

۱ فصل اول : منطق و استدلال ریاضی

۱- کدام یک از جملات یا عبارات های زیر ، گزاره هستند؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید :

الف (امروز به سینما برو .

ب (10^4 عدد بسیار بزرگی است.

ج (میانه داده های $1, 3, 4, 8, 17, 20, 31, 54$ عدد $12/5$ است.

د (از نمودار حبابی برای نمایش همزمان ۲ متغیر استفاده می شود.

ت (عدد طبیعی a زوج است.

ث (عدد $(-3)^{n+1}$ ، عددی منفی است. ($n \in \mathbb{N}$)

ج (بزرگترین عدد اول دو رقمی ، برابر ۸۹ نیست.

چ (عبارت $\frac{|x|}{3x^2+5x}$ یک عبارت گویا نیست.

خ (رابطه $f = \{(4,5), (2,1), (10,20)\}$ یک تابع است.

م (تعداد هلی کوپترهای ارتش های کشورهای مختلف متغیر کمی با مقیاس نسبی است.

ز (علی پسر خوبی است.

ذ (واریانس ، جذر انحراف معیار است .

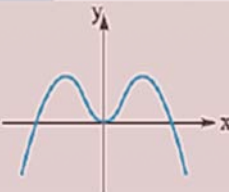
ن (دامنه سهمی $y = x^2$ برابر کل اعداد حقیقی است .

و (انسان ماندن سخت تر از انسان بودن است .

ه (انسان راستگو سعادت مند است .

www.my-dars.ir

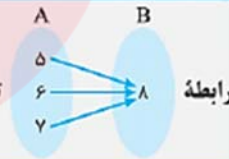
۲- جدول زیر را که بر اساس ارزش گزاره ها هستند تکمیل نمایید.

گزاره P	ارزش P	گزاره $\sim P$	ارزش $\sim P$
$10^2 + 10^4 = 10^7$			
مربع هر عدد حقیقی منفی، عددی مثبت است.			
		$-8 \geq -10$	
		 <p>نمودار تابع است.</p>	
مجموع اعداد سطر پنجم مثلث خیام برابر با 2^4 است.			
طول رأس سهمی $y = x^2 - 8x + 5$ برابر با $x = 3$ است. (مفروض علاقه‌مندان)			
		<p>در تجزیه عبارت $4x^2 - 8x - 21$ عامل $(2x + 3)$ وجود ندارد. (مفروض علاقه‌مندان)</p>	
در داده‌های ۱۲۰۰۰، ۴۲۰۰، ۲۸۰۰ و ۵ شاخص میانه بهتر از شاخص میانگین، برای نمایش محل تمرکز داده‌ها است.			
مجموع هر دو عدد فرد طبیعی، عددی زوج است.			
قرینه هر عدد حقیقی منفی، کوچک‌تر از خود آن عدد است.			
معکوس هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱، از خود آن عدد کوچک‌تر است.			
مجموع دو عدد $1 - \sqrt{3}$ و $1 + \sqrt{3}$ عددی گنگ است.			

۳ - در جدول زیر ، روبه روی گزاره های داده شده ، ارزش آنها را با علامت تیک مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک یا دو گزاره ساده ، گزاره مرکب را کامل کنید :

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	۷۵ عددی اول است و $(-۳)^۴$ عددی منفی نیست.		
۲ و رنگ چشم افراد، متغیر کیفی اسمی است.	✓	
۳	مقسوم علیه های (شمارنده های) طبیعی عدد ۱۲ عبارت اند از: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ و		✓
۴	۱۲۱ مضرب ۱۱ است و $\frac{۱}{۲} > \frac{۱}{۳}$		
۵ و	✓	
۶	همه سوره های قرآن با بسم الله شروع می شوند و سوره بقره طولانی ترین سوره قرآن است.		
۷	مجموعه $\{\emptyset\}$ تهی است و $\{۰, ۱, ۲, ۳\} \subseteq \mathbb{N}$		
۸	$\sqrt{۹+۱۰۰} = ۳+۱۰$ و $(\frac{-۲}{۳})^{-۲} \times ۳^{-۲} = \frac{۱}{۸}$		
۹	$(a-b)^۲ = a^۲ - ۲ab + b^۲$ و $(a-b)^۲ = a^۲ - ۳a^۲b + ۳ab^۲ - b^۲$		
۱۰	(شیب هر خط موازی محور عرض ها صفر است) \wedge (یکی از معایب سرشماری، عدم امکان استفاده در بررسی های مخرب است.) (مفهوم علاقه مندان)		
۱۱	$(-۵ \neq -\sqrt{(-۵)^۲}) \wedge ((\frac{۲}{۳})^۰ = ۱)$		
۱۲	عدد ۲ زوج و اول است.		
۱۳	نمودار خط $x = ۳$ از ناحیه اول و چهارم می گذرد. (مفهوم علاقه مندان)		

۴ - در جدول زیر ، روبه روی گزاره های داده شده ، ارزش آنها را با علامت تیک مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک یا دو گزاره ساده ، گزاره مرکب را کامل کنید :

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	کسر $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ عبارتی گویا است یا ۹۱ عددی مرکب است.		
۲	قرآن ۱۱۸ سوره دارد یا	✓	
۳	ارسطو نویسنده کتاب ارغنون نیست یا		✓
۴ یا معادله $x^2 + x + 3 = 0$ دو ریشه دارد.	✓	
۵	افلاطون، شاگرد سقراط بود یا هفته هفت روز دارد.		
۶	اعداد سطر سوم مثلث خیام (۱ ۲ ۱) هستند یا سهمی $f(x) = x^2 + 1$ ماکزیمم دارد. (مفروض علاقه مندان)		
۷	در تابع $f(t) = \sqrt{t+1}$ متغیر مستقل برابر $f(t)$ است یا وزن افراد، متغیر کتی فاصله ای است.		
۸	رابطه  تابع است یا نمودار میله ای، یک نمودار تک متغیره است.		
۹	$(\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}) \vee (\mathbb{R} \not\subset \mathbb{Q})$		
۱۰	$(\frac{2^3 \times 3^{-2}}{2^{-5} \times 3^4} \times \frac{6^7}{8^5} = 2) \vee (\sqrt{x^2} = x)$ (مفروض علاقه مندان)		
۱۱	عدد ۱۹ زوج یا مربع کامل است.		
۱۲	عدد ۲۴ بر ۳ یا ۵ بخش پذیر است.		

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

۵ - با استفاده از جدول ارزش گذاری ، درستی یا نادرستی هر یک از هم ارزی های زیر را بررسی کنید :

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \text{ (الف)}$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \text{ (ب)}$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \text{ (پ)}$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \text{ (ت)}$$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv q \text{ (ث)}$$

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q \text{ (ج)}$$

$$(p \vee \sim p) \equiv T \text{ (چ)}$$

$$(p \wedge \sim p) \equiv F \text{ (ح)}$$

$$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \text{ (خ)}$$

$$p \wedge \sim (p \vee q) \equiv F \text{ (د)}$$

$$p \wedge \sim (p \vee q) \equiv T \text{ (ذ)}$$

۶- اگر $p \wedge q$ گزاره ای درست باشد ارزش گزاره $p \vee (q \wedge r)$ را تعیین کنید .

۷- اگر $p \wedge q \equiv F$ باشد ثابت کنید که : $(\sim p \vee q) \wedge p \equiv F$

۸- اگر گزاره $(p \wedge \sim q) \vee \sim p$ نادرست باشد ارزش گزاره های زیر چیست؟

$$(q \vee r) \vee p \text{ (الف)}$$

$$\sim (p \wedge q) \wedge \sim r \text{ (ب)}$$

www.my-dars.ir

۹ - جدول زیر را کامل کنید :

ردیف	گزاره مرکب	درست	نادرست
۱	اگر $(5^2 + 1)$ زوج است؛ آن گاه 100 مربع کامل است.		
۲	اگر؛ آن گاه 96 اول است.	✓	
۳	اگر 50 مضرب 10 است؛ آن گاه		✓
۴	اگر x عددی اول باشد؛ آن گاه x^2 هم عددی اول است.		
۵	اگر $\sqrt{16}$ مربع کامل است؛ آن گاه $3^2 > 3^3$.	✓	
۶	اگر 25 مربع کامل آن گاه $\sqrt{3}$ عددی گنگ		
۷	اگر a عدد صحیح زوج یا فرد باشد؛ آن گاه عدد 1 اول است.		
۸	اگر k عددی فرد باشد؛ آن گاه k^2 نیز فرد است.		
۹	زوج بودن عدد 10 نتیجه می‌دهد زوج بودن مربع هر عدد فرد را.		
۱۰	$(\sqrt{3})^4 \times (\sqrt{3})^{-2} = 3 \Rightarrow (\sqrt{2-\sqrt{5}})^2 = 2-\sqrt{5}$ (مفروض علاقه‌مندان)		
۱۱	$\frac{4}{3}\pi R^2 = \text{حجم کره} \Rightarrow (3^{-10} < 3^{-1})$ (مفروض علاقه‌مندان)		
۱۲	اگر مُد داده‌های $1, 1, 2, 3, 4$ برابر 1 باشد آن گاه حاصل $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{(x^2 + x)(x^2 - 4)}$ برابر با $\frac{1}{x+2}$ است. (مفروض علاقه‌مندان)		
۱۳	اگر عدد 5 اول و عدد 10 طبیعی باشد؛ آن گاه عدد $1/8$ گنگ است.		
۱۴	جمعه‌ها بانک‌ها تعطیل هستند. $\Rightarrow [(-20 \geq -12) \wedge ((-5)^3 = -125)]$		
۱۵	دمای هوای شهرها متغیر کمی نسبتی است. $\Rightarrow [(\text{میانگین نقطه وسط داده‌های مرتب شده است}) \vee (2^{-5} = -32)]$		
۱۶	$\left[\begin{array}{l} \text{در نقاط سربه سر سود} \\ \text{کارخانه صفر است} \end{array} \right] \wedge \left[\begin{array}{l} \text{مقدار پارامتر همیشه با} \\ \text{مقدار آماره برابر است} \end{array} \right]$ (مفروض علاقه‌مندان)		
۱۷	$\sim (2^2 = 18) \Rightarrow \sim (4 \notin \mathbb{N})$		
۱۸	$\sim [(\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}) \wedge (\text{IQR} = Q_3 - Q_1)]$ (۲ فرد است) (مفروض علاقه‌مندان) دامنه میان چارکی		
۱۹	در یک سری از داده‌ها، اگر داده دور افتاده داشته باشیم؛ آن گاه شاخص مرکزی میانگین بهتر از میانگین است.		
۲۰	اگر در معادله $x^2 + 3kx - 2k = 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر 4 باشد، آن گاه مقدار k برابر 2 است. (مفروض علاقه‌مندان)		

۱۰- جدول زیر را کامل کنید :

ردیف	گزارهٔ مرکب	درست	نادرست
۱	اگر عبارت $\frac{2x}{x-1}$ گویا باشد؛ آن گاه $\sqrt{3}$ گنک است و برعکس.		
۲	اگر x عددی فرد باشد، $(x+1)$ عددی زوج است و برعکس.		
۳	اول بودن عدد ۳۷ شرط لازم و کافی است برای مرکب بودن عدد ۱۷.		
۴	گویا بودن عدد $1/6$ شرط لازم و کافی است برای	✓	
۵	اگر آن گاه تقریباً ۲۵ درصد داده‌های آماری، کوچک‌تر از چارک اول هستند و برعکس.		✓
۶	اگر ۱۲۱ مضرب ۳ آن گاه فردوسی، ریاضی دان و برعکس.	✓	
۷	اگر واریانس داده‌ها صفر باشد، آن گاه داده‌ها با هم برابرند و برعکس.		
۸	اگر دو عدد فرد باشند، آن گاه مجموع آن‌ها زوج است و برعکس.		
۹	$[(x=3) \wedge (y=-1)] \Leftrightarrow \{ (5, x-y), (1, 2), (5, 4), (1, x+y) \}$ تابع است.		
۱۰	در منحنی نرمال ۹۶٪ داده‌ها در بازه $(\bar{x}-2\sigma, \bar{x}+2\sigma)$ قرار دارند. \Leftrightarrow (مجموع ریشه‌های معادله $x^2 - x - 2 = 0$ برابر ۱ است). (مفروض علاقه‌مندان)		
۱۱	(نمودار خط $y = -2x - 1$ از ناحیه سوم نمی‌گذرد) \Leftrightarrow (در نمودار جعبه‌ای، میانه همیشه وسط جعبه قرار دارد) (مفروض علاقه‌مندان)		
۱۲	حاصل $\frac{a^2+2a}{a^2-4} + \frac{4-a}{2-a}$ برابر ۲ است) \Leftrightarrow (در تجزیه شده (x^5-81x) عامل $(x-3)$ وجود ندارد) (مفروض علاقه‌مندان)		
۱۳	$(a \times b = 0) \Leftrightarrow [(a = 0) \wedge (b = 0)]$		

۱۱- با استفاده از جدول ارزش گذاری، درستی یا نادرستی هر یک از هم ارزی های زیر را بررسی کنید :

الف) $(p \Rightarrow p) \equiv T$

ب) $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$

پ) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \sim p) \equiv F$

www.my-dars.ir

$$(ت) [(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q \equiv F$$

$$(ث) [(p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p)] \Leftrightarrow q \equiv T$$

$$(ج) p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow q$$

$$(چ) [(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow \sim p \equiv T$$

۱۲- اگر p, q, r سه گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گذاری گزاره های زیر را رسم کنید:

$$(الف) p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)$$

$$(ب) [p \wedge (q \Rightarrow r)] \Leftrightarrow [q \wedge (p \Rightarrow r)]$$

۱۳- اگر p گزاره ای درست، q گزاره ای نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد. ارزش گزاره های زیر را بدون رسم جدول، تعیین کنید. (جواب هم ارزی ها را بنویسید)

$$(الف) (q \Leftrightarrow p) \vee r \equiv ?$$

$$(ب) (\sim p \Leftrightarrow q) \wedge r \equiv ?$$

$$(پ) (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p) \equiv ?$$

$$(ت) \sim (p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv ?$$

$$(ث) (r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv ?$$

$$(ج) (p \vee q) \Leftrightarrow (p \wedge q) \equiv ?$$

$$(چ) (q \vee \sim r) \Rightarrow p \equiv ?$$

$$(ح) \sim (\sim q \vee \sim r) \Rightarrow r \equiv ?$$

$$(خ) (\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p) \equiv ?$$

$$(د) (p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p) \equiv ?$$

$$(ذ) \sim (\sim q \wedge \sim r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv ?$$

$$(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge \sim r \equiv ? (ر)$$

۱۴- اگر گزاره $p \Rightarrow (p \wedge q)$ نادرست باشد ارزش گزاره $p \wedge \sim q$ را تعیین کنید .

۱۵- اگر گزاره $p \Rightarrow (q \vee r)$ نادرست باشد ارزش گزاره $(p \wedge s)$ را تعیین کنید .

۱۶- اگر گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست و $\sim s \Rightarrow \sim r$ نیز نادرست باشد ، ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید .

$$\text{الف) } (s \Rightarrow r) \vee (r \Rightarrow p)$$

$$\text{ب) } q \Rightarrow (p \vee \sim s)$$

۱۷- اگر $T \equiv (p \wedge q)$ ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \vee \sim (q \Rightarrow p)$ را تعیین کنید.

۱۸- گزاره های فارسی زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید:

الف) سه برابر جذر عددی برابر مجذور همان عدد است.

ب) مکعب یک عدد، کوچک تر یا مساوی پنج برابر آن عدد، به علاوه نه است.

پ) مجموع معکوس های دو عدد طبیعی، بزرگ تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

ت) مجموع مکعبات دو عدد حقیقی، بزرگ تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

ث) هر عدد نا صفری، بزرگ تر یا مساوی معکوس خود است.

ج) مربع مجموع دو عدد گویا، کوچک تر یا مساوی مجموع مربعات آن دو عدد است.

چ) حاصل ضرب عددی صحیح در عدد صحیح بعد از خود، برابر است با حاصل ضرب آن عدد صحیح در عدد صحیح

قبل از آن.

۱۹- در هر قسمت، نام استدلال به کار رفته چیست؟ روش استدلال به کار رفته در هر قسمت درست است یا

نادرست؟

الف) مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آن گاه ماه کامل است.

مقدمه ۲: امشب ماه کامل است. نتیجه: امشب شب چهاردهم ماه است.

ب) مقدمه ۱: اگر امشب شب چهاردهم ماه باشد، آن گاه ماه کامل است.

مقدمه ۲: امشب شب چهاردهم ماه است. نتیجه: امشب ماه کامل است.

n زوج است : $q \Rightarrow n^2$ زوج است : p (پ)

p : $(4)^2$ زوج است

q : زوج است

مجموع این دو عدد، زوج است q : \Rightarrow دو عدد فرد باشند p (ت)

حاصل $x + y$ زوج است q :

x و y فرد هستند q :

۲۰- با استفاده از جدول ارزش ها، درستی قاعده قیاس استثنایی یعنی $q \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge p]$ را نشان دهید.

۲۱- در هر قسمت، با توجه به استدلال های استثنایی و مغالطه، جاهای خالی را پر کنید: سپس بگویید روش هر

استدلال، درست است یا خیر؟

الف) $x < 0 \Rightarrow x^2 > 0$:مقدمه ۱

$(-8) < 0$:مقدمه ۲

.....

ب) $x > 0 \Rightarrow x^2 < 0$:مقدمه ۱

$(-3)^2 > 0$:مقدمه ۲

.....

هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند q : \Rightarrow اگر دو خط موازی باشند p (پ)

.....

خطوط L_1 و L_2 هیچ گاه یکدیگر را قطع نمی کنند:

www.my-dars.ir

واریانس داده ها صفر است: $q \Rightarrow$ اگر همه داده ها با هم برابر باشند: p (ت)
 واریانس داده های a, b, c و صفر است

∴

ث) $p: a > b \Rightarrow$

$$p: \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{3}\right)^5 > \left(\frac{1}{4}\right)^5$$

آن عدد بر ۲ هم بخش پذیر است \Rightarrow
 ۵۰ بر ۱۰ بخش پذیر است

∴ ۵۰ بر ۲ هم بخش پذیر است

۲۲- اگر $m = \frac{m-n}{p-n}$ آن گاه مطلوب است محاسبه n بر حسب متغیرهای دیگر (با فرض $m \neq 1$ و $m \neq 0$).
 دانش آموزان مختلف، چند استدلال مختلف را برای یافتن n به کار برده اند. درستی یا نادرستی هر استدلال را بررسی کنید:

اگر $m = \frac{m-n}{p-n}$ آن گاه مطلوب است محاسبه n بر حسب متغیرهای دیگر (با فرض $m \neq 1$ و $m \neq 0$).

دانش آموزان مختلف، چند استدلال مختلف را برای یافتن n به کار برده اند. درستی یا نادرستی هر استدلال را بررسی کنید:

الف) دانش آموز اول: $m = \frac{m-n}{p-n} \xrightarrow{\text{مرحله ۱: خط زدن } m} 1 = \frac{-n}{p-n} \xrightarrow{\text{مرحله ۲: فقط صورت کسر می تواند صفر باشد}} -n = 0 \xrightarrow{\text{مرحله ۳: یافتن } n} n = 0$

ب) دانش آموز دوم: $m = \frac{m-n}{p-n} \xrightarrow{\text{مرحله ۱: طرفین وسطین}} mp - mn = m - n \xrightarrow{\text{مرحله ۲: آنها را جدا می کنیم}} n - mn = m - mp$

$\xrightarrow{\text{مرحله ۳: فاکتورگیری}} n(1-m) = m(1-p) \xrightarrow{\text{مرحله ۴: تقسیم دو طرف بر } 1-m} n = \frac{m(1-p)}{1-m}$

ب) دانش آموز سوم: $m = \frac{m-n}{p-n} \xrightarrow{\text{مرحله ۱: طرفین وسطین}} mp - mn = m - n \xrightarrow{\text{مرحله ۲: آنها را جدا می کنیم}} mp - m = mn - n$

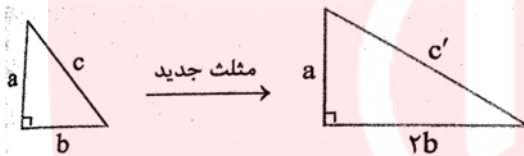
$\xrightarrow{\text{مرحله ۳: فاکتورگیری}} m(p-1) = n(m-1) \xrightarrow{\text{مرحله ۴: تقسیم دو طرف بر } (m-1)} \frac{m(p-1)}{m-1} = n \xrightarrow{\text{مرحله ۵: خط زدن } m} \frac{p-1}{-1} = n$

۶- در هر مورد، گزاره ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن آورده شده است. دلیل درستی یا نادرستی استدلال را بیان کرده و سپس آن گزاره و استدلال را اصلاح کنید.

الف) اگر طول و عرض مستطیل را ۴ برابر کنیم، آن گاه مساحت مستطیل هم ۴ برابر می شود.

$$\text{استدلال: } \begin{cases} S = x \cdot y \text{ مساحت اولیه} \Rightarrow (y = \text{عرض اولیه}, x = \text{طول اولیه}) \\ S' = 4xy = 4S \text{ مساحت جدید} \end{cases}$$

ب) در یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه a و b وتر c مانند شکل زیر، اگر ضلع b را ۲ برابر کنیم، آن گاه وتر مثلث جدید، ۲ برابر وتر مثلث اولیه می شود.



$$\text{استدلال: } \begin{cases} \text{فیناغورس در مثلث اولیه: } c^2 = a^2 + b^2 \\ \text{فیناغورس در مثلث جدید: } c'^2 = a^2 + (2b)^2 = a^2 + 4b^2 = c^2 \end{cases} \Rightarrow c'^2 = 4c^2 \rightarrow c' = 2c$$

فاکتور از c^2

پس وتر، دو برابر شده است.

پ) تساوی $\sqrt{\frac{11 \times 5 + 25 \times 3}{15}}$ برقرار است.

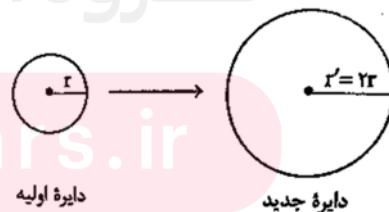
$$\text{استدلال: } \sqrt{\frac{11 \times 5 + 25 \times 3}{15}} = \sqrt{\frac{11 + 25 \times 3}{3}} = \sqrt{11 + 25} = \sqrt{36} = 6$$

ت) معادله $(x - 1)(x - 5) = (x - 1)$ فقط دارای جواب $x = 6$ است.

$$\text{استدلال: } (x - 1)(x - 5) = x - 1 \Rightarrow x - 5 = 1 \Rightarrow x = 6$$

ث) اگر شعاع دایره ای ۲ برابر شود، مساحت دایره هم ۲ برابر می شود.

$$\text{استدلال: } \begin{cases} \text{اولیه } S = \pi r^2 \\ \text{جدید } S' = \pi r'^2 = 2\pi r^2 = 2S \end{cases}$$



www.my-dars.ir