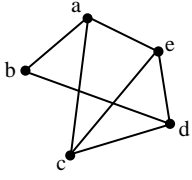


نام و نام خانوادگی: .....  
 مقطع و رشته: دوازدهم ریاضی  
 نام پدر: .....  
 شماره داوطلب: .....  
 تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

آزمون پایان ترم نوبت اول

نام درس: گسسته  
 نام دبیر: .....  
 تاریخ امتحان: ۱۰ / ۲۲ /  
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر  
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات	نمره به عدد:		محل مهر و امضا: مدیر	
		نمره به حروف:	نمره به عدد:		
		نام دبیر:	تاریخ و امضا:		
۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید. (اثبات لازم نیست) الف) برای هر دو عدد حقیقی $x$ و $y$ داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ . ب) اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آن گاه $a = 0$ یا $b = 0$ . پ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم: $a^2 < b^2$ غ $a < b$ . ت) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.				
۲	با اثبات غیرمستقیم (برهان خلف) ثابت کنید: حاصل ضرب هر عدد گویای غیر صفر در هر عدد گنگ، عددی گنگ است.				
۳	با استفاده از گزاره‌های هم‌ارز (اثبات بازگشتی) نشان دهید: $\forall a \in \mathbb{R} : a > 0 : a + \frac{1}{a} \geq 2$				
۴	واژه‌های زیر را تعریف کنید: الف) بخش پذیری ب) همنهشتی دو عدد صحیح پ) زیرگراف ت) دو راس مجاور				
۵	جاهای خالی را با پاسخ درست پر کنید: الف) مربع هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ همواره به صورت ..... است. ب) حاصل $[78, (84, 108)]$ برابر با ..... است. ت) اگر بیستم دی ماه چهارشنبه باشد، دهم اردیبهشت ماه در همان سال، ..... است. ث) در گراف $K$ -منتظم مرتبه ۶ با بیشترین مقدار $K$ ، تعداد یال‌ها برابر با ..... است.				
۶	اعدادی صحیح مانند $a$ پیدا کنید که به ازای هر عدد صحیح مانند $b$ ، داشته باشیم: $a 8b - 3$ و $a 6b + 1$				
۷	باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح $a$ بر ۷ و ۸ به ترتیب ۳ و ۵ است. باقی‌مانده تقسیم $a$ بر ۵۶ را بیابید.				
۸	عدد شش رقمی $\overline{a63b29}$ بر عدد ۹۹ بخش پذیر است. رقم‌های $a$ و $b$ را بیابید.				
۹	باقیمانده تقسیم عدد $3^{52}$ بر ۷ را بیابید.				
۱۰	اگر $A = 1! + 2! + 3! + 4! + \dots + 100!$ آن گاه رقم یکان $A^{154}$ را مشخص کنید.				
۱۱	معادله همنهشتی $(2-5x)^4 \equiv (4x+1) \pmod{3}$ در مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی چند جواب دارد؟				

۲	شخصی برای خرید یک کتاب به قیمت ۳۷۰۰۰ تومان، از اسکناس‌های ۲۰۰۰ تومانی و ۵۰۰۰ تومانی استفاده می‌کند. اگر در هنگام پرداخت از هر دو اسکناس استفاده کند تمام حالت‌های ممکن برای پرداخت را مشخص کنید.	۱۲	
۳	<p>الف) مجموعه رأس‌ها و مجموعه یال‌های این گراف را مشخص کنید.</p> <p>ب) گراف <math>G</math> چند زیرگراف ۵ راسی با اندازه ۳ دارد؟</p> <p>پ) کدام یال‌ها را از گراف <math>G</math> حذف کنیم، تا یک گراف ۲-منتظم حاصل گردد؟</p> <p>ت) چند یال به گراف <math>G</math> اضافه کنیم تا گراف <math>K_5</math> به دست آید؟</p> <p>ث) مکمل گراف <math>G</math> را رسم کنید.</p> <p>ج) مجموعه همسایگی باز رأس <math>a</math> و مجموعه همسایگی بسته رأس <math>d</math> را بنویسید.</p>		۱۳
۱	پنج نفر به نام‌های $a, b, c, d, e$ در یک شبکه اجتماعی عضوند، به طوری که بودن در فهرست دوستان یکدیگر یک رابطه دوطرفه نیست. برای این افراد چند حالت مختلف در این شبکه وجود دارد؟	۱۴	
۱	گرافی از مرتبه ۷ و اندازه ۹ است و درجه هر رأس آن ۲ یا ۳ است. این گراف چند رأس با درجه ۲ و چند رأس با درجه ۳ دارد؟	۱۵	
صفحه ی ۲ از ۲			

جمع بارم : ۲۰ نمره

مای دررس

گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) نادرست (-) درست (.) ب) نادرست (.) درست (-)	
۲	فرض می‌کنیم $x$ گویای غیرصفر $y$ گف است. پس حکم ما به این صورت است: $x \in \mathbb{Q} - \{0\}, y \in \mathbb{Q} \Rightarrow xy \in \mathbb{Q}$	
-	همان خط: حد فرض: $xy \in \mathbb{Q}, x \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{xy}{x} \in \mathbb{Q} \Rightarrow y \in \mathbb{Q}$	
۳	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{a^2+1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2+1 \geq 2a \Leftrightarrow a^2-2a+1 \geq 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0$	
۴	الف: $a \equiv b \Leftrightarrow b = a + 9k, k \in \mathbb{Z}$ ب: $a \equiv b \Leftrightarrow m a-b$	
-	$\begin{cases} V(G) \subseteq V(G) \text{ است صحابه} \\ E(G) \subseteq E(G) \end{cases}$	
-	ت: دور $a$ ، $b$ مجاورند صحابه بین آنها یا $b$ به عبارتی $ab \in E(G)$	
۵	الف) $6k+1$ (-) $[4 \times 13, (12 \times 7, 12 \times 9)] = [4 \times 13, 12] = 12 \times 13 = 156$	
-	ت) $15 \equiv 6 \pmod{9} \Rightarrow 15 - 9 = 6$ $31 \equiv 4 \pmod{9} \Rightarrow 31 - 27 = 4$ $3 \equiv 3 \pmod{9}$ $1 \equiv 1 \pmod{9}$	
-	ث) $k=0 \Rightarrow q = \frac{7 \times 0}{7} = 10$	
۶	$a 16b-3 \Rightarrow a 24b-9 \Rightarrow a 13 \Rightarrow a = \pm 1, \pm 13$	
-	$a 6b+1 \quad a 24b+8$	
۷	$a \equiv 3 \pmod{5} \Rightarrow a \equiv 40 \pmod{56} \Rightarrow a \equiv 40 \pmod{56}$	
-	$a \equiv 5 \pmod{7} \Rightarrow a \equiv 48 \pmod{56}$	
۸	$\overline{a_9 b_2 c_9} \equiv 99 \pmod{99} \Rightarrow \overline{a_9} + \overline{3b} + \overline{2c} \equiv 99 \pmod{99} \Rightarrow \overline{ab} + 34 + 2c \equiv 99 \pmod{99}$	
-	$\Rightarrow \overline{ab} \equiv 65 \pmod{99} \Rightarrow \overline{ab} = 65 \Rightarrow a=6, b=5$	
۹	$3^3 \equiv -1 \pmod{5} \Rightarrow 3^{51} \equiv -1 \pmod{5} \Rightarrow 3^{52} \equiv 1 \pmod{5}$	
۱۰	$A \equiv 1! + 2! + 3! + 4! + \dots \pmod{5} \equiv 33 \pmod{5} \Rightarrow A^{52} \equiv 3^{104} \pmod{5} \equiv 1 \pmod{5}$	
۱۱	$5x+1 \equiv 2-5x \pmod{5} \Rightarrow 1 \equiv 2-x \pmod{5} \Rightarrow x \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow x = 5k+1$	
-	$1 \leq x \leq 999 \Rightarrow 1 \leq 5k+1 \leq 999 \Rightarrow 25 \leq k \leq 249$	
-	$\Rightarrow \text{تعداد} = 249 - 25 + 1 = 225$	
	نام و نام خانوادگی مصحح:	امضاء:
	جمع بارم: 20 شماره	

محل مهر یا امضاء مدیر	راهنمای تصحیح	ردیف
	$2 \dots x + 5 \dots y = 3v \dots \Rightarrow 2x + 5y = 3v$	۱۲
	$\Rightarrow 5y \stackrel{r}{\equiv} 3v \Rightarrow y \stackrel{r}{\equiv} 1 \Rightarrow y = 2k + 1$	—
	$\Rightarrow 2x + 5(2k + 1) = 3v \Rightarrow 2x = 3v - 10k \Rightarrow x = -5k + 1.5v$	—
	$\begin{cases} 1 \leq x \Rightarrow 1 \leq -5k + 1.5v \Rightarrow 0k \leq 10 \Rightarrow k \leq 2 \\ 1 \leq y \Rightarrow 1 \leq 2k + 1 \Rightarrow 0 \leq k \end{cases}$	—
	$\Rightarrow 0 \leq k \leq 2 \Rightarrow \text{تعداد} = 2 - 0 + 1 = 3$	—
	$V = \{a, e, d, c, b\}$	(الف) ۱۳
	$E = \{ab, ac, ae, de, db, dc, ec\}$	—
	$\binom{V}{2} = 10$	(ب) —
	$cd, ae$	$\binom{0}{2} = 1$ —
	$\binom{0}{2} - V = 1 - V = 3$	(ج) —
		—
	$N_G(a) = \{b, c, e\}, N_G[d] = \{a, d\}$	(ح) —
	$\mu(P) \times r = 2^2$	۱۴
	$\overbrace{3, 3, \dots, 3}^m, \overbrace{1, 1, \dots, 1}^n$	۱۵
	$P = V \Rightarrow m + n = V$	
	$q = 9 \Rightarrow \sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 3m + 2n = 18$	
	$\Rightarrow \begin{cases} 3m + 2n = 12 \\ 3m + 2n = 18 \end{cases} \Rightarrow m = 2, n = 3$	
امضاء:	نام و نام خانوادگی مصحح:	جمع بارم: 20نمره