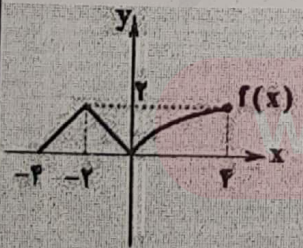
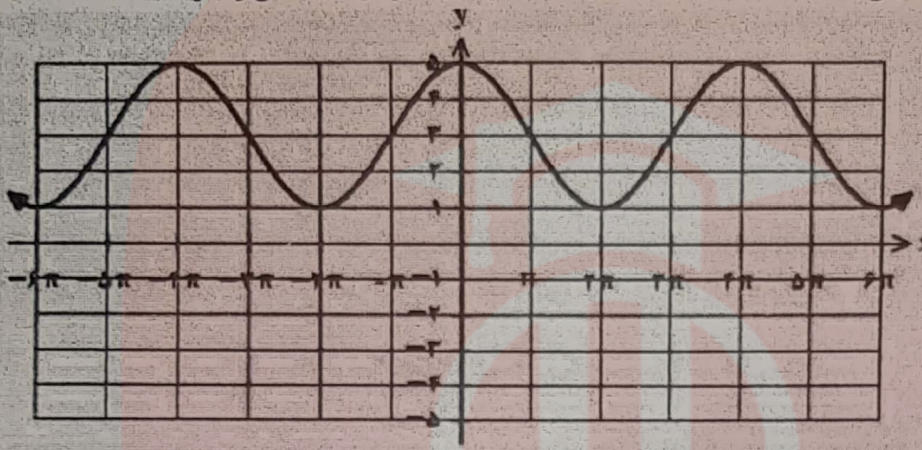


ردیف	شرح سوال	نمره
۱	کدام یک از عبارات های زیر درست و کدام یک نادرست می باشد؟ الف: نمودار تابع $y = x^3$ برای تمام x های نامنفی بالای $y = x^2$ قرار دارد. ب: برد تابع $y = f(kx)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است. درست نادرست درست نادرست	۱
۲	جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید: الف: تابع $h(x) = \sqrt[3]{x^2} + 5x + 1$ را می توان به صورت ترکیبی از دو تابع $f(x) = \dots\dots\dots$ و $g(x) = \dots\dots\dots$ در نظر گرفت. ب: اگر نقطه $A(-2, 1)$ روی تابع $y = f(x)$ باشد مختصات نقطه A روی نمودار تابع $y = \frac{-1}{3} f(2x - 1)$ برابر است با $\dots\dots\dots$.	۱
۳	ابتدا نمودار تابع f را رسم کنید سپس بازه هایی را که در آن ها تابع اکیداً صعودی، اکیداً نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & x > 1 \end{cases}$	۱/۵
۴	برای دو تابع $f(x) = \sqrt{x - 4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ دامنه $f \circ g$ را با استفاده از تعریف دست آورید.	۱/۵
۵	ضابطه تابع را با توجه به توضیحات بنویسید. در معادله $f(x) = \sqrt{3x + 1}$ به ترتیب اعمال، انبساط با ضریب $\frac{1}{3}$ در جهت محور x ها، قرنیه نسبت به محور y ها، انبساط عمودی با ضریب ۹، انتقال به اندازه ۲ واحد سمت y های منفی انجام شده است.	۱
۶	نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است نمودار تابع $y = \frac{1}{3} f(2x)$ را رسم کنید. 	۱

۷	اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^2$ باشد، مقدار $f^{-1} \circ g^{-1}(5)$ را به دست آورید.	۱
۸	اگر $x \leq \frac{1}{4}$ ضابطه $y = x^2 - x$ را به دست آورید.	۱
۱۰	$\sin 15^\circ$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۱	اگر $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ و α زاویه ای منفرد باشد، حاصل $\sin 2\alpha + \cos 2\alpha$ را به دست آورید؟	۱
۱۲	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \cos bx + c$ است، با توجه به نمودار، ضابطه آن را بنویسید.	۱/۵
		
۱۳	جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ را به دست آورید.	۲
۱۴	مقادیر a, b را طوری به دست آورید که باقی مانده تقسیم چند جمله ای $p(x) = 3x^2 - ax^2 + bx + 2$ بر $x - 1$ برابر ۲ و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.	۱
۱۵	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	۱/۵
$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{-1}{2}\right)^+} \frac{8x^3 + 1}{ 2x + 1 }$ $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt{x}}$		
۱۶	حد توابع زیر را به دست آورید.	۱/۵
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \sqrt{4x^2 + 5}}{5 - 2x x + \sqrt{x}}$ $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{6}\right)^+} \frac{\cos x}{2 \sin x - 1}$		
۱۷	در تابع با ضابطه $y = \frac{2 - \sqrt{x^2 + 5}}{ax^n + 4}$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ باشد، آن گاه $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ کدام است؟	۱

موفق باشید

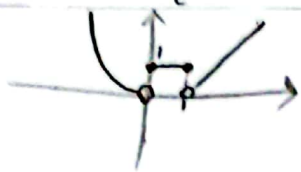
$$2x-1=2 \rightarrow x=\frac{3}{2} \quad (2, \frac{3}{2})$$

$$y=\frac{1}{2} \rightarrow y=2$$

$$(2, \frac{3}{2})$$

$$g(x)=x^2+5x+1, f(x)=\sqrt{x}$$

الف) ۲



$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$$

۳

$$D_{f \circ g} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} \quad (1) D_g = \mathbb{R} - \{1, -1\} \quad (2) D_f = x \in \mathbb{R} \rightarrow x \geq 0$$

$$(2) g(x) \in D_f \rightarrow \frac{1}{x^2-1} \geq 0 \rightarrow \frac{x(x^2-1)}{x^2-1} \geq 0 \rightarrow (x^2-1) \leq 0 \rightarrow x^2 \leq 1 \rightarrow x^2 \leq \frac{1}{x^2} \rightarrow$$

$$-\frac{\sqrt{5}}{2} < x \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$[-\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}] - \{1, -1\} = \text{جواب: } \{x \mid -\frac{\sqrt{5}}{2} < x \leq \frac{\sqrt{5}}{2}, x \neq \pm 1\}$$

۴

$$f(x) = \sqrt{x+1} \xrightarrow{x \rightarrow \frac{1}{x}} f(x) = \sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x) = f(x)} -\sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x) = 9f(x)} -9\sqrt{x+1} \xrightarrow{f(x) = f(x)} -9\sqrt{x+1} - 2$$

$$\rightarrow h(x) = -9\sqrt{x+1} - 2$$

۵



دامنه نصف و برز نصف شود

۶

$$g \circ f^{-1}(0) = (g \circ f)^{-1}(0) = a \rightarrow (g \circ f)(a) = 0 \rightarrow f(f(a)) = 0 \rightarrow \frac{a^2}{x} - 1 \geq 0$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{x} \geq 1 \rightarrow a = \pm 1$$

۷

$$D_{y^{-1}} = \mathbb{R}_y \quad \text{Graph of } y = x^2 - x + \frac{1}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$$

$$x^2 - x = x(x-1)$$

$$\rightarrow x = (y + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} \rightarrow (y + \frac{1}{4})^2 = x + \frac{1}{4} \rightarrow y^{-1} = \sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{4} \quad x \geq -\frac{1}{4}$$

۸

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \rightarrow \cos \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sin^2 \alpha \rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{2} \rightarrow \sin \alpha = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{3}}{2}}$$

۹

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{1}{4} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \quad \sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha + 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{2}{\sqrt{5}} + 2 \times \frac{4}{5} - 1 = \frac{4}{5} + \frac{8}{5} - 1 = \frac{7}{5}$$

۱۱

$$T_2 \text{ of } \pi = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow |b| = \frac{1}{T} \rightarrow b = \pm \frac{1}{T} \quad (2) \quad a = 1 \rightarrow y = \cos \pm \frac{1}{T}x + 1$$

۱۲

$$2\sin x \cdot \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0 \rightarrow \cos x (2\sin x - \sqrt{3}) = 0 \rightarrow \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\rightarrow x = k\pi + \frac{2\pi}{3}$$

۱۳

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{e})^+} \frac{e^x - 2x + 1}{(x+1)^2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{e})^+} \frac{(x+1)(e^x - 2x + 1)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{e})^+} (e^x - 2x + 1) = e(\frac{1}{e}) - 2(\frac{1}{e}) + 1 = 1$$

1 + 1 + 1 = 3

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 - 1}{12 + (-10)} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)}{4(2 + \sqrt{x})} \times \frac{(\sqrt{x^2} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x^2} + \sqrt{x+1})}{(\sqrt{x^2} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x^2} + \sqrt{x+1})} = \frac{(x+1)(x-1)(\sqrt{x^2} + \sqrt{x+1})}{4(2 + \sqrt{x})(\sqrt{x^2} - \sqrt{x+1})(\sqrt{x^2} + \sqrt{x+1})}$$

$= (2)(-4) = -12$

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + |2x|}{-2x|x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{0}{-2x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{0}{-\infty} = \frac{1}{-\infty} = 0^-$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \frac{\cos x}{|\sin x| - 1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - 1} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{0^+} = +\infty$$

۱۹

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

✓ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{-|x|}{ax^n} = \frac{1}{r} = \frac{-x}{ax} = \frac{1}{r} \rightarrow a \rightarrow 2$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{-1x + 6} = \frac{0}{0}$

نوع اولی: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 5}}{-1x + 6} \times \frac{3 + \sqrt{x^2 + 5}}{3 + \sqrt{x^2 + 5}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3-x)(3+x)}{-1(x-6)(3+\sqrt{x^2+5})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3-x)(3+x)}{(2-x)(4)} = \frac{9}{16}$

پایه رضیه امیر عباسی راه

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir