

ریاضی هشتم - فصل هشتم : امار و احتمال

علم امار: امار علم جمع اوری، سازماندهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است. به اطلاعاتی که جمع اوری میکنیم، داده های آماری می گوئیم.

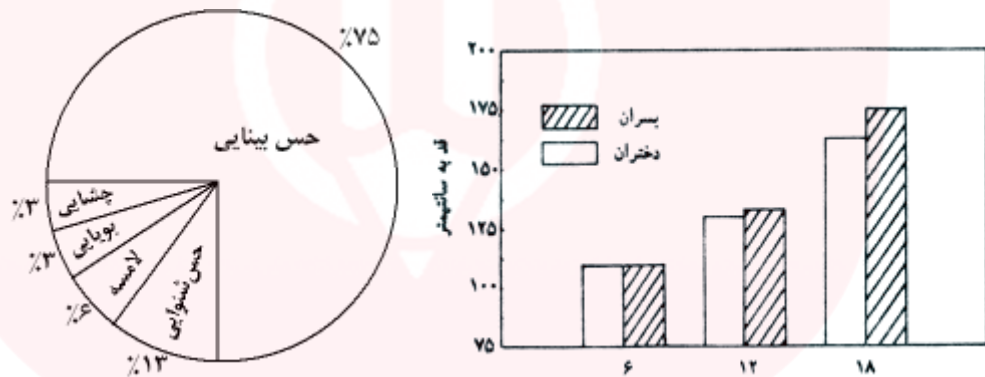
انواع نمودار:

الف) نمودار ستونی: برای مقایسه تعداد و پیدا کردن بیشترین و کمترین داده.

ب) نمودار خط شکسته: برای نشان دادن تغییرات در یک مدت مشخص کاربرد دارد.

ج) نمودار تصویری: برای مقایسه داده های تقریبی به کار می رود.

د) نمودار دایره ای: برای نشان دادن نسبت داده ها به کل و سهم هر بخش به کار می رود.



دسته بندی داده ها:

مثال) نمره های ریاضی یک کلاس ۱۶ نفره به شرح زیر می باشد. جدول داده های آماری آن را در ۴ دسته تنظیم کنید؟

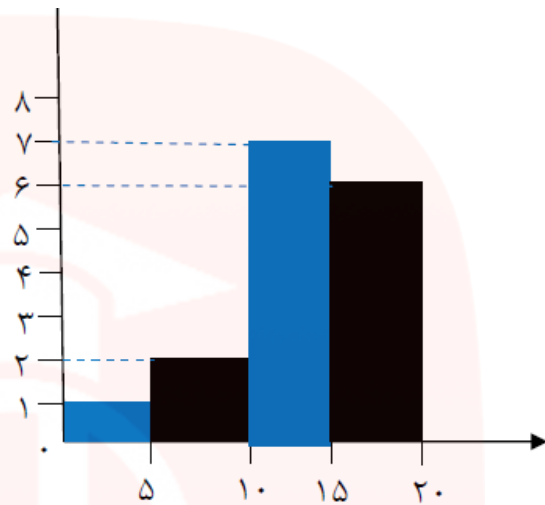
۱ و ۱۱ و ۲۰ و ۱۲/۵ و ۱۸ و ۱۳ و ۱۴/۵ و ۱۶ و ۲۰ و ۸ و ۲ و ۱۴ و ۱۷ و ۱۰/۵ و ۱۹ و ۱۲

ابتدا دامنه تغییرات را مشخص می کنیم: فاصله بین بیشترین و کمترین داده های هر مسئله آماری را **دامنه تغییرات** می گوئیم. در این مثال دامنه تغییرات $20 - 2 = 18$ می باشد. به ازای هر عدد یک چوب خط در دسته ی مربوطه رسم می کنیم.

محاسبه طول دسته ها: دامنه تغییرات را بر تعداد دسته هایی که می خواهیم داده های را طبقه بندی کنیم، تقسیم می کنیم تا حدود دسته ها به دست آید. باین کار، داده ها با فاصله های مساوی تقسیم میشوند.

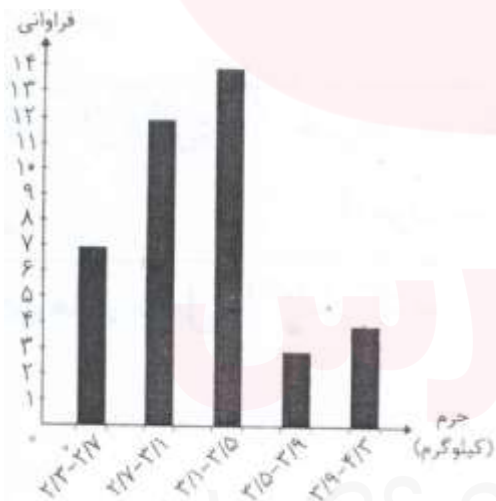
فراوانی: به تعداد داده های هر دسته، فراوانی آن دسته می گویند. که با چوب خط تعداد داده ها را مشخص می کنیم.

حدود دسته ها	خط نشان	فراوانی
$0 \leq x < 5$	/	۱
$5 \leq x < 10$	//	۲
$10 \leq x < 15$	### //	۷
$15 \leq x \leq 20$	### /	۶
جمع	-	۲۰



مثال: داده های زیر جرم ۴۰ نوزاد متولد شده در یکی از بیمارستان های تهران را نشان می دهد. این داده ها را در ۵ دسته طبقه بندی کنید و برای آن جدول فراوانی و نمودار ستونی رسم کنید؟

۳/۲ ۲/۸ ۳ ۲/۶ ۲/۷ ۳/۴ ۴ ۳/۸ ۲/۳ ۲/۶ ۲/۷ ۴ ۲/۹ ۳/۴ ۴/۳ ۳/۹
 ۲/۳ ۳/۱ ۳/۸ ۲/۹ ۳/۳ ۲/۴ ۲/۵ ۳/۴ ۲/۷ ۳/۲ ۳/۱ ۳ ۲/۷ ۳/۳ ۳/۵ ۳/۱
 ۳/۲ ۳/۱ ۳ ۲/۹ ۲/۸ ۲/۶ ۳/۲ ۳/۴



بیشترین داده - ۴ ۳ }
 کمترین داده - ۲ ۳ } \Rightarrow دامنه تغییرات = $4/3 - 2/3 = 2$

$$\text{طول هر دسته} = \frac{\text{دامنه تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}} = \frac{2}{5} = 0.4$$

خط نشان	فراوانی	حدود دسته‌ها
### //	۷	$2/3 \leq X < 2/7$
### ### //	۱۲	$2/7 \leq X < 2/11$
### ### ###	۱۴	$2/11 \leq X < 2/15$
///	۳	$2/15 \leq X < 2/19$
////	۴	$2/19 \leq X \leq 2/23$

میانگین داده ها: میانگین داده های آماری از تقسیم مجموع آن ها بر تعدادشان به دست می آید.

میانگین = $\frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}}$ یا $\bar{x} = \frac{S}{n}$ به صورت جبری

مثال) میانگین اعداد ۱۷ و ۱۲ و ۲۰ و ۱۱ را به دست آورید؟

$$\text{میانگین} = \frac{11+12+2+17}{4} = \frac{60}{4} = 15$$

اگر تعداد داده های آماری زیاد باشد، از دستور زیر میانگین را محاسبه می کنیم.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع ستون (مرکز دسته} \times \text{فراوانی)}}{\text{مجموع ستون فراوانی}}$$

مثال) میانگین اعداد زیر را به دست آورید؟

۹ و ۱۱ و ۲۰ و ۱۸ و ۱۲/۵ و ۱۶ و ۱۴/۵ و ۱۳ و ۲۰ و ۸ و ۲ و ۱۹ و ۱۲ و ۱۰/۵ و ۱۴ و ۱۷

نکته :

$$\text{مرکز دسته} = \frac{\text{انتهای دسته} + \text{ابتدای دسته}}{2}$$

مرکز × فراوانی	مرکز دسته	فراوانی	خط نشان	حدود دسته
۲/۵	۲/۵	۱	/	$0 \leq x < 5$
۱۵	۷/۵	۲	//	$5 \leq x < 10$
۸۷/۵	۱۲/۵	۷	### //	$10 \leq x < 15$
۱۰۵	۱۷/۵	۶	### /	$15 \leq x \leq 20$
۲۱۰	-	۱۶	-	جمع
$\text{میانگین} = \frac{210}{16} \cong 13/1$				

مثال) میانگین نمرات سوشیان در سه درس ریاضی، علوم و عربی ۱۸ است. اگر نمرات ریاضی و علوم او ۱۷ و ۱۹ باشد، نمره عربی او چند است؟

نمره ی عربی : $18 = 54 - 36$ مجموع نمرات ریاضی و علوم : $17 + 19 = 36$ مجموع سه درس : $3 \times 18 = 54$

احتمال یا اندازه گیری شانس: در ریاضی احتمال اتفاق افتادن هر پيشامد از رابطه زیر به دست می آید:

$$\text{احتمال رخ دادن یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه ی حالت های ممکن}}$$

مثال) یک تاس را پرتاب می کنیم احتمال اینکه فرد بیاید چقدر است؟

(۵ و ۳ و ۱) ، ۳ = تعداد حالت های مطلوب

(۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱) ، ۶ = همه ی حالت ها

$$\text{احتمال فرد آمدن} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

مثال) در یک کیسه ۴ مهره آبی، ۵ مهره قرمز و ۶ مهره سفید وجود دارد. یک مهره به تصادف خارج کرده ایم. احتمال اینکه قرمز بیاید چقدر است؟

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد حالت مطلوب} \\ \text{همه ی حالت ها} \end{array} \right\} \begin{array}{l} (5 \text{ مهره قرمز}) \\ (6+5+4=15) \end{array} \Rightarrow \text{احتمال قرمز} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

در آزمایش های مختلف یک اتفاق، نتیجه های قبلی روی آزمایش های جدید تاثیر نمی گذارند. مثلاً اگر یک سکه را ۹ بار پرتاب کنیم و همگی رو بیایند، در پرتاب دهم احتمال آمدن رو یک دوم و احتمال آمدن پشت نیز هم یک دوم (احتمال مساوی) است و نتایج ۹ بار اول تاثیری روی بار دهم ندارد.

اگر پیشامدی به هیچ وجه رخ ندهد احتمال آن صفر است. $P=0$

اگر پیشامدی به طور قطع رخ دهد احتمال آن برابر با ۱ است. $P=1$

در ریاضی احتمال رخ دادن یک پیشامد، یک، صفر، یا عددی بین یک و صفر است.

احتمال رخ دادن - ۱ = احتمال رخ ندادن

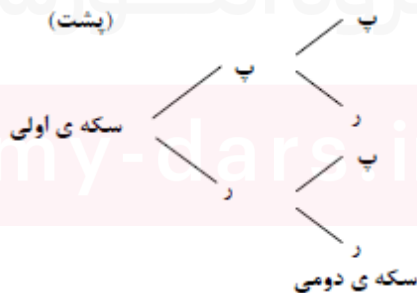
مثال) احتمال برخورد یک دارت به هدف برابر با سه دهم ($3/10$) می باشد. احتمال برخورد نکردن دارت به هدف چقدر است؟

$$\text{احتمال برخورد نکردن} = \frac{7}{10} = 1 - \frac{3}{10}$$

حالت های ممکن در یک پیشامد: برای به دست آوردن کل حالت های ممکن می توان از جدول نظام دار با نمودار درختی استفاده کرد.

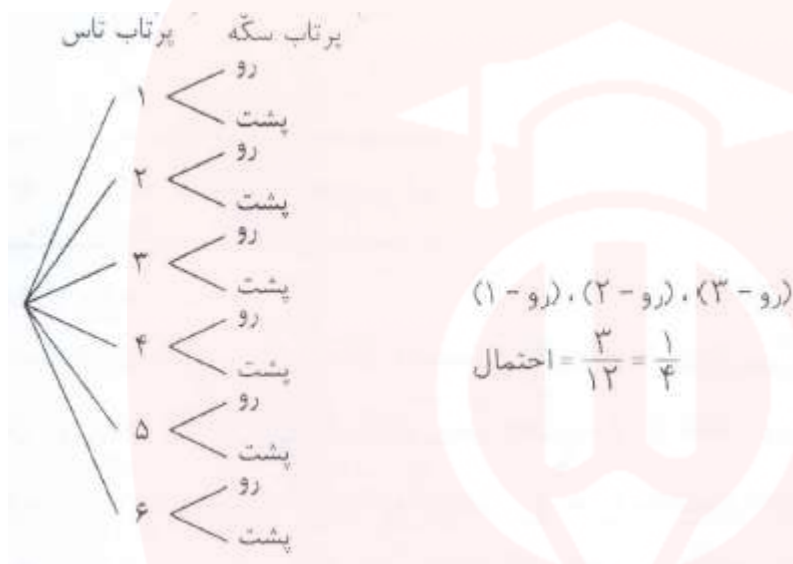
مثال) دو سکه را با هم پرتاب کرده ایم تمام حالت های ممکن را بنویسید.

سکه ی اولی	(رو)	(پشت)	(رو)	(پشت)
سکه ی دومی	(رو)	(رو)	(پشت)	(پشت)



مثال) یک تاس و یک سکه را همزمان پرتاب می کنیم. احتمال اینکه سکه رو بیاید و تاس عدد کمتر از ۴ باشد را بنویسید؟

ابتدا نمودار درختی این دو رویداد را رسم میکنیم. در کل ۱۲ حالت روی می دهد که حالت های مورد نظر عبارتند از :



جدول نظام دار: این روش معمولاً برای حالتی مناسب است که دو رویداد را مورد بررسی قرار دهیم. در این روش ابتدا حالت های یک رویداد را در ردیف افقی و حالت های رویداد بعدی را در ستون عمودی می نویسیم و سپس مانند جدول ضرب سایر خانه ها را پر می کنیم .

مثال) تمام حالت های پرتاب یک سکه و تاس را در جدول نظام دار نشان دهید و سپس مشخص کنید که اگر ۱۰۰۰ بار این کار را انجام دهیم، انتظار داریم سکه چند بار پشت بیاید و عدد تاس مرکب باشد؟

تاس \ سکه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
رو	ر-۱	ر-۲	ر-۳	ر-۴	ر-۵	ر-۶
پشت	پ-۱	پ-۲	پ-۳	پ-۴	پ-۵	پ-۶

در کل ۱۲ حالت روی داده است و حالت هایی که سکه پشت و تاس عدد مرکب آمده است، عبارتند از:

احتمال = $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ \Rightarrow (پ-۴)، (پ-۶)