.

$f(x) = 2x + 3$        $g(x) = -x - 1$        $(f \circ g)(x) = -2$

$f(x) = x + 1$        $g(x) = x^2 + 4x - 1$        $(g \circ f)(x) = -4$

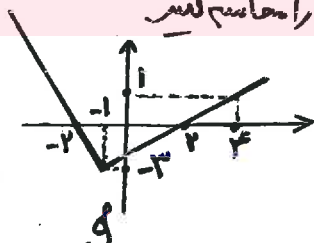
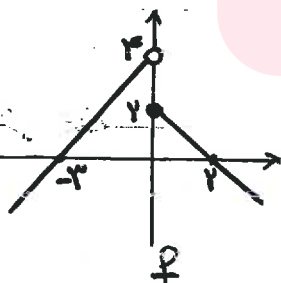
تمرین ۷ اگر  $f = \{(1, 4), (2, 3), (5, -1), (0, 2)\}$  و  $g = \{(4, -2), (-1, 5), (2, 1), (3, 0)\}$  باشد

(فرض کنید)

تابع  $f \circ g$  را مشخص کنید.

تمرین ۸ اگر  $f(x) = 3x^2 - 1$  و  $g(x) = \{(0, 4), (2, 4), (-1, 2)\}$  باشد حاصل  $(f \circ g)(-1)$  را بیابید.

تمرین ۹ با توجه به نمودارهای  $f$  و  $g$  موارد خواسته شده را حساب کنید.



$(f \circ g)(-1) =$

$(g \circ f)(0) =$

(۲ به قلمی)

تربیت ۹) دانه  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ ،  $g = \{(1, 4), (2, 1), (3, -1)\}$ ،  $f \circ g$  تابع  $g$  کدام است؟

- ۱)  $\{(1, \frac{1}{3}), (3, -1)\}$  ۲)  $\{(3, \frac{1}{3}), (-1, \frac{1}{3})\}$  ۳)  $\{(1, \frac{1}{3}), (3, \frac{1}{3})\}$  ۴)  $\{(1, 4), (3, -1)\}$

(سراسری ریاضی ۱۷۰)

تربیت ۱۵) دانه  $f(x) = 2x + 3$ ،  $g(x) = x - 4$  مقدار  $\frac{(f \circ g)(2)}{(g \circ f)(-1)}$  چقدر است؟

- ۱)  $\frac{7}{3}$  ۲)  $\frac{3}{7}$  ۳)  $\frac{1}{3}$  ۴)  $3$

(سراسری تجربی ۱۲۵)

تربیت ۱۶) دانه  $f(x) = [x]$ ،  $g(x) = \frac{x}{1-x}$ ،  $f \circ g$  کدام است؟

- ۱)  $-x$  ۲)  $-x^2$  ۳)  $-x$  ۴)  $-1-x$

تربیت ۱۷) دانه  $f(x) = x + \sqrt{x}$ ،  $g = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ ،  $f(g(x)) = 5$ ،  $g$  کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۱)

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

تربیت ۱۸) دانه  $f(x) = x + \sqrt{4-x^2}$ ،  $g = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$ ،  $f \circ g$  تابع  $g$  چیست؟

(۲ به قلمی)

- ۱) صعودی دانه ۲) نزولی دانه ۳) غیر یکنوا ۴) هم صعودی و هم نزولی

تربیت ۱۹) دانه  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ ،  $g(x) = \frac{x+2}{x-2}$ ،  $f \circ g$  تابع  $g$  کدام است؟

(سراسری تجربی ۹۹)

- ۱)  $x-1$  ۲)  $x+1$  ۳)  $x$  ۴)  $2x$

تقریب ۱۵) اگر  $f(x) = x^2 + 3x$  و  $g(x) = \frac{1}{x} + 2$  آنگاه مجموع طالع تقاطعی از منحنی تابع

(سراسری تجربی ۹۱)

$f$  و  $g$  که در بالا مندرج است،  $x$  ما مقدار  $x$  بیفزاید بدانند کدام بازه است  $P$

۱)  $(-۴, ۱)$

۲)  $(-۲, ۲)$

۳)  $(-۲, ۱)$

۴)  $(-۱, ۴)$

تقریب ۱۶) اگر  $f(x) = (2x-3)^2$  و  $g(x) = x+2$  و نمودار  $f$  و  $g$  با یکدیگر متقاطع اند؟

(سراسری تجربی ۹۲)

۱) -۱

۲)  $\frac{1}{3}$

۳) ۱

۴)  $\frac{3}{2}$

تقریب ۱۷) اگر  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  و  $g(x) = x+4$  باشند عبارت معادله  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$

(سراسری تجربی خارج ۹۷)

کدام است  $P$ ؟

۱)  $-۷, -۱$

۲)  $-۷, ۱$

۳)  $-۱, ۷$

۴)  $۱, ۷$

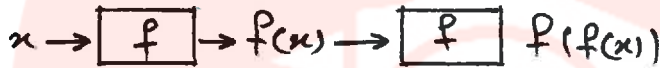
مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

تدکبیک تابع بافوردن:

یعنی یک تابع رو بنوازم داخل افوردن ←  $(f \circ f)(x) = f(f(x))$



اصلاً این حالت  $f \circ f$  می‌تونید.

$(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x)))$

تذکره: یک تابع ممکنه چندین بار بافوردن تدکبیک بشه ←

مثال: با  $f(x) = 2x + 5$  تابع  $f \circ f$  را بنویسید.

$f \circ f = f(f(x)) = f(2x + 5) = 2(2x + 5) + 5 = 4x + 10 + 5 = 4x + 15$

تدریس ①: در تابع  $f = \{(1, 2), (3, 5), (2, -1), (5, 2)\}$  بتابع  $f \circ f$  را تشکیل دهید.

تدریس ②: اگر  $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & x > 0 \\ x & x < 0 \end{cases}$  و  $g(x) = 3x-2$  باشد حاصل موارد خواسته شده را بنویسید.

$f \circ f(1) = \quad (g \circ g)(0) = \quad (f \circ g)\left(\frac{2}{3}\right) =$

تدریس ③: اگر  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  و  $f = \{(x, 2x-1), x \in A\}$  باشد بتابع  $f \circ f$  را بنویسید.

$$f \circ g \text{ یا } g \circ f$$

در دو حالت باید بتوانیم تابع معکوس را پیدا کنیم:

حالت ①: وقتی  $f$  و  $g$  را داریم،  $f$  را داریم،  $g$  را داریم،  $f$  را داریم،  $g$  را داریم (یعنی تابع را داخل یکدیگر میزنیم)

برای این کار  $g(x)$  را به جای  $x$  مانده  $f$  قرار می دهیم و تابع بدست آمده را با  $f$  برابر قرار می دهیم که  
پس از حل معادله،  $g(x)$  بدست می آید.

مثال: اگر  $f(x) = -x + 4$  و  $(f \circ g)(x) = x^2$  باشد تابع  $g(x)$  را پیدا کنید.

$$\begin{cases} (f \circ g)(x) = x^2 \\ f(g(x)) = -g(x) + 4 \end{cases} \rightarrow x^2 = -g(x) + 4 \rightarrow -g(x) = x^2 - 4 \rightarrow g(x) = -x^2 + 4$$

تمرین ①: اگر  $(f \circ g)(x) = 3x + 1$  و  $f(x) = x^2 - 1$  باشد تابع  $g(x)$  را پیدا کنید.

تمرین ②: اگر  $f(x) = 2 - x^2$  و  $g(x) = 2x - 3$  باشد حاصل  $f(g(x))$  را بدست آورید.

مای دارس

تمرین ③: اگر  $f(x) = 2x^2 + 4$  و  $f(g(x)) = 4x^2 + 4x$  باشد مقدار  $g(-2)$  کدام است؟

(سازمان تعجبیه فارغ ۱۸۴)

www.my-dars.ir

- ۱) صفر
- ۲) ۱
- ۳) -۱
- ۴) ۲

$$f \circ g \text{ یا } g \circ f$$

حالت ۵) وقتی  $f$  و  $g$  را داریم و  $f$  را بر  $g$  می‌گذاریم (یعنی تابع امل جدول است)

برای حل این سوالات از روش استفاده می‌کنیم:

این صورت که  $g(x)$  را برابر  $t$  قرار می‌دهیم و  $x$  را بر حسب  $t$  بدست می‌آوریم و بعد کل عبارت  $f \circ g$  را بر حسب  $t$  می‌نویسیم.

مثال دیگر: اگر  $f(x+2) = x^2 + 5$  باشد تابع  $f(x)$  را بدست آوریم.

$$f(x+2) = x^2 + 5$$

$$x+2 = t \rightarrow x = t-2 \rightarrow f(t) = (t-2)^2 + 5 \rightarrow f(t) = t^2 - 4t + 4 + 5 \rightarrow f(t) = t^2 - 4t + 9$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 9$$

تمرین ۱) اگر  $f(2x+1) = x^2 - 4x$  باشد تابع  $f(x)$  را بدست آوریم.

تمرین ۲) اگر  $f(2x+2) = 9x^2 - 4x$  باشد مقدار  $f(-1)$  را محاسبه کنید.

تمرین ۳) اگر  $g(x) = \frac{x}{x+2}$  و  $f \circ g = -2x + 1$  باشد تابع  $f$  را بیابیم.

www.my-dars.ir



تربیت ④: دالر  $f(2x-3) = 4x^2 - 14x + 13$  باشد ضابطه  $f(x)$  کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۷)

۱)  $x^2 - x + 3$

۲)  $x^2 - 2x - 1$

۳)  $x^2 - 2x + 1$

۴)  $x^2 - x + 1$

تربیت ⑤: دالر  $f(x) = 2x - 3$  و  $(f \circ g)(x) = 4(x^2 - 4x + 5)$  باشد ضابطه  $f(x)$  کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۳)

۱)  $x^2 - 4x + 3$

۲)  $x^2 - 4x + 5$

۳)  $x^2 - 2x + 5$

۴)  $x^2 - 2x + 3$

تربیت ⑥: دالر  $f(x) = 2x + 3$  و  $g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$  باشد ضابطه تابع  $g$  کدام است؟

(سراسری ریاضی ۹۲)

۱)  $2x^2 - 7x + 3$

۲)  $2x^2 - 3x + 7$

۳)  $4x^2 - 2x + 13$

۴)  $4x^2 - 4x + 11$

مای درس

گروه آموزشی عصر

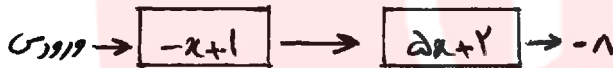
www.my-dars.ir

سوالات ماشین ته لیب تابع:

تمرین ①: اگر ورودی ماشین شکل مقابل ۲- باشد خروجی آن را بیابانید.



تمرین ②: در شکل مقابل ورودی ماشین چه عددی است؟



تمرین ③: اگر تابع  $f$  در  $x$  و  $g$  در  $x$  عبارت ماشین به صورت  $x \rightarrow [f] \rightarrow [g] \rightarrow 2x$  باشد و  $g(x) = 3x+4$  (در ورودی تعبیر خارج ۹۱) آنگاه مقدار  $f(5)$  کدام است؟

۱،۱

۲،۲

۳،۳

۴،۴

تمرین ④: اگر خروجی ماشین شکل مقابل  $\frac{4}{3}$  باشد مقدار ورودی کدام است؟ (در ورودی ریاضی ۸۲)

۱،  $\frac{11}{9}$

۲،  $\frac{7}{2}$

۳، ۳

۴، ۴

رمانه ترکیب تابع :

$$x \rightarrow \boxed{g} \rightarrow g(x) \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f(g(x)) \quad \text{رمانه } f \circ g$$

در مرحله اول  $x$  من خواهر وارد تابع  $g$  شود و به بیست است که باید عضو رمانه آن باشد و در نتیجه عقب و در  $D_f$  ندارد  $x \in D_f$

در مرحله دوم  $g(x)$  من خواهر وارد تابع  $f$  شود که باز هم باید عضو رمانه آن باشد  $g(x) \in D_f$

$$D_{f \circ g} = \{ \underbrace{x \in D_g} \mid \underbrace{g(x) \in D_f} \} \quad \leftarrow \text{ترکیب مرحله اول و دوم}$$

محدودیت نامعادله باید حل کنیم

$$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow f(x) \rightarrow \boxed{g} \rightarrow g(f(x)) \quad \text{رمانه } f \circ g$$

در مرحله اول  $x$  من خواهر وارد تابع  $f$  شود که باید عضو رمانه آن باشد  $x \in D_f$

در مرحله دوم  $f(x)$  من خواهر وارد تابع  $g$  شود که باز هم باید عضو رمانه آن باشد  $f(x) \in D_g$

$$D_{g \circ f} = \{ \underbrace{x \in D_f} \mid \underbrace{f(x) \in D_g} \} \quad \leftarrow \text{ترکیب مرحله اول و دوم}$$

محدودیت نامعادله باید حل کنیم

یادآور صم ۱: دامنه توابع زیر را بدست آورید.

$$f(x) = \sqrt{4-x^2}$$

$$g(x) = \frac{2}{2x-3}$$

$$h(x) = \sin x$$

یادآور صم ۲: نامعادلات زیر را حل کنید.

$$2x-6 \geq 0$$

$$2x^2 - 8 < 0$$

$$\frac{x-1}{3x+4} \geq -2$$

$$\frac{2x-4}{x-1} \leq 0$$

$$\frac{3}{x+2} \neq -2$$

روش حل سوالات دامنه  $f$  و  $g$  و  $h$ :

① ابتدا دامنه  $f$  و  $g$  را جداگانه بدست می آوریم (چون مقلعاً در ادامه به دامنه هر دو نیاز داریم)

② ضریب دامنه فرمات شده را می نویسیم و چابکداری می کنیم و بعد نامعادله را حل می کنیم.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

③ اگر دو نامساوی نوشته شده اشتراک می گیریم.



تمرین ۳) دامنه  $f(x) = \frac{2}{x-1}$  و  $g(x) = \frac{3}{x}$  باشد ضابطه دامنه  $f \circ g$  را پیدا کنید. (کاربرگ کلاس صفحه ۱۴ ک)

تمرین ۴) دو تابع  $f(x) = \sqrt{1-x}$  و  $g(x) = \sqrt{x-1}$  را در نظر بگیرید. دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

۱)  $(-\infty, 1]$

۲)  $[1, +\infty)$

۳)  $(-\infty, 0]$

۴)  $(-\infty, 1]$

تمرین ۵) دامنه  $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$  و دو تابع باشند دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

۱)  $[-1, \infty)$

۲)  $(-1, 4]$

۳)  $[-1, 4]$

۴)  $(-1, 4)$

تمرین ۶) دامنه  $f(x) = \sqrt{3-2x}$  و  $g(x) = \frac{4}{x-5}$  را در نظر بگیرید. دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟ (سید بسند)

۱)  $\mathbb{R} - \{5\}$

۲)  $\mathbb{R} - \{11\}$

۳)  $(-\infty, \frac{3}{2}] - \{24\}$

۴)  $(-\infty, \frac{3}{2}] - \{11\}$

تقریب ۷: اگر  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$  باشد، دامنه  $f$  کدام است؟

(سازمان سنجش ۹۲)

۱.  $[0, 2]$

۲.  $[0, 3]$

۳.  $[1, 2]$

۴.  $[1, 3]$

تقریب ۸: اگر تابع  $f$  در  $\mathbb{R}$  مثل زیر باشد، دامنه تابع  $f \circ f$  کدام است؟

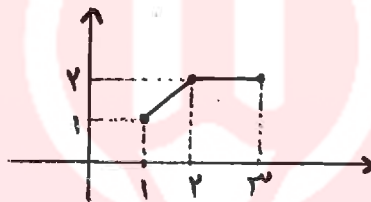
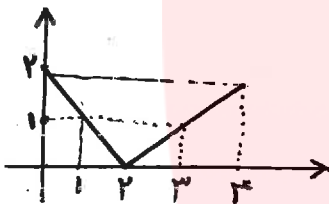
(فصل ۲ زبان ۱۴۰۱)

۱.  $[0, 1]$

۲.  $[1, 2] \cup [3, 4]$

۳.  $[2, 3] \cup [4, 5]$

۴.  $[3, 4] \cup [5, 6]$



مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



⊛ سوالات امتحان نهایی ⊛

① درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف) اگر  $f(x) = \sqrt{x}$  و  $g(x) = \sin x$  باشد، آنگاه  $(g \circ f)(x) = \sqrt{\sin x}$  خواهد بود.  خراب ۹۹ خانج  
 ب) اگر  $f(7) = 5$  و  $f(4) = 7$  و  $g(4) = 5$  و  $g(7) = 4$  باشد، آنگاه  $(f \circ g)(4) = 5$  است.  ۱۴۰۰

② جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر  $f(7) = 5$  و  $g(4) = 7$  و  $(f \circ g)(4) = \dots$  آنگاه  $g(4) = 7$  و  $f(7) = 5$  است.  خراب ۹۹ خانج  
 ب) تابع  $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^2$  ترکیب دو تابع  $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$  و  $g(x) = \dots$  است.  ۹۷۰۰

سفر ۹۸، سفر ۹۹

③ اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = 2x^2 - 1$  باشد، این رابطه تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف بدست آورید.  
 ب) ضابطه تابع  $f \circ g$  را بدست آورید.

خراب ۹۸

④ دو تابع  $f(x) = \sqrt{x-4}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$  را در نظر بگیرید.  
 رابطه تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف بدست آورید.

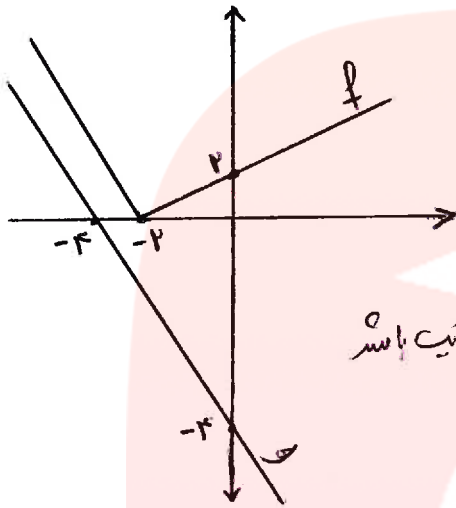
گروه آموزشی عصر

⑤ اگر  $f(x) = 3x - 4$  و  $f(g(x)) = 3x^2 - 4x + 14$ ، ضابطه تابع  $g(x)$  را بدست آورید.  ۹۸

خراب ۹۹ خانج

۹۹ (۵)

۵) با توجه به نمودارهای تابع  $f$  و  $g$  سوالات زیر پاسخ دهید.



الف) مقدار  $(-1)(f \circ g)$  را محاسبه کنید.

ب) اگر  $h = (34-1)g$  و  $h$  نقطه مقدار  $t$  را بدست آورید.

پ) با محدود کردن دامنه  $f$ ، بازه‌ای را مشخص کنید که تابع یک به یک باشد.

۹۹ خارج

۷) اگر  $f(x) = x^2 - 5$  و  $g(x) = \sqrt{x+9}$  باشد دامنه تابع  $f \circ g$  را بدست آورید.

۹۷ (۸)

۸) تابع  $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ ،  $g(x) = 3x-1$  و  $h$  را در نقطه  $h$  بدست آورید.

دامنه تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف بدست آورید.

۱۴۰۲ خرداد

۹) اگر  $f(x) = \sqrt{x+1}$ ،  $g(x) = x-1$  و  $h = 3$  نقطه؛

الف) دامنه تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف بدست آورید.

ب) نقاط تابع  $f \circ g$  را بنویسید.

سفره ۱۴۰۱

۱۰) اگر  $f(x) = 7 - 4x^2$  و  $g(x) = \sqrt{x+3}$  باشد

الف) دامنه تابع  $f \circ g$  را با استفاده از تعریف بیست آورید.

ب) مقدار  $(f \circ g)(1)$  را محاسبه کنید.

سفره ۱۴۰۱

۱۱) اگر  $f = \{(0, -1), (5, 9), (3, 7), (-2, 4)\}$  و  $g = \{(1, 2), (3, -1), (9, 5), (-1, 4)\}$

تابع  $f \circ g$  را در صورت وجود بنویسید.

خرار ۱۴۰۱

۱۲) اگر در درون مائیس مقابل ۳ باشد مقدار خروجی آن معین است  $P$ .

$$x \text{ در درون} \rightarrow 2x - 2 \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x+1}} \rightarrow \text{خروجی}$$

سفره ۱۴۰۰

۱۳) با توجه به جدول زیر مقادیر خواسته شده را بدست آورید.

$x$	-1	0	1	2
$f(x)$	0	-1	2	-5
$g(x)$	2	3	4	-2

الف)  $(f \circ g)(1)$

ب)  $(f \circ (f \circ g))(0)$

۱۴) اگر  $f(x) = \frac{x}{4} - 1$ ،  $f(g(x)) = 4x^2 + 1$ ، آنگاه ضابطه تابع  $g(x)$  را بیابید. شماره ۱۴۰۲



# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

۱۴ تبدیل نمودار تابع:

از صفحه ۵۱ تا ۲۳ کتاب درسی

۱) انتقال و انبساط و انقباض:  $K f(x)$

- $\leftarrow 3 f(x)$  و ماس تابع  $f$ ، سه برابر می‌شوند (انبساط عمودی)
- $\leftarrow \frac{1}{3} f(x)$  و ماس تابع  $f$ ، یک سوم برابر می‌شوند (انقباض عمودی)
- $\leftarrow -f(x)$  و ماس تابع  $f$ ، تندی می‌شوند (تغییر جهت)

۲) جابجایی:  $f(x) + k$  در  $y$  ماس عمودی  $k$  واحد بالا یا  $k$  واحد پایین

مثال ۱: اگر  $f(x) = \{(-2, 7), (-4, 2), (-3, 2)\}$  باشد تابع  $f(x) + 2$ ،  $f(x) - 2$ ، و  $\frac{1}{3} f(x)$  را بنویسید.

$2 f(x) = \{(-2, 14), (-4, 4), (-3, 4)\}$  ← و ماس عمودی ۲ شده است (انبساط عمودی)

$-2 f(x) = \{(-2, -14), (-4, -4), (-3, -4)\}$  ← و ماس عمودی ۲- شده است (انقباض عمودی)

$\frac{1}{3} f(x) = \{(-2, \frac{7}{3}), (-4, \frac{2}{3}), (-3, \frac{2}{3})\}$  ← و ماس عمودی  $\frac{1}{3}$  شده است (انقباض عمودی)

نکته: تغییر در  $K f(x)$  نقطه  $y$  را تغییر می‌دهد و  $K$  ثابت است. دامنه  $f(x)$  و  $K f(x)$  با هم برابر است.

تغییر در  $f(x) + k$  و  $f(x) - k$  با هم برابر نیست.

تغییر ۱: اگر  $f(x) = \{(2, 3), (-1, -4)\}$  باشد تابع  $f(x) + 3$ ،  $f(x) - \frac{2}{3}$ ، و صورت زوج مرتب بنویسید.



نکته: دیدیم که در انقباض و انبساط عرض و مختصیت در انتقال عرض نقطه  $y$  ما تغییر می‌کنیم و  $x$  ما ثابت اند. پس دامنه ثابت است ← دامنه  $f(x)$  ،  $f(x)+2$  با هم برابر است.

نکته: نقاط برخورد تابع  $f(x)$  و  $f(x)+k$  با هم یکی است یعنی در  $f(x)$  ،  $f(x)+2$  یکی نیستند.

تمرین ① در دست یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

الف: دامنه تابع  $f(x)$  ،  $f(x)$  - با هم برابر است ولی در  $f(x)$  با هم برابر نیست.

ب: اگر  $A(-3, 3)$  نقطه  $A$  روی منحنی  $f$  باشد،  $(-4, 2)$  نقطه  $A$  متناظر  $A$  روی  $f(x)-2$  است.

ج: اگر  $f$  تابع  $f$  بازه  $[-1, 4]$  باشد،  $f(x)+2$  بازه  $[2, 3]$  است.

د:  $f(x)+2$  -  $f(x)$  در  $f(x)$  نسبت  $2$  محور  $x$  است.

تمرین ② تابع  $f = \{(5, 4), (4, -2), (1, 2)\}$  مفروض است حرکت از توابع زیر را بنویسید.

$$-3f(x) = \quad 2f(x)+1 =$$

$$3f(x)-2 = \quad -\frac{1}{3}f(x)+1 =$$

تمرین ③ اگر دامنه و برد تابع  $f(x)$  صورت  $D_f = [-1, 3]$  ،  $R_f = [2, 4]$  باشد، دامنه و برد تابع  $f(x)+1$

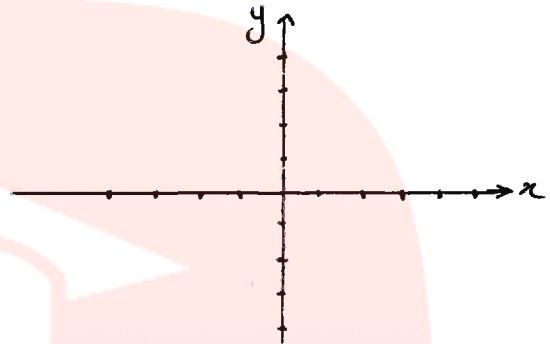
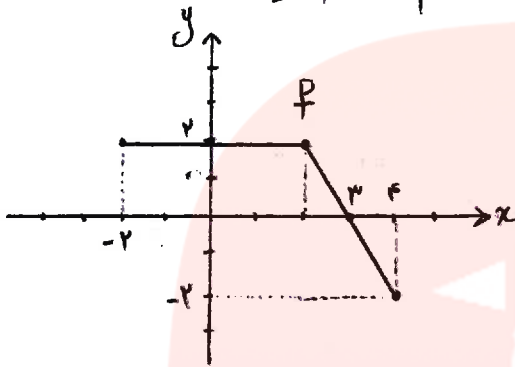
بنویسید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

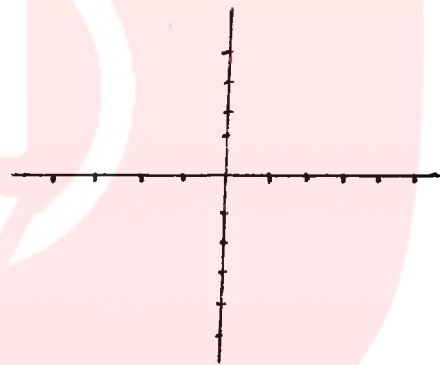
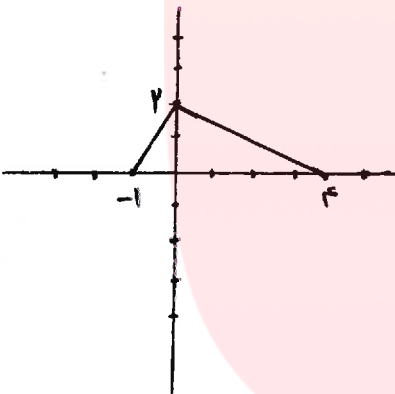
تمرین ④ اگر برد تابع  $f(x)+3$  صورت  $[2, 4]$  باشد برد تابع  $f(x)$  کدام است؟

$c_1 [7, -8]$        $c_2 [-3, \frac{1}{3}]$        $c_3 [\frac{4}{3}, \frac{1}{3}]$        $c_4 [-3, \frac{1}{3}]$

تمرین ۵) دانه نمودار تابع  $f$  معلابت شکل باشد نمودار تابع  $\frac{1}{p}f(x) + 2$  را رسم کنید.



تمرین ۶) دانه نمودار زیر مربوط به تابع  $f$  باشد نمودار تابع  $-2f(x)$  را رسم کنید.



تمرین ۷) دانه نمودار تابع  $f(x) = |x - 2|$  را در بازه  $[-2, 3]$  رسم کنید و تک آن نمودار تابع  $g(x) = -|x - 2|$  و

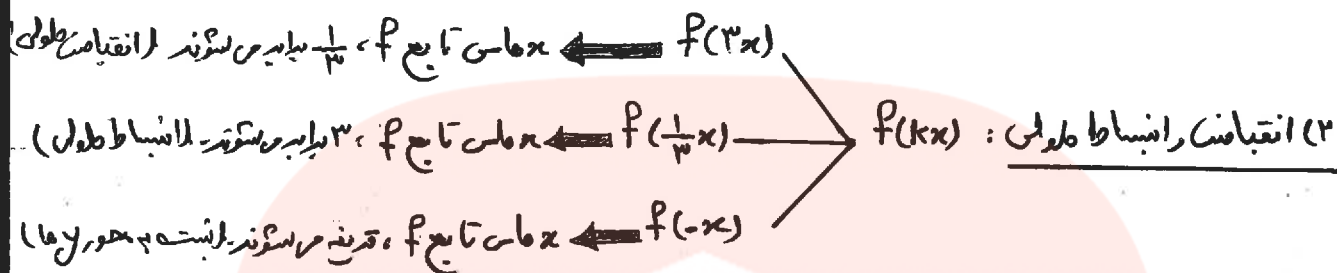
(کاربر کتاب صفحه ۱۶ کتاب درسی)

$h(x) = \frac{1}{p}|x - 2|$  و  $k(x) = \frac{1}{p}|x - 2|$  را رسم کنید.



مای درسی  
گروه آموزشی عصر





یادآور:  $f(x)$  ←  $f(-x)$  در شامه چه برعکس

مثال: اگر  $f = \{(1, 3), (2, 5), (6, 4)\}$  باشد توابع  $f(2x)$ ،  $f(\frac{1}{2}x)$  و  $f(-2x)$  را بنویسید.

$f(2x) = \{(1, 3), (2, 5), (4, 2)\}$  ←  $x$  ماس عدد  $\frac{1}{2}$  ضرب منبسط (ن ثابت)

$f(\frac{1}{2}x) = \{(2, 3), (4, 5), (8, 4)\}$  ←  $x$  ماس عدد ۲ ضرب منبسط (ن ثابت)

$f(-2x) = \{(-1, 3), (-2, 5), (-4, 2)\}$  ←  $x$  ماس عدد  $\frac{1}{2}$  ضرب منبسط (ن ثابت)

نکته:  $f(kx)$  در  $f(x)$  فقط  $x$  ما تغییر کند و  $n$  ثابت اندیس ← بدر  $f(kx)$  برابر  $f(x)$  برابر است  
 ← دامنه  $f(kx)$  برابر  $f(x)$  برابر نیست

تمرین ①: اگر  $f = \{(1, 4), (2, -2), (3, 5)\}$  باشد هر یک از توابع زیر را به صورت زوج مرتب بنویسید.

$f(3x) =$

$f(\frac{1}{3}x) =$

$f(-\frac{1}{3}x) =$

[www.mydars.ir](http://www.mydars.ir)

تمرین ②: اگر  $A(-1, 3)$  نقطه‌ای در  $f$  باشد نقطه متناظر  $A$  را در  $f(\frac{2}{3}x)$  پیدا کنید.

حالاً در مباحث علاوه بر انقباض و انبساط و طولی، انتقال طولی هم راسته باشیم.

⊗⊗ به خلاف اولویت هاس ریاضی، اینجا اولویت با جمع و تفریق است. یعنی اول + و - و بعد × و ÷

مثال: اگر  $f = \{(1, -4), (2, 5), (3, -1)\}$  باشد تابع  $f(2x+3)$  را بنویسید.

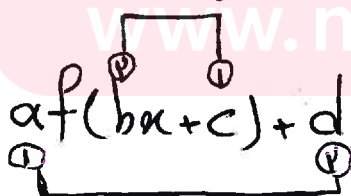
$$f = \{(1, -4), (2, 5), (3, -1)\} \xrightarrow{x \rightarrow \frac{x-3}{2}} \{(1, -4), (2, 5), (3, -1)\} \xrightarrow{-3} \{(-2, -4), (-1, 5), (0, -1)\}$$

- $4 + 2f(x) \leftarrow$  ن ما ابتدا  $x^2$  رو بسنجیم + 4 رو میزنیم (x ما ثابت)
- $4 + \frac{1}{4}f(x) \leftarrow$  ن ما ابتدا  $\frac{1}{4}x$  رو بسنجیم + 4 رو میزنیم (x ما ثابت)
- $4 - 2f(x) \leftarrow$  ن ما ابتدا  $(-2)x$  رو بسنجیم + 4 رو میزنیم (x ما ثابت)
- $4 - 2f(x) \leftarrow$  ن ما ابتدا  $x^2$  رو بسنجیم - 4 رو میزنیم (x ما ثابت)

جمع بنویس :

- $f(2x+4) \leftarrow$  x ما ابتدا -4 رو بسنجیم  $\frac{1}{4}x$  رو میزنیم (n ما ثابت)
- $f(\frac{1}{4}x+4) \leftarrow$  x ما ابتدا -4 رو بسنجیم  $x^2$  رو میزنیم (n ما ثابت)
- $f(-2x+4) \leftarrow$  x ما ابتدا -4 رو بسنجیم  $\frac{1}{4}x$  رو میزنیم (n ما ثابت)
- $f(2x-4) \leftarrow$  x ما ابتدا +4 رو بسنجیم  $\frac{1}{4}x$  رو میزنیم (n ما ثابت)

تاثیر عمودی روی x ما



تاثیر مستقیم روی y ما

نکته: نمودار تابع  $f(x)$  و  $f(2x+3)$  با هم برابر است ولی دامنه آن‌ها با هم برابر نیست.

تمرین ①: تابع  $f$  را به صورت  $f(x) = \{ (2, 4), (1, 2), (0, 3), (-3, 4) \}$  مفروض است. نمایش زیر مرتب هر یک از در ابعاد زیر را مشخص کنید.

$${}^3 P(f(x) - 2) =$$

$$-2 P(f(x) + 1) =$$

$$P(2x - 1) =$$

$$-P(x + 1) =$$

$$2 P(3x) + 1 =$$

$$-2 P\left(\frac{1}{3}x\right) - 1 =$$

$$\frac{1}{3} P(2x - 5) + 4 =$$

تمرین ②: دامنه و برد تابع  $f(x)$  را در صورت  $D_f = (-1, 4]$  و  $R_f = [-2, 3)$  مفروض است.

دامنه و برد تابع  $g(x) = f\left(\frac{1}{3}x - 1\right) + 2$  را بنویسید.

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

تمرین ③: دامنه تابع  $f$  بازه  $[-2, 4]$  است. دامنه تابع  $f(-2x+1)$  کدام است؟

$$14 \quad \left(-\frac{5}{2}, 1\right]$$

$$13 \quad \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$$

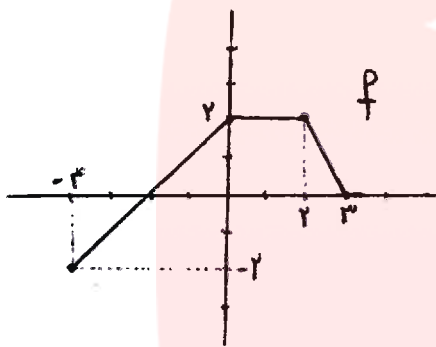
$$12 \quad [-9, 5]$$

$$11 \quad [-3, 0]$$

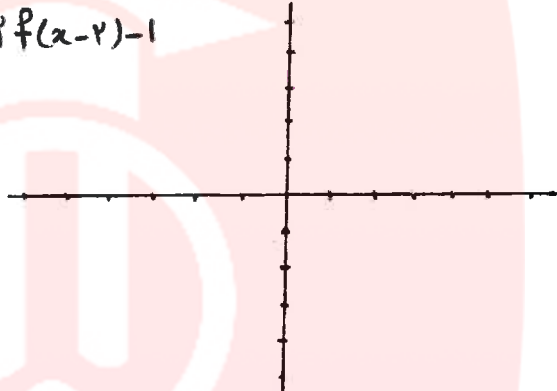
تمرین ④: نقطه  $(-1, 2)$  روی نمودار  $f$  است. نقاط متناظر آن روی نمودار  $f(x) + 3$  کدام است؟

- ۱)  $(-4, 5)$       ۲)  $(-1, 0)$       ۳)  $(0, 5)$       ۴)  $(-4, 18)$

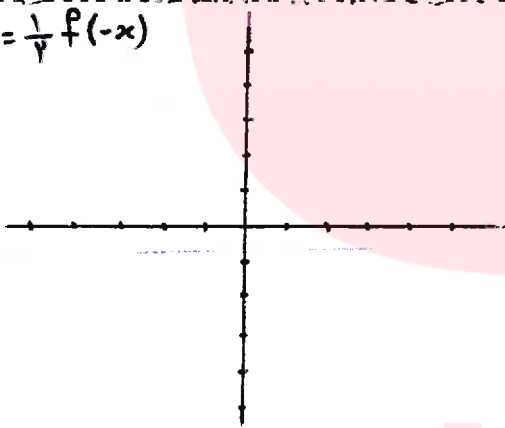
تمرین ⑤: نمودار تابع  $f$  شامل زیر صفر من است. حرکت از نمودار  $f$  منتهی شد. راسم کنید.



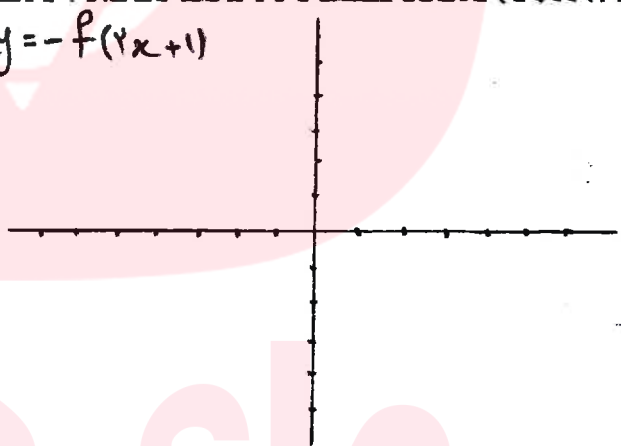
$$y = 2f(x-2) - 1$$



$$y = \frac{1}{3}f(-x)$$



$$y = -f(2x+1)$$



تمرین ⑥: اگر راس  $f(x) = y$  در نقطه  $A(2, -2)$  باشد، راس  $y = \frac{1}{3}f(1-x)$  کدام است؟

(اصل منبر)

- ۱)  $(-1, -5)$       ۲)  $(-1, -3)$       ۳)  $(1, -5)$       ۴)  $(1, -3)$

تمرین ⑦: اگر دامنه تابع  $f$  برابر  $[-2, 3]$  باشد، دامنه تابع  $y = 3f(1-\frac{x}{3})$  شامل چند عدد طبیعی است؟

(آب قلجی)

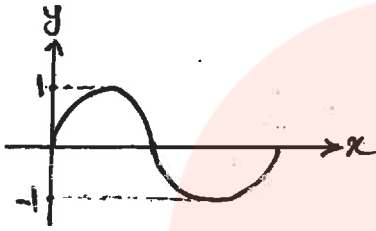
۴۲۴

۳۲۳

۲۲۲

۵۲۱

تمرین ۸) د آنه مندرار تابع  $y = f(x)$ ، صورت زیره باشه بر تابع  $f(\frac{x}{p}) = 1 + 3y$  کدوم است؟ (ایه طبعی)



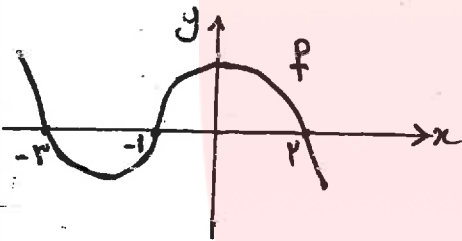
۱)  $[-2, 2]$

۲)  $[2, 4]$

۳)  $[-2, 0]$

۴)  $[-2, 4]$

تمرین ۹) د مندرار تابع  $f$ ، شکل زیره است. مجموع ریشه‌های معادله  $f(2x) = 0$  کدوم است؟ (ایه طبعی)



۱) صفر

۲) -2

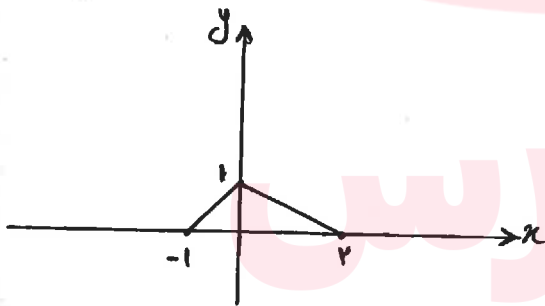
۳) -1

۴) -5

تمرین ۱۰) شکل قابل مربوطه مندرار تابع  $y = f(x)$  است. مساحت محدوده مندرار تابع  $y = 2f(\frac{x}{p})$

(محدوده)

محدوده ما کدوم است؟



۱) 1

۲) 3

۳) 2

۴) 9

بازگشت، تنظیلات کارخانه!! سینه پیرا کورت  $f(x)$  از رویه  $f(x)$  تغییر یافته  $\Rightarrow$

تمرین ۱۱) د آنه رانه تابع  $y = f(\frac{x}{p})$ ، صورت  $[-2, 4]$  باشه رانه تابع  $f(x)$  کدوم است؟

۱)  $[-5, 7]$

۲)  $[-5, 8]$

۳)  $[-1, 2]$

۴)  $[-2, 4]$

تمرین ۱۲) دانه برد تابع  $y = -3f(x+2)$  صورت بازه  $(4, 0]$  باشد برد تابع  $f(x)$  کدام است؟

- ۱)  $[-18, 0]$     ۲)  $[-2, 0]$     ۳)  $(0, 2]$     ۴)  $[-2, 0]$

تمرین ۱۳) دانه برد تابع  $y = 2f(-x+1) + 5$  صورت بازه  $(-1, 4)$  باشد برد  $f(x)$  کدام است؟

- ۱)  $(8, 18)$     ۲)  $(-\frac{1}{2}, -3)$     ۳)  $(\frac{1}{2}, -4)$     ۴)  $(3, 13)$

تمرین ۱۴) دانه ران تابع  $y = f(\frac{x}{3} - 3)$  بازه  $[18, 45]$  باشد ران تابع  $y = f(\frac{1}{3}x + 1)$  کدام است؟

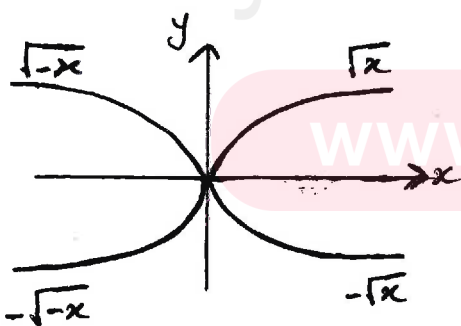
(آب قلیجی)

- ۱)  $[2, 11]$   
۲)  $[4, 22]$   
۳)  $[1, \frac{11}{3}]$   
۴)  $[2, \frac{11}{3}]$

نکته: دانه تابع  $f(x)$  اگر

- نسبت تابع بیاید  $-f(x)$  ← نذرار نسبت به محور  $x$  متقینه شود.
- نسبت  $x$  بیاید  $f(-x)$  ← نذرار نسبت به محور  $y$  متقینه شود.
- هم نسبت تابع و هم نسبت  $x$  بیاید  $-f(-x)$  ← نسبت به مبدأ مختصات متقینه شود.

گروه آموزشی عصر



$-f(x)$  ← برد تغییر کند (رانه ثابت)  
 $f(-x)$  ← رانه تغییر کند (بدر ثابت)  
 $-f(-x)$  ← رانه و برد تغییر کند

تمرین ۱۵، نمودار تابع  $y = x^2 + 3$  را ابتدا نسبت به  $x$  و بعد نسبت به  $y$  رسم کنید و در آخر

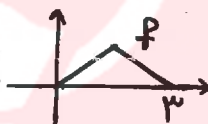
نسبت محور  $y$  و محور  $x$  را مقیسه کنید و نتیجه حاصل کدام است؟

$y = (-x-1)^2 + 3$  (۴)      $y = -(x-1)^2 + 3$  (۳)      $y = (-x+1)^2 + 3$  (۲)      $y = -(x+1)^2 + 3$  (۱)


تمرین ۱۶، نمودار تابع  $y = (x-2)^2$  را ابتدا نسبت به محور  $x$  و مقیسه کنید و نسبت به  $y$  رسم کنید و در آخر

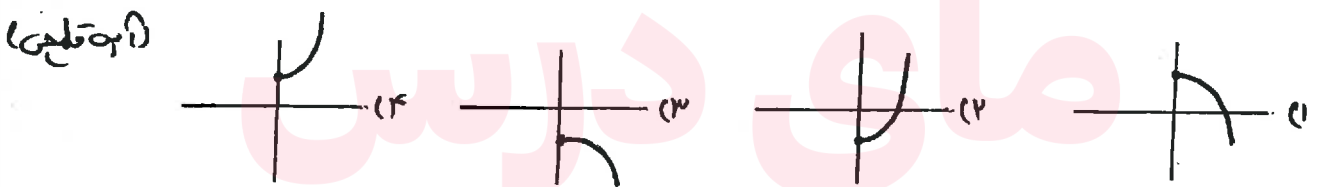
نتیجه آن را با  $g(x)$  مقایسه کنید و نتیجه حاصل (۱) کدام است؟

$-4$  (۱)      $-14$  (۲)      $34$  (۳)      $14$  (۴)

تمرین ۱۷، اگر نمودار  $f$  به شکل  باشد، نمودار تابع  $y = -f(-x)$  در کدام ناحیه دستگاه مختصات

قرار دارد؟ اول (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴) (آبجکتیو)

تمرین ۱۸، اگر نمودار تابع  $y = 1 - f(x)$  به شکل  باشد، نمودار  $y = f(x)$  در کدام ناحیه است؟



تمرین ۱۹، در تابع نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$ ، نسبت به محور  $x$  و مقیسه کنید و نسبت به  $y$  رسم کنید و در آخر

نسبت انتقال در (صوم) نمودار حاصل، نسبت به محور  $x$  و  $y$  را با کدام طول مقیسه کنید؟

$-2$  (۱)      $1/5$  (۲)      $1/3$  (۳)      $5/2$  (۴)     (مراکز تصدیق خارج ۹۷)

تمرین (۲۵) ابتدا قرینه‌ی نمودار تابع  $f(x) = (x-1)^2$  را نسبت به مبدأ مختصات رسم کرده سپس منحنی حاصل را یک واحد سمت بالا منتقل می‌کنیم. نقاط تلاقی منحنی جدید با منحنی اصلی کدام است؟ (سراسری و امتحان خارج ۹۹)

۲، ۱

۱، ۲

۲، ۱

۱، ۲

تمرین (۲۶) نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  را ابتدا یک واحد سمت چپ و سپس یک واحد سمت راست حرکت می‌دهیم و در هر مرحله هر نسبت به محور  $y$  ما قرینه می‌کنیم، نمودار حاصل خط  $x = y = 4$  در دو نقطه مدبک را قطع می‌کند نام این دو نقطه کدام است؟

۱، ۱

۲، ۲

۳، ۳

۴، ۴

# مای دارس

## گروه آموزشی عصر

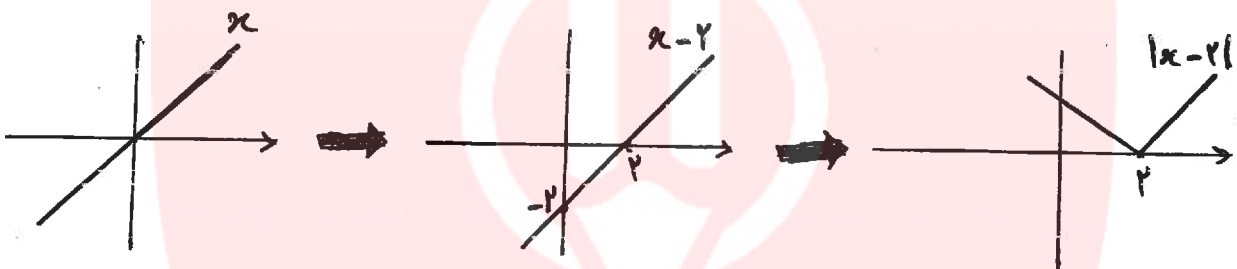
[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



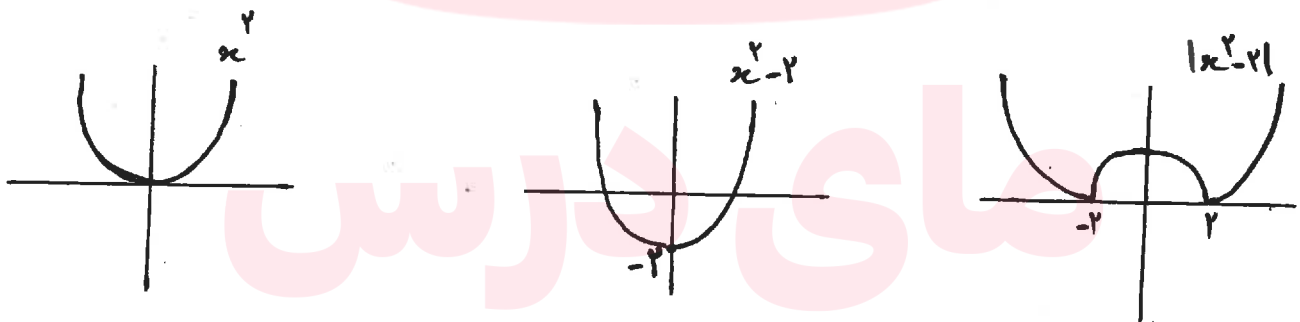
رسم نمودار ۱۴۱ :

۱) ابتدا نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم  
 ۲) قسمت های  $f$  از نمودار  $f$  را که زیر محور  $x$  هستند را آنی می‌کنیم و تقریف آن‌ها را بالای محور  $x$  می‌رسم می‌کنیم.

مثال ۱: نمودار تابع  $y = |x - 2|$  را رسم کنید.



مثال ۲: نمودار تابع  $y = |x^2 - 2|$  را رسم کنید.



گروه آموزشی عصر

تذکره ۱: دامنه تابع  $f \circ g$ ،  $f \circ h$  با هم برابر است ولی در آنجا الزاماً برابر نیست.  
 تذکره ۲: برد تابع  $f \circ g$  هیچ وقت متغیر  $f$  نیست.

تمرین ۱ د نمودار حرکت از قدايع راه سه را رسم كنيد. سپس رابطه روبرو آنها را مشخص كنيد.

$$۱) y = |x^2 - ۱|$$

$$۲) y = |x^3 + ۱|$$

$$۳) y = |-x^2 - ۲|$$

$$۴) y = |۲x| + ۳$$

$$۵) y = |x^2 - ۲x|$$

$$۶) y = ||x - ۲| - ۱|$$

# مای درس

گروه آموزشی عصر

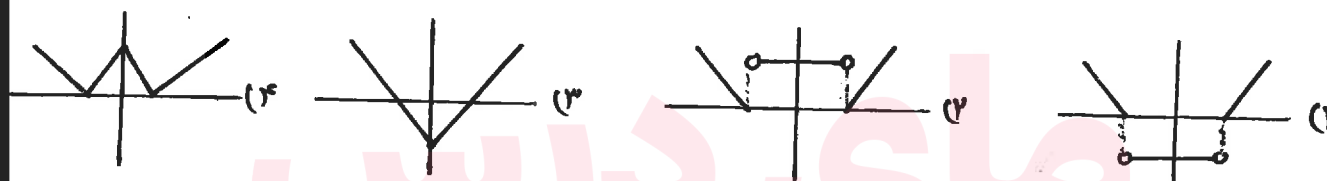
[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

۷)  $y = |x^2 - x - 2|$

۸)  $y = |\cos x| \quad x \in [-\pi, \pi]$

۹)  $y = -|x - 1|$

تقریب ۲) د منحنی نمایش تابع  $f(x) = |x| - 2$  کدام است؟ (بر اساس کتاب ۹۷)



تقریب ۳) د خط معادلی  $y = 2x$  و دراز تابع  $y = |x^2 - 2|$  را، چند نقطه تقاطع می‌تواند؟ (۲ نقطه)

۴۰۴

۱۳ صفر

۲۰۲

۱۰۱

تمرین ۴) دو منحنی  $y = 1x - 2$  را  $۳$  واحد به سمت چپ انتقال داده و در نتیجه شکل حاصل را نسبت به محور  $y$  تعین می‌کنیم و با ضرب  $۲$  انبساط عمودی می‌دهیم، نسبت قدیم  $۳$  را نسبت به  $۲$  واحد به محور  $x$  ما رسم می‌کنیم معادله منحنی جدید کدام است؟ (خط سبز)

$$y = -2x + 1$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -2x - 1$$

$$y = -2x + 1$$

# مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

سرالات امتحان فغان

درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

۹۸ (س)

الف: هر تابع با تابع  $y = k f(x)$  همان برد تابع  $f(x)$  است

مقدور ۹۸

۹۹ (س)

ب: دامنه تابع با تابع  $y = k f(x)$  همان دامنه تابع  $y = f(x)$  است.

هزار ۹۹ خارج

ج: دامنه تابع با تابع  $y = -f\left(\frac{x}{k}\right)$  همان دامنه تابع  $y = -k f(x)$  است.

۱۰۰) در جاس خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف: اگر برد تابع  $f$  برابر  $[1, 4]$  باشد آنگاه برد تابع  $y = 2 f(x)$  برابر با ..... است. هزار خارج ۹۹

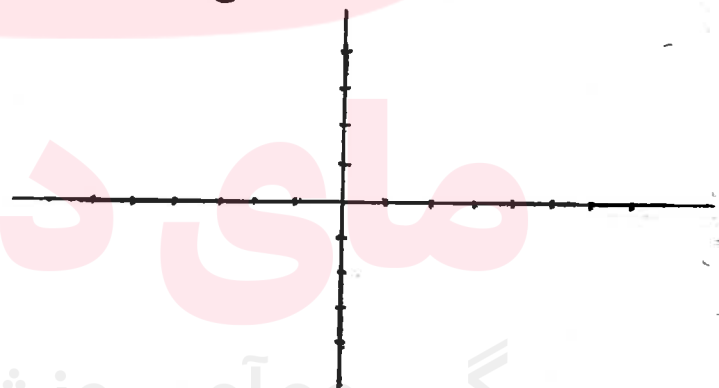
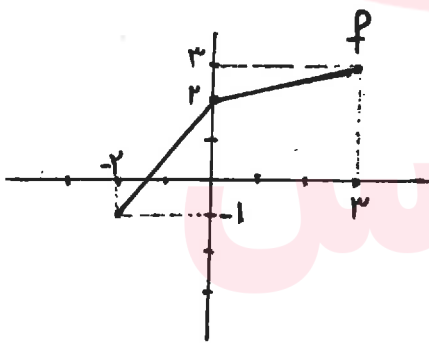
ب: دو قطعی  $(-2, 4)$  و  $(2, 4)$  در بردار تابع  $y = f(x)$  باشد نقاط متناهی در بردار  $f(x) = y$  برابر با

هزار ۱۴۰۲

..... است.

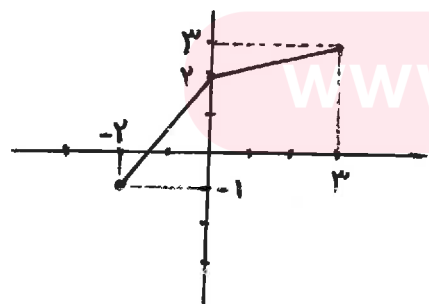
۹۷ (س)

۱۰۱) با استفاده از بردار تابع  $f$  بردار تابع  $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$  را رسم کنید.



تیر ۹۸

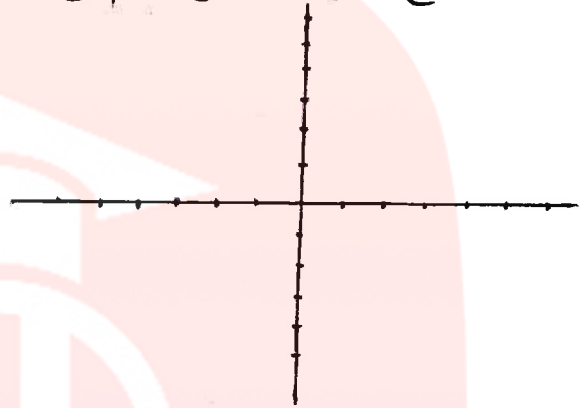
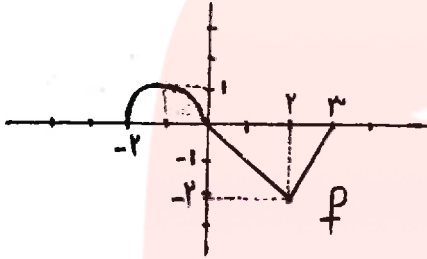
۱۰۲) با استفاده از بردار تابع  $f$  بردار تابع  $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 1$  را رسم کنید.



تمرین ۹۹

۵) نمودار تابع  $y = f(x)$  رسم شده است.

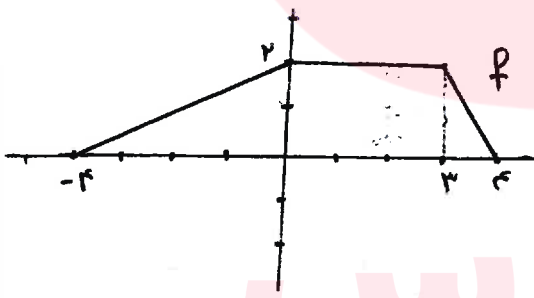
انفرد نمودار تابع  $y = 2f(\frac{1}{3}x)$  را رسم کنید.



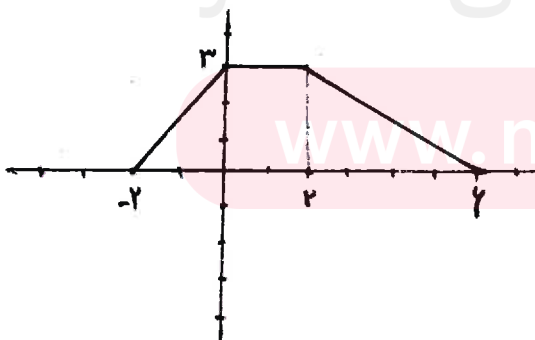
به راهنمای تابع  $y = 2f(\frac{1}{3}x)$  را تعیین کنید.

تمرین ۹۸

۶) با استفاده از نمودار تابع  $y = f(x)$  نمودار تابع  $y = \frac{1}{4}f(4x)$  را رسم کنید.



۷) نمودار تابع  $y = f(x)$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع  $y = \frac{1}{3}f(2x)$  را رسم کنید. تمرین ۹۹



۹) مقدار تابع  $y = f(x)$  رسم شده است با استفاده از این مقدار  $y = -2f(\frac{1}{2}x)$  را رسم کنید. سختی ۹۸



۱۰) با توجه به مقدار تابع  $y = f(x)$  مقدار تابع  $y = f(-x) + 2$  را رسم کنید. مقدار ۱۴۰۰



۱۱) اگر دامنه تابع  $y = f(x)$  برابر  $[-1, 3]$  و بردار آن  $[0, 2]$  باشد دامنه و بردار  $f(\frac{x}{2})$  را بیابید. سختی ۱۴۰۱

۱۲) بردار تابع  $f$  بازه  $[-3, 1]$  است. بردار تابع  $y = -2f(\frac{1}{2}x - 1) + 3$  کدام است؟ مقدار ۱۴۰۱

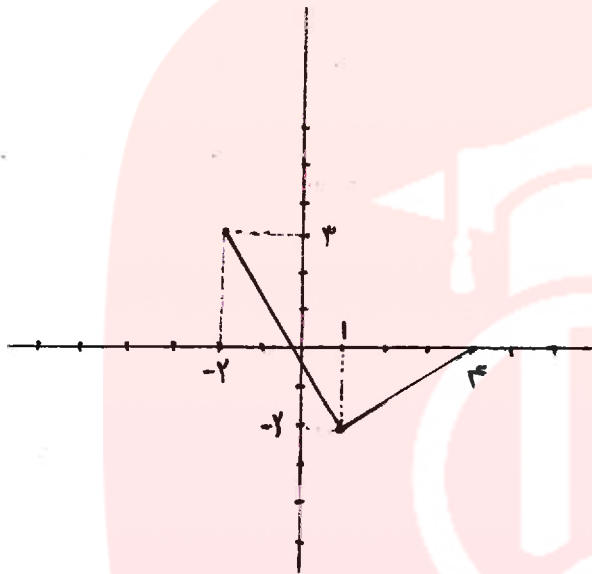
$[-1, 2]$  الف

$[1, 9]$  ب

$[-2, 0]$  ج

$[-8, 0]$  د

شهریور ۱۴۰۱

۱۲) نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است.اعتدال نمودار تابع  $f(x) = 2f(x-1)$  و رسم کنید.دو دامنه تابع  $f$  را بدست آورید.۱۳) نمودار تابع  $g(x) = 3x$  را ابتدا به واحد  $g$  رسم راست انتقال منبسط و سپس عرض تقاطع را دو برابر کنیم.

شهریور ۱۴۰۲

مناظره تابع جدید را بنویسید.

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir



۱۵) تابع وارون:

صفحه ۲۴ تا ۲۹ کتاب درسی

وارون کردن یک تابع یعنی این که جایی که عدد  $a$  دارد، جایی آن تابع را عوض کنیم.

① وارون از زوج مرتب ها: جایی که اول زوج را عوض کنیم.

مثال: وارون تابع  $f = \{(1, 2), (3, 5), (5, 1)\}$  را بنویسید.

$$f^{-1} = \{(2, 1), (5, 3), (1, 5)\}$$

نکته: جهت از عوض کردن جایی  $a$  در  $f$  تبدیل  $f^{-1}$  داریم:  $D_f = R_{f^{-1}}$  و  $D_{f^{-1}} = R_f$

تمرین ①: تابع  $f$  و وارون آن را در سطره است  $a$ ،  $b$  را بنویسید.

$$f = \{(2, -4), (3, -2), (4, 4)\}$$

$$f^{-1} = \{(-4, 2), (a+b, 4), (-2, 3)\}$$

تمرین ②: تابع  $f(x) = \{(1, 3), (2, 5), (4, -2)\}$  را در سطره است موارد خواسته شده را بنویسید.

$$f^{-1}(x) =$$

$$f \circ f^{-1} =$$

$$f^{-1} \circ f =$$

تمرین ۳) آید  $f = \{(1, -1), (3, 4), (-2, 5)\}$  و  $g = \{(4, 1), (2, 2), (-2, 4)\}$  دو تابع باشند تابع

$f \circ g^{-1}$  کدام است؟

- ۱)  $\{(3, 4), (1, -1)\}$  ۲)  $\{(4, 5)\}$  ۳)  $\{(-2, 4)\}$  ۴)  $\emptyset$

تمرین ۴) آید  $f = \{(1, 2), (2, 5), (0, 3), (4, -1)\}$  و  $g = \{(2, 3), (-1, 4), (4, 1), (3, 0)\}$

تابع  $f^{-1} \circ g$  کدام است؟

(سراسری تجربی ۸۵)

- ۱)  $\{(1, 3), (0, 0)\}$  ۲)  $\{(2, 4), (3, 5)\}$  ۳)  $\{(2, 0), (-1, 4)\}$  ۴)  $\{(5, 3), (-1, 1)\}$

تمرین ۵) دو تابع  $f = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5), (3, 4)\}$  و  $g = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4)\}$

(سراسری ریاضی خارج ۹۰)

مفروضه اند تابع  $f^{-1} \circ g^{-1}$  کدام است؟

- ۱)  $\{(4, 4), (1, 1), (3, 4)\}$  ۲)  $\{(5, 3), (5, 5), (4, 3)\}$

- ۳)  $\{(4, 4), (1, 1), (4, 4)\}$  ۴)  $\{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$

تمرین ۶) دو تابع  $f = \{(2, 5), (4, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$  و  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  مفروضه اند

(سراسری تجربی ۹۴)

آید  $f^{-1}(g(2a)) = 4$  باشد  $a$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{7}$  ۲)  $\frac{3}{4}$  ۳)  $\frac{3}{2}$  ۴)  $\frac{5}{2}$

نتیجه جمع د وارون «ترکیب در تابع»

$$(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$$

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$$

جاهای شش عوض میشه، هر دو معکوس میشن ←

تمرین ۷: دو تابع  $f = \{(1, 2), (-2, 4), (3, 5)\}$  و  $g = \{(3, 4), (4, 5), (2, 2)\}$  سفارش اند

هر یک موارد خواسته شده را بنویسید.

$$(f \circ g)^{-1} =$$

$$(g \circ f)^{-1} =$$

$$f \circ g^{-1} - g =$$

$$\frac{(f \circ g)^{-1}}{g} =$$

تمرین ۸: اگر  $f = \{(1, 2), (2, 5), (3, 4), (4, 2)\}$  و  $g = \{(2, 3), (4, 2), (5, 2), (3, 1)\}$  باشند

(در این سوال ریاضی ۹۸)

تابع  $\frac{g}{g \circ f^{-1}}$  کدام است؟

$$\{(4, 2), (3, 5)\} \text{ ا}$$

$$\{(4, 2), (5, 2)\} \text{ ب}$$

$$\{(3, 5), (2, 4)\} \text{ ج}$$

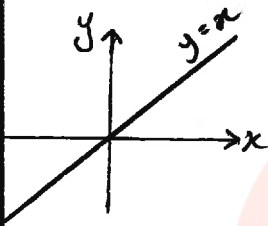
$$\{(5, 2), (2, 4)\} \text{ د}$$

مدرس: مهدی سپهوند

فصل اول: تابع

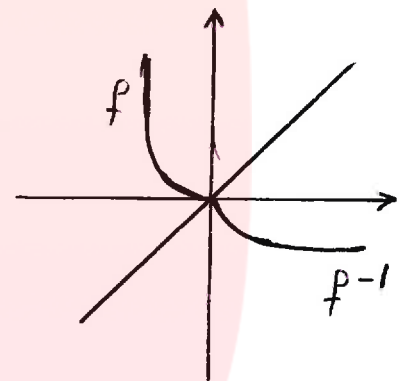
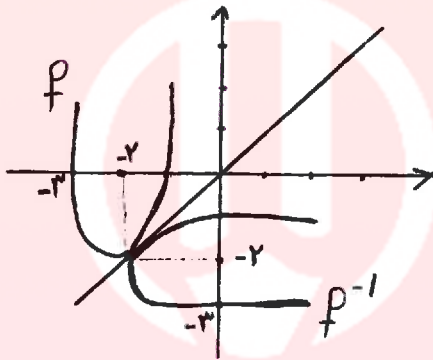
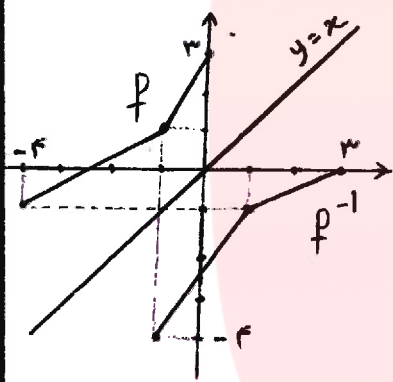
دوازدهم تجربی

۵) وارون در نمودارها:



برای رسم وارون یک نمودار ← قرینش کن، انبساط به  $y=x$  رسم کن.

مثال در هر مورد نمودار  $f$  و  $f^{-1}$  رسم شده است.



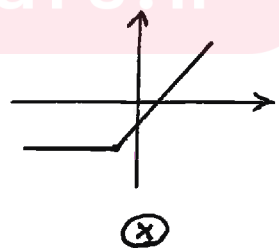
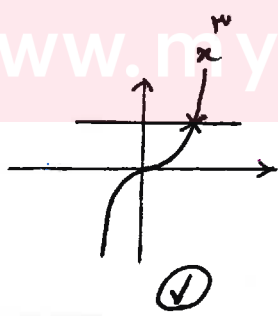
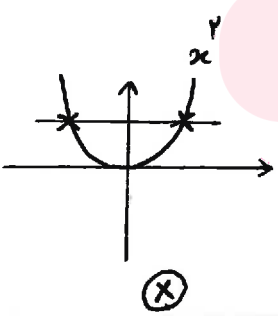
یادآوری ۱: فقط تابعی وارون پذیر است که یک به یک باشد.

یادآوری ۲: یک به یک بودن یعنی این که ← در زوج مرتب ما ← مؤلفه دوم نگذاریم نه اشتباه باشیم  
 در نمودار ← هر خط موازی محور  $x$  یا  $y$  تا در یک نقطه نمودار را قطع کند.

\* تابع  $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 1), (4, 2), (5, 4)\}$  یک به یک نیست چون مؤلفه دوم نگذاریم دارم

\* تابع  $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 5), (4, 1), (5, 3)\}$  یک به یک است. وقت کنی ←  $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 5), (4, 1), (5, 3)\}$

\* نمودارهای زیر وقت کنی



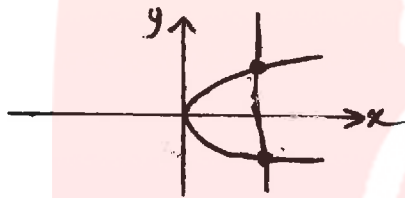
www.nay-dars.ir

یادآورس ۲: تابع بودن یعنی این که ← در زوج مرتب ما، مولف اول نگذاریم نداشته باشیم.  
 ← در نمودار، هر خط موازی محورین ما نهایتاً در یک نقطه نمودار را قطع کند

(۲ از این هر دو در نقطه یک خودمون داشته باشیم)

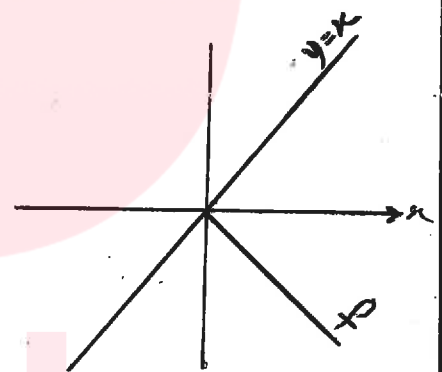
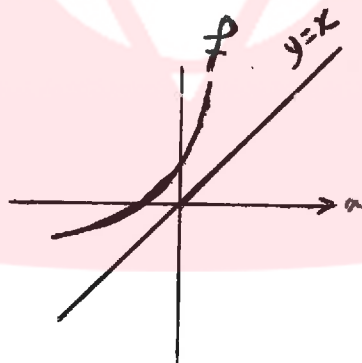
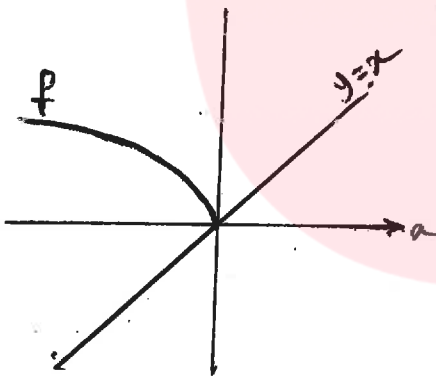
$$f = \{(1, 3), (1, 4), (2, 8)\}$$

مثلاً رابطه رو بر تابع نیست چون مولف اول نگذاریم



معنی نمودار مقابل نیز تابع نیست ←

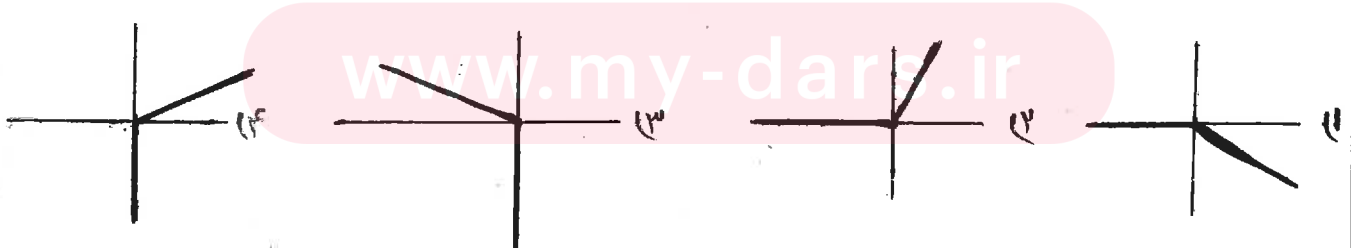
تمرین ۱: نمودار وارون حرکت از تابع زیر را رسم کنید.



تمرین ۲: معنی ثابت معلوم تابع  $y = 2x + |2x|$  کدام است؟ (سازش ریاضی ۷۰)

گروه آموزشی عصر

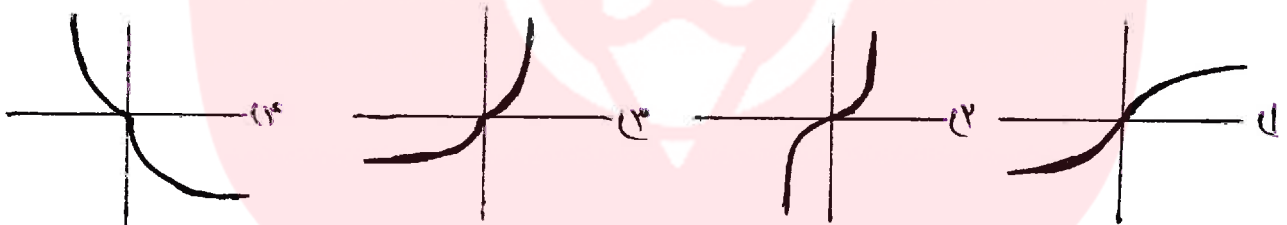
www.my-dary.ir



تمرین ۳: آنگاه  $f(x) = x|x|$  باشد (فقط نمودار تابع  $y = f^{-1}(x)$  کدام است؟) (سازش تعیین ۹۵)



تمرین ۴: تابعی متناهی تابع وارون  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$  کدام است؟



تمرین ۵: نمودار تابع  $y = 1 - \sqrt{x}$  وارون نمودار از چند نقطه قطع می‌کند؟

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) بی‌نهایت (۴) هیچ (۵)

مای داریس  
گروه آموزشی عصر

تمرین ۶: تابع وارون کدام تابع زیر صحیح است؟

۱)  $|x|$  ۲)  $x^3$  ۳)  $\sqrt[3]{x}$  ۴)  $|x| - 2x$  ۵)  $|x| - 2x$

③ وارون یک نقطه:  $f(x) = 5 \rightarrow f(5) = 2$   $f(a) = b \rightarrow f^{-1}(b) = a$

مثلاً اگر نقطه‌ای (۱، ۲) عضو  $f$  باشد  $\leftarrow$  (۲، ۱) عضو  $f^{-1}$  است.

$$\begin{cases} D_f = R_{f^{-1}} \\ D_{f^{-1}} = R_f \end{cases}$$

نکته: دامنه  $f$  با برد  $f^{-1}$  برابر است و بالعکس  $\leftarrow$

تمرین ۱: تابع  $f = \{(2, -1), (3, 4), (4, -2), (5, 0)\}$  داده شده است. حاصل عبارت‌های

$$f(4) + 3f(2) =$$

$$f^{-1}(-1) - f(3) =$$

زیر را حساب کنید.

تمرین ۲: اگر  $f = \{(2, -1), (0, 1), (1, 2), (1, -5)\}$  باشد  $\frac{f}{f^{-1}}$  شامل چند زوج مرتب است؟

۱) یک ۲) دو ۳) سه ۴) چهار

تمرین ۳: تابع  $f(x) = \frac{5x}{x^2 - 3x}$  داده شده است. برد تابع  $f^{-1}$  کدام است؟

۱)  $\{0, 3\}$  ۲)  $\mathbb{R}$  ۳)  $\mathbb{R} - \{0, 3\}$  ۴)  $[-5, 0)$

④ وارون یک تابع :

برای پیدا کردن وارون یک تابع باید  $x$  و  $y$  را در آن جایگزین کنیم و آن را تغییر دهیم.

$$\begin{aligned} x &\rightarrow y & \sqrt{\quad} &\rightarrow (\quad)^2 \\ + &\rightarrow - & \sqrt[3]{\quad} &\rightarrow (\quad)^3 \end{aligned}$$

مثال ۱: وارون تابع  $f(x) = 3x + 4$  را پیدا کنید.

$$\begin{aligned} \text{مثال ۱: } f(x) = 3x + 4 &\xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم}} x = 3y + 4 \rightarrow x - 4 = 3y \rightarrow \frac{x - 4}{3} = y \end{aligned}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x - 4}{3}$$

مثال ۲: وارون تابع  $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$  و همچنین دامنه و بردار  $f(x)$  را مشخص کنید.

$$D_f \Rightarrow x - 1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \text{ mm} \rightarrow R_{f^{-1}} = x \geq 1$$

$$R_f \Rightarrow x \geq 3 \text{ mm} \rightarrow D_{f^{-1}} = x \geq 3$$

$$\text{مثال ۲: } f(x) = \sqrt{x-1} + 3 \rightarrow x = \sqrt{y-1} + 3 \rightarrow x - 3 = \sqrt{y-1}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} (x - 3)^2 = y - 1 \rightarrow x^2 - 6x + 9 = y - 1 \rightarrow y = x^2 - 6x + 10$$

$$f^{-1}(x) = x^2 - 6x + 10 \quad | \quad f^{-1}(x) = (x - 3)^2 + 1$$



تمرین ۱: فایده وارون حرکت از رابطه های زیر را بدست آورید.

$$f(x) = 3x + 2$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

$$h(x) = \frac{5x + 2}{3}$$

$$k(x) = 3 - \sqrt{x + 2}$$

$$o(x) = -1 - \sqrt{4x + 2}$$

$$m(x) = \frac{2}{2 + x}$$

$$n(x) = \frac{2x - 4}{x + 1}$$

تمرین ۲: چگونه تابع  $f(x) = \sqrt{x+3}$  کسوم است؟

$$f^{-1}(x) = x^2 - 3, x \geq 0 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = x^2 - 3, x \geq -3 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = x^2 + 3, x \geq -3 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = x^2 + 3, x \geq 0 \quad (۳)$$

روش دوم: جایگزینی

تمرین ۳: وارون تابع  $f(x) = 2x + 4$  بازه  $[-1, 3]$  کسوم است؟

$$f^{-1}(x) = \frac{x-4}{2}, -1 \leq x \leq 3 \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2}, -1 \leq x \leq 3 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2}, 2 \leq x \leq 10 \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x-2}{2}, 2 \leq x \leq 10 \quad (۳)$$

روش دوم: جایگزینی

تمرین ۴: ضابطه وارون تابع  $y = 2 - \sqrt{x-1}$  کسوم است؟ (سراسر تجربی ۹۲)

$$y = -x^2 - 4x + 5, x \leq 2 \quad (۲)$$

$$y = x^2 - 4x + 5, x \leq 2 \quad (۱)$$

$$y = -x^2 + 4x - 5, x > 1 \quad (۴)$$

$$y = x^2 - 4x + 5, x > 1 \quad (۳)$$

تلفظ ترکیب  $f$  و  $f^{-1}$ :

$$f \circ f^{-1} = x$$

$$f^{-1} \circ f = x$$

ترکیب یک تابع و وارون آن همواره برابر  $x$  استوار. (تابع همانی)  
از این موضوع برای اثبات استفاده می‌کنیم.

مثال: نشان دهید که تابع  $f(x) = 3x + 2$  و  $g(x) = \frac{x-2}{3}$  وارون هم‌بندند.

$$f \circ g = f(g(x)) = 3\left(\frac{x-2}{3}\right) + 2 = x - 2 + 2 = x$$

$$g \circ f = g(f(x)) = \frac{(3x+2)-2}{3} = \frac{3x}{3} = x$$

تمرین ۱: در سوالات زیر نشان دهید که تابع  $f$  و  $g$  وارون هم‌بندند.

$$f(x) = 2x + 4$$

$$g(x) = \frac{1}{4}(x-4)$$

$$f(x) = \sqrt[3]{3x+2}$$

$$g(x) = \frac{1}{3}(x^3-2)$$

$$f(x) = -2 + \sqrt{x+1}$$

$$g(x) = (x+2)^2 - 1$$

تمرین ۲: اگر  $f(x) = -2 + \sqrt{x+1}$  و  $f(g(x)) = x$  باشد، آنگاه ضابطه تابع  $g(x)$  را بیابید.

تمرین ۳: اگر  $f(x) = \sqrt{x+1}$  و  $f(g(x)) = x$  باشد، ضابطه تابع  $g(x)$  کدام است؟

$$\frac{1}{4}(x-1)^2, x \geq 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{4}(x-1)^2, x \geq 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{4}(x+1)^2, x \geq 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{4}(x+1)^2, x \geq 1 \quad (3)$$

# مای درس

گروه آموزشی عصر

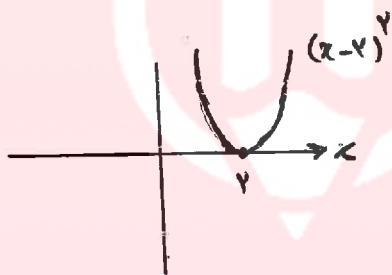
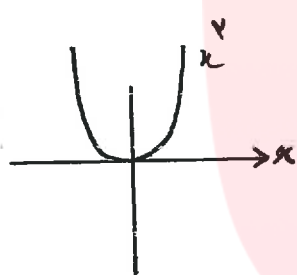
[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

محدود کردن دامنه تابع:

ما در این فصل یک تابع یک به یک نیست و وارون پذیریم نسبت به  $y$  با محدود کردن دامنه آن متوانیم یک تابع یک به یک و وارون پذیر بسازیم.

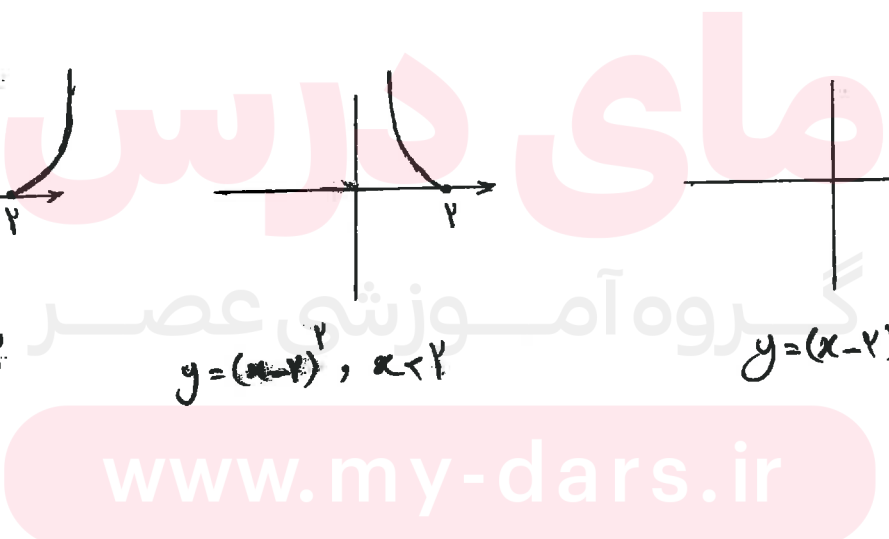
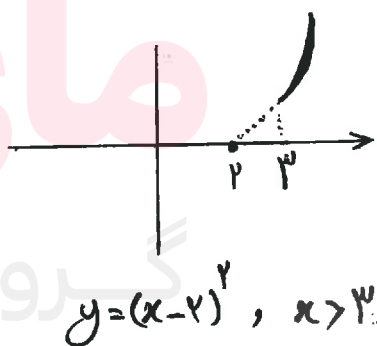
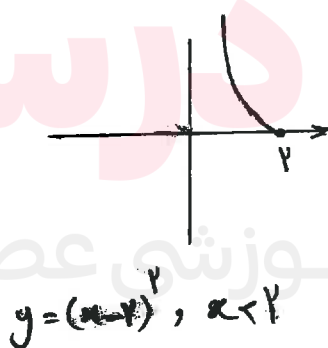
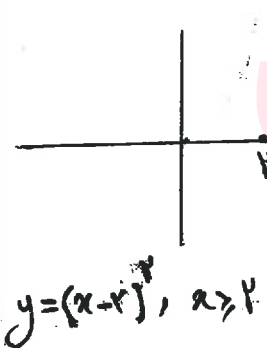
محدود کردن دامنه یعنی این که  $\leftarrow$  تقعا قسمتی از دامنه تابع را در نظر بگیریم.

مثال: با محدود کردن دامنه تابع غیر یک به یک  $y = (x-2)^2$  و تابع یک به یک می‌توانیم وارون کنیم.



مثال: ابتدا تابع وارون می‌کنیم

می‌بینیم که این تابع در  $\mathbb{R}$  یک به یک نیست ولی می‌توانیم دامنه آن را محدود کرده و تابعی یک به یک بسازیم.



تمرین ۱: تابع زیر عند یک یک هستند یا محدود در آن دامنه (با تابعی یک یک بسازید). (دامنه بهر ورسم)

$$y = |x-1|$$

$$y = |x-1| + 3$$

$$y = -(x+1)^2 + 4$$

$$y = x^2 - 4x$$

$$y = x^2 - 4x - 8$$

# مای درس

## گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

تمرین ۲: اگر تابع  $y = x^2 - 2x + 3$  در بازه  $(-\infty, \alpha]$  وارون تغییر باشد حد اکثر مقدار  $\alpha$  را بیابانید.

تمرین ۳: اگر تابع  $y = |x+2| - 1$  در بازه  $(\alpha, +\infty)$  یک یک باشد حداقل مقدار  $\alpha$  را بیابانید.

مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)



## سوالهای امتحان نهایی

① درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید.

الف: دو تابع  $f(x) = -\frac{2x+2}{4}$  و  $g(x) = -\frac{7}{4}x - 3$  وارون یکدیگرند.

خرداد ۹۸

ب: دو تابع باضابطه  $f(x) = x^3$  و  $g(x) = \sqrt[3]{x}$  وارون یکدیگرند.

شهریور ۱۴۰۰

② در جایی خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف: اگر  $f = \{(2,3), (3,5)\}$  باشد حاصل  $f^{-1}(3)$  برابر ..... است.

خرداد ۱۴۰۱

ب: ضابطه وارون تابع  $y = x^3$  برابر ..... است.

شهریور ۱۴۰۱

پ: اگر  $y = 3 + \sqrt{2x-1}$  باشد مقدار  $(f \circ f^{-1})(5)$  برابر با ..... است.

خرداد ۱۴۰۲

ت: اگر  $f(x) = 2x^2 - 1$  باشد حاصل  $f^{-1}(15)$  برابر ..... است.

دی ۱۴۰۱

③ ضابطه وارون هر یک از توابع زیر را درست آورید.

دی ۹۹  $g(x) = -5 - \sqrt{3x+1}$

شهریور ۹۹  $f(x) = \frac{7}{4}x - 3$

خرداد ۹۹ خارج  $y = \sqrt{x+2}$

④ در هر صورت نشان دهید که در تابع داده شده وارون یکدیگرند.

رس ۹۸  $f(x) = 2x - 4$   $g(x) = \frac{x+4}{3}$

خرداد ۹۹ خارج  $f(x) = \frac{-8x+3}{2}$   $g(x) = \frac{2-2x}{8}$

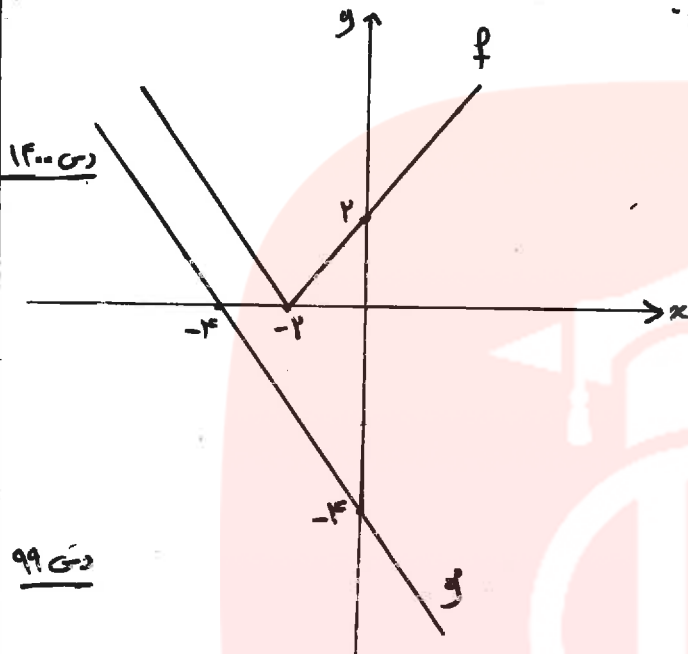
خرداد ۱۴۰۱ خارج  $f(x) = \frac{-7}{2}x - 3$   $g(x) = -\frac{2x+2}{7}$

⑤ با محور کردن دامنه تابع  $y = x^2 - 5$  و تابع وارون نیزه بسازید. دامنه تابع جدید را بنویسید. رس ۹۸

⑥ با محور کردن دامنه تابع  $y = x^2 - 4x + 5$  تابع کبیته کبیته درست آورید. خرداد ۹۹ خارج

⑦ آنگاه  $f(x) = \frac{1}{x} - 3$ ،  $g(x) = x^2$  باشد مقدار  $f^{-1}(g^{-1}(2))$  و  $g^{-1}(f^{-1}(2))$  را بدست آورید. رس ۹۷

۸) با توجه به نمودار  $f$  و  $g$  به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف: مقدار  $f$  را در صورت وجود  $g$  دست آورید.

$$(f \circ g)(-2) =$$

$$(g \circ f)(-1) =$$

ب: مقدار  $(f \circ g)$  را بدست آورید.

پ: با جدول کردن دامنه  $f$ ، بازه‌ای را مشخص کنید که تابع  $f$  یک به یک باشد.

دستی ۱۴۰۰

دستی ۹۹

دستی ۹۹

۹) اگر دامنه تابع  $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + 6x + 2$  برابر  $(-2, 2]$  باشد، فاصله  $f$  در دامنه تابع وارون را بدست آورید. - شهریور ۱۴۰۲

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir



مای درس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)