

سال تحصیلی

: حسابان (1)

نام و نام خانوادگی :

4

نام پدر :

16

رشته تحصیلی : ریاضی فیزیک
120 دقیقه

سوالات درس

تعداد صفحات :

تعداد سوالات :

مدت پاسخگویی :

دانش آموزان لطفا در همین برگه سوال جوابها را

1- در دنباله حسابی $0\ 0\ 0\ 0\ 0$ و 28 و 20 و 12 و 4 حداقل چند جمله را از اول جمع بزنیم تا مجموع آنها از 1000 بزرگتر شود (1 نمره)

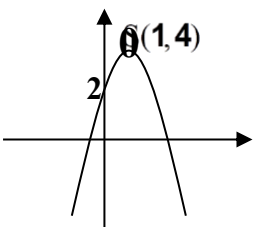
2- اگر در یک دنباله هندسی مجموع جملات ششم و چهارم 6 برابر جمله دوم باشد آنگاه مجموع بیست جمله اول چند برابر مجموع ده جمله اول است (1 نمره)

3- معادله درجه دومی بسازید که ریشه هایش $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ باشد (1 نمره)

4- ریشه های معادله $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-4} = 2$ را بیابید (1 نمره)

www.my-dars.ir

5- معادله سهمی مقابل را به دست آورده سپس صفرهای تابع را بیابید (1 نمره)



6- معادله $\frac{1+x}{x-1} + \frac{x}{x-2} + \frac{x+3}{x^2-3x+2} = 8$ را حل کنید (1/5 نمره)

7- مثلثی با راس های $A(4,3)$ و $B(-2,1)$ و $C(-1,-2)$ مفروض است الف) نوع مثلث را مشخص کنید ب) مساحت مثلث را به دست آورید ج) طول میانه CM را بیابید (1/5 نمره)

8- تابع f در همه شرایط زیر صدق می کند f را رسم کنید و ضابطه آن را بنویسید (1/5 نمره)

(1) $D_f = (-\infty, 4]$ و $f(0) = 1$

(2) تابع در بازه $[-1, 0]$ ثابت است

(3) تابع به ازای هر عدد در بازه $[-1, -\infty)$ مربع آنرا نسبت میدهد

(4) تابع برای هر عدد بزرگتر از صفر جذر آنرا نسبت میدهد

9- یک دایره بردو خط موازی $5x - 12y = 23$ و $24y - 10x - 6 = 0$ مماس است مساحت دایره را بیابید (1 نمره)

2

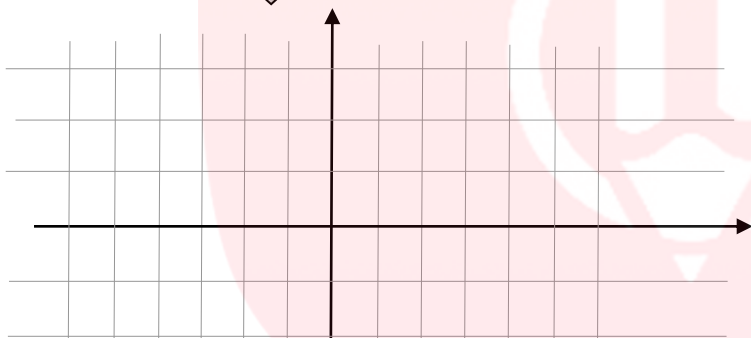
10- نخست نمودار تابع رو به رو را رسم نموده و یک به یک بودن آنرا بررسی کنید

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ x-2 & x < 1 \end{cases}$$

سپس دامنه و برد آنرا به دست آورید (1/5 نمره)

11- حاصل $\left[\frac{5\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}} \right] + [(\sqrt{3}+2)^8(\sqrt{3}-2)^{17}]$ را به دست آورید ([] نماد جزء صحیح است) (1 نمره)

12- نمودار تابع $f(x) = \left[\frac{1}{2}x \right] - 1$ ، $-4 \leq x < 6$ را رسم کنید ([] نماد جزء صحیح است) (1/5 نمره)



13- معادله $||x|-2| = \frac{x}{3} + 1$ با روش هندسی حل کنید و تعداد ریشه ها و علامت آنها را مشخص کنید (1/5 نمره)

3

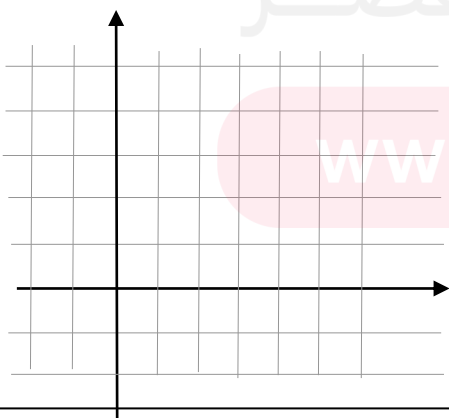


14- به کمک رسم نمودار وارون پذیری تابع $f(x) = (x-2)^2 - 1$ ، $x \leq 2$ را بررسی کنید سپس دامنه و ضابطه

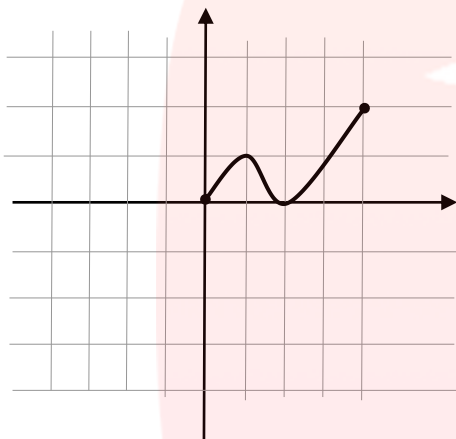
و

نمودار تابع f^{-1} را مشخص کنید (1/5 نمره)

www.my-dars.ir



15- اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ آنگاه دامنه و ضابطه توابع $f \circ g$, $\frac{g}{f}$, $f \circ g$ را به دست آورید (1/5 نمره)



16- نمودار $f(x)$ به صورت زیر رسم شده است
نمودارهای $f(-x)-1$ و $f(x-1)$ را در همین
دستگاه مختصات رسم کنید (1 نمره)

4

مای درس

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir

1- در دنباله حسابی 0 0 0 0 و 28 و 20 و 12 و 4 حداقل چند جمله را از اول جمع بزنیم تا مجموع آنها از 1000

$$S_n > 1000 \Rightarrow \frac{n}{2}(2 \times 4 + (n-1)8) > 1000 \Rightarrow 4n^2 > 1000 \Rightarrow n^2 > 250 \Rightarrow n > 15/8 \Rightarrow n = 16 \text{ بزرگتر شود}$$

2- اگر در یک دنباله هندسی مجموع جملات ششم و چهارم 6 برابر جمله دوم باشد آنگاه مجموع بیست جمله اول چند

برابر مجموع ده جمله اول است (1 نمره)

$$a_6 + a_4 = 6a_2 \Rightarrow ar^5 + ar^3 = 6ar \xrightarrow{\div ar^2} r^4 + r^2 - 6 = 0 \Rightarrow (n^2 + 3)(n^2 - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n^2 = -3 \\ n^2 = 2 \end{cases}$$

$$\frac{S_{20}}{S_{10}} = a \times \frac{1-r^{20}}{1-r} \div a \times \frac{1-r^{10}}{1-r} = \frac{1-r^{20}}{1-r^{10}} = 1+r^{10} = 1+2^5 = 33$$

3- معادله درجه دومی بسازید که ریشه هایش $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ و $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ باشد (1 نمره)

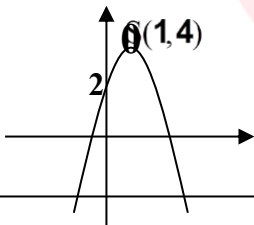
$$\begin{cases} S = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 6\sqrt{2} \\ P = (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) = 18 - 12 = 6 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6\sqrt{2}x + 6 = 0$$

4- ریشه های معادله $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-4} = 2$ را بیابید (1 نمره)

$$\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-4} = 2 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = \sqrt{x-4} + 2 \xrightarrow{(\quad)^2} 2x-1 = x-4+4+4\sqrt{x-4} \Rightarrow x-1 = 4\sqrt{x-4}$$

$$\xrightarrow{(\quad)^2} x^2 - 2x + 1 = 16(x-4) \Rightarrow x^2 - 18x + 65 = 0 \Rightarrow (x-13)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ ق ق} \\ x = 13 \text{ ق ق} \end{cases}$$

5- معادله سهمی مقابل را به دست آورده سپس صفرهای تابع را بیابید (1 نمره)



$$y = a(x-1)^2 + 4 \xrightarrow{(0,2)} 2 = a + 4 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow y = -2(x-1)^2 + 4$$

$$y = 0 \Rightarrow -2(x-1)^2 + 4 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 2 \Rightarrow x-1 = \pm\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ x = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

6- معادله $\frac{1+x}{x-1} + \frac{x}{x-2} + \frac{x+3}{x^2-3x+2} = 8$ را حل کنید (1/5 نمره)

$$\frac{1+x}{x-1} + \frac{x}{x-2} + \frac{x+3}{(x-1)(x-2)} - 8 = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x - 2 + x^2 - x + x + 3 - 8x^2 + 24x - 16}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$-6x^2 + 23x - 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{-23 \pm \sqrt{529 - 360}}{-12} = \frac{-23 \pm 13}{-12} = \begin{cases} x = \frac{5}{6} \text{ ق ق} \\ x = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

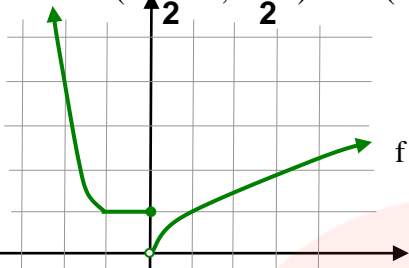
7- مثلثی با رئوس های $A(4,3)$ و $B(-2,1)$ و $C(-1,-2)$ مفروض است الف) نوع مثلث را مشخص کنید ب) مساحت

مثلث را به دست آورید ج) طول میانه CM را بیابید (1/5 نمره)

$$AB = \sqrt{(4+2)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{40} \quad AC = \sqrt{(4+1)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{50} \quad BC = \sqrt{(-2+1)^2 + (1+2)^2} = \sqrt{10}$$

$$S = \frac{\sqrt{10} \times \sqrt{40}}{2} = 10 \text{ در نتیجه } \sqrt{50}^2 = \sqrt{40}^2 + \sqrt{10}^2 \text{ چون مثلث قائم الزاویه است}$$

$$M\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{1+3}{2}\right) \Rightarrow M(1, 2) \Rightarrow MC = \sqrt{(1+1)^2 + (2+2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$



8- تابع f در همه شرایط زیر صدق می کند f را رسم کنید و ضابطه آن را بنویسید (1/5 نمره)

(1) $D_f = (-\infty, 4]$ و $f(0) = 1$

(2) تابع در بازه $[-1, 0]$ ثابت است

(3) تابع به ازای هر عدد در بازه $(-\infty, -1]$ مربع آنرا نسبت میدهد

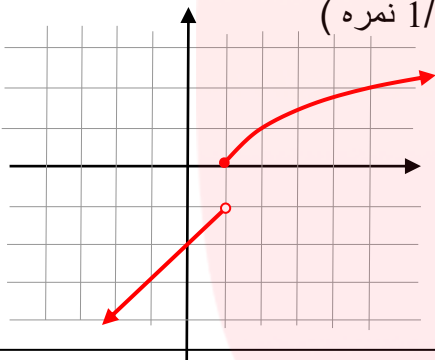
(4) تابع برای هر عدد بزرگتر از صفر جذر آنرا نسبت میدهد

9- یک دایره بردو خط موازی $5x - 12y = 23$ و $24y - 10x - 6 = 0$ مماس است مساحت دایره را بیابید (1 نمره)

$$\begin{cases} 24y - 10x - 6 = 0 & \div 2 \rightarrow 12y - 5x - 3 = 0 \\ 5x - 12y = 23 & \times (-1) \rightarrow 12y - 5x + 23 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2R = \frac{|-3-23|}{\sqrt{144+25}} = \frac{26}{13} = 2$$

$$\Rightarrow R = 1 \Rightarrow S = \pi R^2 \Rightarrow S = \pi(1)^2 = \pi$$

10- نمودار تابع رو به رو را رسم نموده و دامنه و برد آنرا به دست آورید (1/5 نمره)



تابع یک به یک است

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & x \geq 1 \\ x-2 & x < 1 \end{cases}$$

$$D_f = (-\infty, +\infty)$$

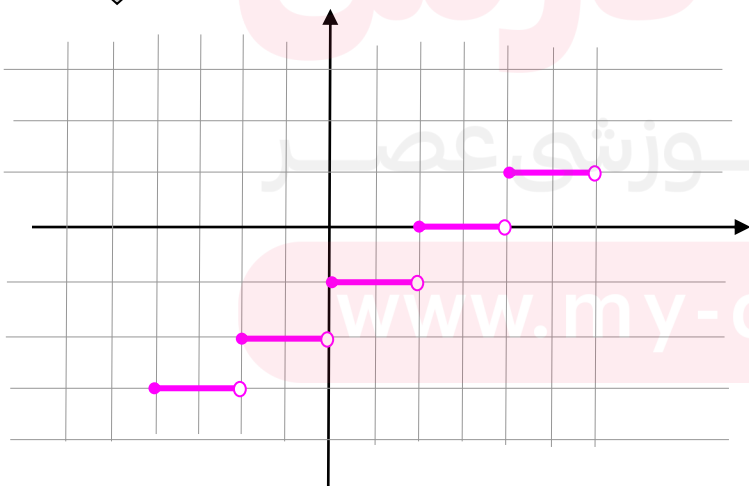
$$R_f = (-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$$

11- حاصل $\left[\frac{5\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}} \right] + [(\sqrt{3}+2)^8 (\sqrt{3}-2)^{17}]$ را به دست آورید ([] نماد جزء صحیح است) (1 نمره)

$$[(\sqrt{3}+2)^8 (\sqrt{3}-2)^8 (\sqrt{3}-2)^9] = [(\sqrt{3}-2)^9] \xrightarrow{-1 < \sqrt{3}-2 < 0} [(\sqrt{3}-2)^9] = -1$$

$$\left[\frac{5\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}} \right] = \left[5 + \frac{2}{\sqrt{3}} \right] = 5 + \left[\frac{2}{\sqrt{3}} \right] = 5 + 1 = 6$$

12- نمودار تابع $f(x) = \left[\frac{1}{2}x \right] - 1$ ، $-4 \leq x < 6$ را رسم کنید ([] نماد جزء صحیح است) (1/5 نمره)



$$-4 \leq x < -2 \Rightarrow -2 \leq \frac{1}{2}x < -1 \Rightarrow f(x) = -3$$

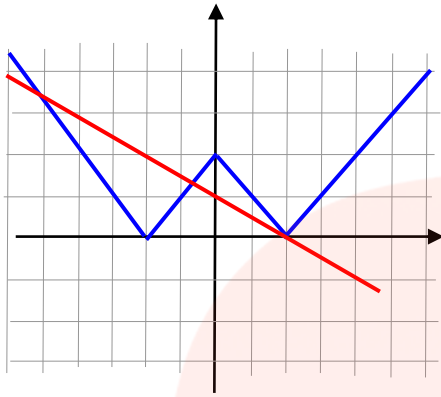
$$-2 \leq x < 0 \Rightarrow -1 \leq \frac{1}{2}x < 0 \Rightarrow f(x) = -2$$

$$0 \leq x < 2 \Rightarrow 0 \leq \frac{1}{2}x < 1 \Rightarrow f(x) = -1$$

$$2 \leq x < 4 \Rightarrow 1 \leq \frac{1}{2}x < 2 \Rightarrow f(x) = 0$$

$$4 \leq x < 6 \Rightarrow 2 \leq \frac{1}{2}x < 3 \Rightarrow f(x) = 1$$

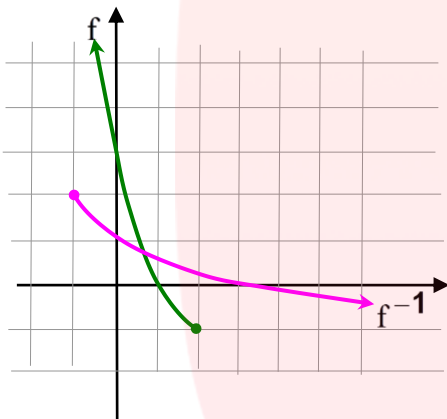
13- معادله $\|x|-2| = -\frac{x}{2} + 1$ با روش هندسی حل کنید و تعداد ریشه ها و علامت آنها را مشخص کنید (1/5 نمره)



$$\|x|-2| = -\frac{x}{2} + 1 \Rightarrow \begin{cases} y = \|x|-2| \\ y = -\frac{x}{2} + 1 \end{cases}$$

دارای یک ریشه مثبت (2) و 2 ریشه منفی می باشد

14- به کمک رسم نمودار وارون پذیری تابع $f(x) = (x-2)^2 - 1, x \leq 2$ را بررسی کنید سپس دامنه و ضابطه



نمودار تابع $f^{-1}(x)$ را مشخص کنید (1/5 نمره)

$$D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty)$$

$$R_{f^{-1}} = D_f = (-\infty, 2]$$

15- اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ آنگاه دامنه و ضابطه توابع $f \circ g, \frac{g}{f}, f \circ g$ را به دست آورید (1/5 نمره)

$$D_g = [-1, +\infty), \quad D_f = (-\infty, 3] \Rightarrow D_{f \circ g} = D_g \cap D_f = [-1, 3], \quad D_{g/f} = [-1, 3] - \{3\} = [-1, 3)$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-1, +\infty) \mid \sqrt{x+1} \in (-\infty, 3]\} = \{x \geq -1 \mid x \leq 8\} = [-1, 8]$$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{3 - \sqrt{x+1}}$$

$$f \circ g(x) = \sqrt{3-x} \times \sqrt{x+1} = \sqrt{3+2x-x^2}$$

$$\frac{g}{f}(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3-x}} = \sqrt{\frac{x+1}{3-x}}$$

16- نمودار $f(x)$ به صورت زیر رسم شده است

نمودارهای $f(-x)-1$ و $-f(x-1)$ را در همین

دستگاه مختصات رسم کنید (1 نمره)

