

۱ راکتی که به طور عمودی روبه بالا شلیک شده،  $t$  ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع  $h$  متری از سطح زمین قرار می‌گیرد که معادله آن به صورت مقابل است.

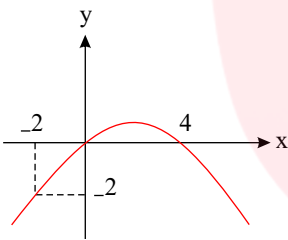
$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$

الف) چقدر طول می‌کشد تا راکت به بالاترین ارتفاع ممکن خود برسد؟  
ب) ارتفاع نقطه اوج را بیابید.

پ) چند ثانیه پس از پرتاب، راکت به زمین بازمی‌گردد؟

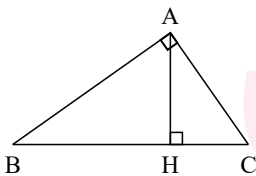
۲ علی به همراه چند نفر از دوستان خود، ماهانه یک مجله ادبی ۱۶ صفحه‌ای منتشر می‌کند. پس از حروف چینی مطالب، او معمولاً ۲ ساعت برای ویرایش ادبی جمله وقت صرف می‌کند. اگر رضا به او کمک کند، کار ویرایش حدود یک ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می‌انجامد. حال اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش یک شماره از جمله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟

۳ در شکل زیر نمودار سهمی به معادله  $f(x) = ax^2 + bx + c$  رسم شده است. ضرایب  $a$  و  $b$  و  $c$  را بدست آورید.



۴ نقطه  $M(-4, 1)$  وسط پاره خط واصل بین دو نقطه  $A$  و  $B(-3, 2)$  است. مختصات نقطه  $A$  را بیابید.

۵ در شکل مقابل مساحت مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  را به دو روش محاسبه کنید و از تساوی دو عبارت بدست آمده برای مساحت مثلث یک تناسب بدست آورید.



۶ نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{3-x} + 2$  را رسم کنید.

۷ وارون تابع با ضابطه  $f(x) = 2x + 3$  را بدست آورید.

۸ ضابطه وارون تابع زیر را بدست آورید.

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = (x+1)^3 - 4 \end{cases}$$

www.my-dars.ir

۹ اگر  $\frac{5a+2b}{5a+4b} = \frac{2}{3}$  باشد نسبت  $\frac{a}{b}$  را بدست آورید.

۱۰ معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0$$

۱۱ خط  $L$  به معادله  $y = mx + 5$  و خط  $T$  به معادله  $2y - 3x = 1$  را در نظر بگیرید.

الف -  $m$  را طوری بدست آورید که دو خط موازی باشند.

ب -  $m$  را طوری بدست آورید که دو خط بر یکدیگر عمود باشند.

۱۲ نقاط  $A(3, 3)$ ،  $B(-1, 1)$  و  $O(0, 0)$  سه رأس یک مستطیل هستند. مساحت مستطیل چقدر است؟

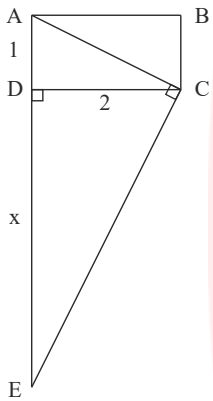
۱۳ وارون تابع  $f = \{(2, 3), (-2, 1), (-1, 2)\}$  را بدست آورید.

۱۴ دامنه‌ی تابع زیر را بدست آورید.

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$$

۱۵ در یک مستطیل به ابعاد ۱ و ۲ واحد، از انتهای یک قطر خطی بر آن قطر عمود می‌کنیم تا امتداد ضلع کوچک مستطیل را در نقطه‌ی  $E$  قطع کند.

مقدار  $x$  را بدست آورید.



# مای دررس

## گروه آموزشی عصر

[www.my-dars.ir](http://www.my-dars.ir)

# پاسخنامه تشریحی

۱

$$h(t) = 100t - 5t^2 \quad (t \geq 0)$$

الف)  $t_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{100}{2(-5)} = \frac{100}{10} \rightarrow t_{\max} = 10$  ثانیه

ب) ارتفاع اوج  $h(10) = 100(10) - 5(10)^2 = 1000 - 500 \rightarrow h_{\max} = 500$  متر

پ)  $h(t) = 0 \rightarrow 100t - 5t^2 = 0 \rightarrow 5t(20 - t) = 0$

$$\begin{cases} t = 0 \rightarrow \text{زمان شروع پرتاب} \\ t = 20 \rightarrow \text{زمان بازگشت به زمین} \end{cases} \quad t = 20 \text{ ثانیه}$$

۲

زمان ویرایش رضا =  $x$  ، زمان ویرایش دو نفر =  $1\frac{20}{60} = 1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

سرعت ویرایش دو نفر = سرعت ویرایش رضا + سرعت ویرایش علی

$$\frac{16}{2} + \frac{16}{x} = \frac{16}{\frac{4}{3}} \rightarrow 8 + \frac{16}{x} = 12 \rightarrow \frac{16}{x} = 4 \rightarrow x = 4 \text{ ساعت}$$

۳

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(-2) = -2 \\ f(4) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 4a - 2b + c = -2 \\ 16a + 4b + c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4a - 2b = -2 \\ 4a + b = 0 \end{cases}$$

$$12a = -2 \rightarrow a = -\frac{1}{6}, b = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow f(x) = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2}{3}x$$

۴

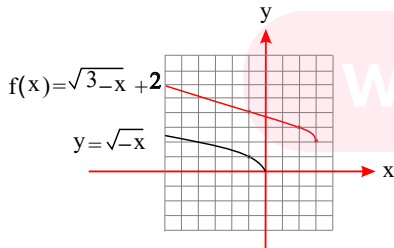
$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow -4 = \frac{x_A - 3}{2} \rightarrow -8 = x_A - 3 \rightarrow x_A = -5 \rightarrow A(-5, 0)$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow 1 = \frac{y_A + 2}{2} \rightarrow 2 = y_A + 2 \rightarrow y_A = 0$$

۵

$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2}BC \times AH \\ S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2}AB \times AC \end{aligned} \right\} \frac{1}{2}BC \times AH = \frac{1}{2}AB \times AC \rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC}$$

۶)  $f(x) = \sqrt{-(x-3)} + 2$  پس ابتدا باید نمودار تابع  $y = \sqrt{-x}$  را رسم کنیم و آن را ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم.



۷

$$y = 2x + 3 \rightarrow y - 3 = 2x \rightarrow x = \frac{y-3}{2} \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y}{2} - \frac{3}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$$

۸

$$y = (x+1)^3 - 4 \rightarrow y+4 = (x+1)^3 \rightarrow \sqrt[3]{y+4} = x+1 \rightarrow x = \sqrt[3]{y+4} - 1$$

$$\rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt[3]{y+4} - 1 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+4} - 1 \rightarrow \begin{cases} f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+4} - 1 \end{cases}$$

۹

$$\frac{5a+2b}{5a+4b} = \frac{2}{3} \rightarrow 3(5a+2b) = 2(5a+4b) \rightarrow 15a+6b = 10a+8b$$

$$\rightarrow 15a-10a = 8b-6b \rightarrow 5a = 2b \rightarrow \boxed{\frac{a}{b} = \frac{2}{5}}$$

۱۰

$$\frac{x^2}{3} - 2 = u \rightarrow u^2 - 7u + 6 = 0 \rightarrow (u-6)(u-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} u=6 \\ u=1 \end{cases}$$

$$u=6 \rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \rightarrow \frac{x^2}{3} = 8 \rightarrow x^2 = 24 \rightarrow x = \pm\sqrt{24} \rightarrow \boxed{\pm 2\sqrt{6}}$$

$$u=1 \rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 1 \rightarrow \frac{x^2}{3} = 3 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow \boxed{x = \pm 3}$$

۱۱ الف -

$$L: 2y - 3x = 1 \rightarrow 2y = 3x + 1 \rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow m_L = \frac{3}{2}$$

$$T: y = mx + 5 \rightarrow m_T = m \rightarrow y = mx + 5 \rightarrow m_T = m$$

موازی دو خط  $\rightarrow m_L = m_T \rightarrow \boxed{m = \frac{3}{2}}$

ب -

عمود دو خط  $\rightarrow m_L \cdot m_T = -1 \rightarrow \frac{3}{2} \times m = -1 \rightarrow \boxed{m = -\frac{2}{3}}$

۱۲

$$OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \sqrt{(3-0)^2 + (3-0)^2} \Rightarrow OA = \sqrt{18}$$

$$OB = \sqrt{(x_B - x_O)^2 + (y_B - y_O)^2} = \sqrt{(-1-0)^2 + (1-0)^2} \Rightarrow OB = \sqrt{2}$$

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1-3)^2 + (1-3)^2} \Rightarrow AB = \sqrt{20}$$

مشاهده می شود که:  $OA^2 + OB^2 = AB^2$  یعنی  $(\sqrt{18})^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{20})^2$   
 پس  $AB$  قطر مستطیل و  $OA$  و  $OB$  ضلع مستطیل  $\leftarrow$

$$S = OA \times OB = \sqrt{18} \times \sqrt{2} \rightarrow S = \sqrt{36} \rightarrow \boxed{S = 6}$$

۱۳

$$f^{-1} = \{(3, 2), (1, -2), (2, -1)\}$$

۱۴

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8} \rightarrow x^2 - 6x + 8 \geq 0 \rightarrow (x-4)(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=4 \end{cases}$$

$x$	$-\infty$	$2$	$4$	$+\infty$	
$x^2 - 6x + 8$		+	o	-	o
		ج	ج	ج	ج

$\rightarrow D_f = (-\infty, 2] \cup [4, +\infty)$

www.my-dars.ir

۱۵

$\triangle ACE$  قائم الزاویه  
 $\rightarrow AD \cdot DE = DC^2 \rightarrow 1 \times x = 2^2 \rightarrow \boxed{x = 4}$