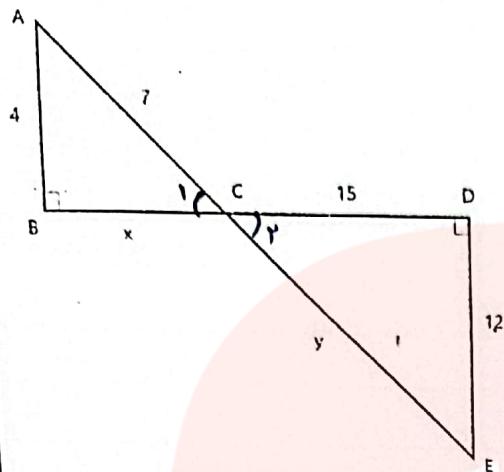


صفحه اول

ردیف	با درم	جوابی خالی را با عبارات مناسب پر کنید.
۱		<p>الف. معادله $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$ دارای <u>منیمم</u> می‌باشد. (ماکزیمم - منیمم)</p> <p>ب. دامنهٔ تابع سینوسی، R و برد آن، $[1, 4]$ است.</p> <p>ب. تابع $y = 2^x$ محور y را در نقطهٔ $(0, 1)$ قطع می‌کند.</p>
۲	-۱/۵	<p>معادلهٔ درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن ۰ و ۴ باشند.</p> $\alpha = 0 \rightarrow S = \alpha + \beta = 0 + 4 = 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$ $\beta = 4 \quad P = \alpha \cdot \beta = 0 \times 4 = 0 \quad x^2 - 4x = 0$
۳	۱	<p>علامت a و b و c و تعداد ریشه‌های سهمی زیر را روی نمودار مشخص کنید.</p> <p>دور <u>رسی</u> مثبت - درد و همه $\Delta > 0$.</p> $a < 0, \quad c < 0, \quad -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow b > 0$
۴	۱	<p>معادلهٔ مربوط به سهمی زیر را بنویسید.</p> <p>نمودار یک قائم از $x_1 = 1$ و $x_2 = 2$ می‌گذرد.</p> $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ $y = a(x - 1)(x - 2) \xrightarrow{(b, -4)}$ $-4 = a(1)(-1) \rightarrow a = 4 \Rightarrow y = 4x(x - 2)$
۵	۱/۵	<p>در مثلث قائم الزاویه زیر، اندازهٔ پاره خط‌های AB و AC و AH را بایابید.</p> $AB^2 = BH \times BC = 2 \times 3 = 6 \rightarrow AB = \sqrt{6}$ $AC^2 = CH \times CB = 4 \times 3 = 12 \rightarrow AC = \sqrt{12}$ $AH^2 = BH \times CH = 2 \times 4 = 8 \rightarrow AH = \sqrt{8}$

در شکل مقابل ابتدا دلیل تشابه دو مثلث را بنویسید. سپس اندازه پاره خط‌های x و y را بدست آورید.



$$\begin{array}{c} \triangle C_1 = \triangle C_2 \\ \triangle B = \triangle D \end{array} \xrightarrow{\text{از}} \triangle ABC \sim \triangle CDE$$

$$\frac{x}{12-y} = \frac{4}{y} = \frac{7}{15} \Rightarrow \begin{cases} y = 11 \\ 3y = 15 \rightarrow y = 5 \end{cases}$$

در صورت وارون پذیری تابع زیر، وارون آن را بنویسید.

$$f(x) = 5x - 2$$

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 5x_1 - 2 = 5x_2 - 2 \rightarrow 5x_1 = 5x_2 \rightarrow \underline{x_1 = x_2}$$

$$y = 5x - 2 \rightarrow y + 2 = 5x \rightarrow \frac{y+2}{5} = x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+2}{5}$$

با توجه به دو تابع زیر، f و g را بیابید.

$$f = \{(2, 5), (3, 4), (0, -2)\} \rightarrow D_f = \{2, 3, 0\} \rightarrow D_f \cap D_g = \{0, 2, 3\}$$

$$g = \{(-1, 2), (0, 3), (2, 4), (3, 0)\} \rightarrow D_g = \{-1, 0, 2, 3\}$$

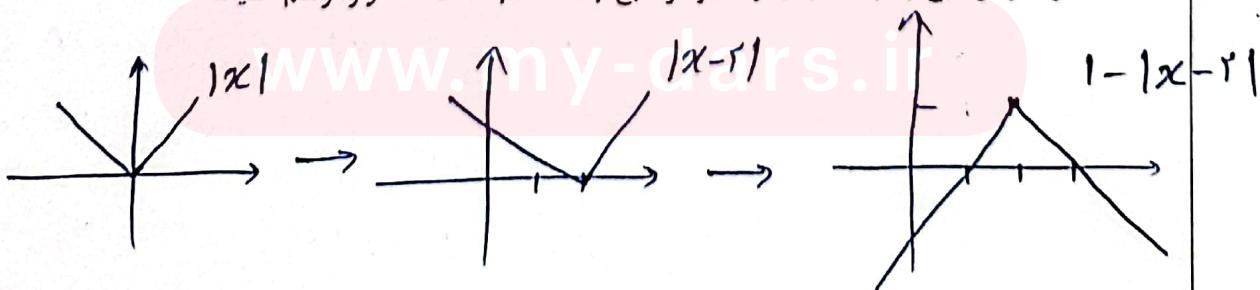
$$f+g = \{(0, -2+3), (2, 5+4), (3, 4+0)\} = \{(0, 1), (2, 9), (3, 4)\}$$

$$f/g = \{(0, \cancel{-\frac{2}{3}}), (2, \cancel{\frac{5}{3}}), (3, \cancel{\frac{4}{0}})\} = \{(0, -\infty), (2, \frac{5}{3})\}$$

اگر $(f+g)(2) = g(2)$ باشد، مطلوب است مقدار $f(2)$ است.

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = (\sqrt{2-1}) + \left(\frac{3(2)}{2+1}\right) = 1 + 3 = 4$$

با استفاده از نمودار تابع $f(x) = |x|$ ، نمودار تابع $y = 1 - |x - 2|$ رارسم کنید.



اگر $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$ و α در ربع چهارم باشد، مقدار $\tan \alpha$ را بایابید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9} \rightarrow \cos \alpha = +\sqrt{\frac{8}{9}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{8}{9}}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

حاصل عبارت‌های زیر را بذست آورید.

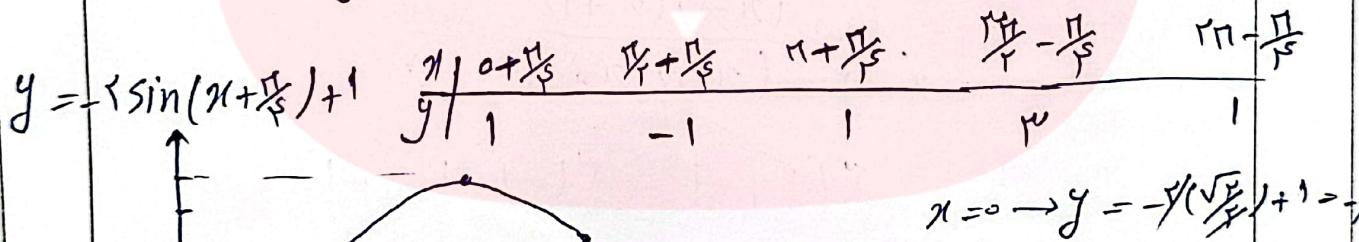
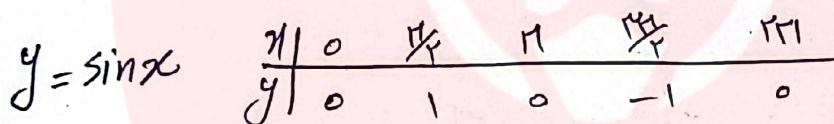
$$1. \cos(-210^\circ) + \cot(240^\circ) = \cos(110^\circ + 180^\circ) + \cot(110^\circ + 45^\circ)$$

$$= -\cos 110^\circ + \cot 155^\circ = -\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$2. \sin \frac{25\pi}{3} - \cos \frac{23\pi}{4} = \sin \left(\frac{25\pi}{3} + \pi\right) - \cos \left(\frac{25\pi}{3} - \pi\right) =$$

$$\sin(\pi + \frac{7\pi}{3}) - \cos(\pi - \frac{7\pi}{3}) = +\sin \frac{7\pi}{3} - \cos \frac{7\pi}{3} = \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{2}{3}}$$

نمودار 1 $y = -2 \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1$ را در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ با استفاده از انتقال رسم کنید.



معادلات زیر را حل کنید.

$$1. \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-2} \times 4^x = (\sqrt{2})^x$$

$$\frac{-3x+2}{x^2} = \frac{1}{2^x} \Rightarrow -3x+2 = 2^x \rightarrow -3x+2 = x \rightarrow x = \frac{2}{4}$$

$$2. \log \frac{3x+1}{2} + \log \frac{x-3}{2} = 5$$

$$\log \frac{(3x+1)(x-3)}{2} = 5 \rightarrow (3x+1)(x-3) = 2^5 \rightarrow 3x^2 - 9x + 2x - 3 = 32$$

$$3x^2 - 7x - 35 = 0 \rightarrow \Delta = 49 - 4(-35)(-7) = 49 + 980 = 1029$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{6} \\ x = -\frac{35}{6} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\log^{\frac{1}{2}} = \log^{\frac{1}{2}} = \log^1 - \log^2 = 1 - 1^2 = 1$$

صفحه‌ی چهارم

۱۱۵

اگر $\log^3 \cong 0.4$ و $\log^2 \cong 0.3$ باشد، مقادیر زیر را بایابید.

$$1. \log^{12} = \log^{3 \times 4} = \log^3 + 2\log^4 = 1 + 2(1^2) = 1$$

۱۵

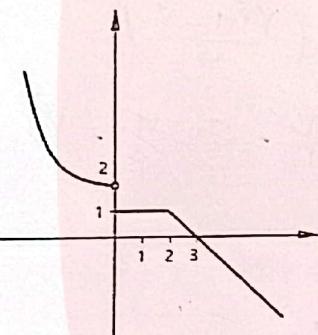
$$2. \log^{\frac{\sqrt{27}}{4\sqrt{5}}} = \log^{\sqrt{27}} - \log^{\sqrt{5}} = \log^3 - \log^4 = \frac{3}{4}\log^3 - \frac{1}{4}\log^4$$

$$\sqrt[4]{(1^2)} - \sqrt[4]{(1^2)} = \frac{1^2}{2^0} - \frac{1^2}{4^0} = \frac{2^2 - 1^2}{4^0} = \frac{1^2}{4^0}$$

۱۷۵

با استفاده از نمودار، حاصل عبارت زیر را بایابید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - 3f(0) =$$



$$2 + 1 - 3(0) = 2 - 3 = -1$$

۱۶

۱

حاصل حد های زیر را بدست آورید.

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 3x - 10} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+5)} = \frac{2}{5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1^-} 3[x] - 1 = 3[1^-] - 1 = 3(0) - 1 = -1$$

۱۷

۱۷۵

تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 5 & x > 2 \\ ax - 1 & x \leq 2 \end{cases}$ به ازای چه مقدار a حد دارد؟

$$\lim_{n \rightarrow 2^+} f(n) = \lim_{n \rightarrow 2^-} f(n) \Rightarrow 4 + 2a - a = 2a - 1$$

به ازای a هر دو حد محدود است.

۱۸

۱

احتمال موفقیت فردی در آزمون اول $\frac{1}{7}$ و در آزمون دوم $\frac{1}{6}$ است. اگر این فرد در آزمون اول موفق شود، احتمال موفقیت وی در آزمون دوم $\frac{1}{8}$ خواهد بود. با کدام احتمال لائق در یکی از دو آزمون موفق می‌شود؟

$$P(A) = 1/7 \quad P(B) = 1/4$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 1/7 + 1/4 - 1/7 \cdot 1/4 = 1/7 \cdot 11/28 = 11/196$$

۱۹

$$P(B|A) = 1/8$$

موفق باشید

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = 1/7 \cdot 1/4 = 1/28$$