

احتمال

اگر S فضای نمونه محدود و متناهی رخ دادن همه عضوها برابر باشد احتمال هر سیما

برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد اعضا } A}{\text{کل } S}$$

روش حل:

② ترتیب

⑦ گینزی

① خودارزی

نمونه احتمال آمدن k در n بار پرتاب سکه:

$$P(k) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

مثال: سکه را سه بار پرتاب کرده مطلوبیت احتمال آنند:



$$n(S) = 8$$

الف) دوبار سکه بیاید

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

ب) حداقل دوبار سکه بیاید

$$P(B) = \frac{\binom{3}{2} + \binom{3}{3}}{2^3} = \frac{3+1}{8}$$

ج) حداقل دو بار سکه بیاید

$$P(C) = \frac{\binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2}}{2^3} = \frac{7}{8}$$

مسئله 2

6 نفره آزمون، تعداد بردار شده تصادفی در یک ردیف می‌آیند. احتمال دارد:

$$n(S) = 6! = 720$$

الف) دو برابر یک هم باشند
ب) دو برابر دو اول دیگر هم باشند

$$n(A) = 5! \cdot 2!$$

$$P(A) = \frac{5! \cdot 2!}{6!} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = 2 \cdot 4! \rightarrow P(B) = \frac{2! \times 4!}{6!} = \frac{1}{15}$$

انواع می‌آموزیم

$$P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$$

یک مرحله

$$P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(S)} = 0$$

نه می

$$A \cap B \neq \emptyset \quad (\text{دارا عضو مشترک})$$

نه از کار

$$A \cap B = \emptyset$$

نه از کار

مسئله 3

در یک بازی دو تا می‌آیند، عدد و سکه در یک دور (دوم) بزرگ‌تر از عدد و سکه در یک دور اول باشد

$$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)$$

$$(2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)$$

$$(3, 4), (3, 5), (3, 6)$$

$$(4, 5), (4, 6)$$

$$(5, 6)$$

$$P(A) = \frac{15}{36}$$

چند است؟

مای درس

گروه آموزشی عصر

dars.ir

سوال 14

دو طرفه 5 صحره شماره ها 1، 2، 3، 4، 5 رنجه ام، دو صحره با هم از طرف بر و طرف دیگر هم مطلوب است.
احتمال اینکه مجموع شماره ها بزرگتر از 5 باشد.

(2, 5), (1, 5), (3, 5), (4, 5)
(4, 3), (4, 2)

$$P(A) = \frac{6}{\binom{5}{2}}$$

سوال 15 سه تا کرا با هم و یک باب می کنیم مطلوب است. احتمال اینکه اعداد در سه صحره برابر باشند.

$$P(A) = \frac{4 \times 4 \times 4}{6 \times 6 \times 6}$$

ترکیب بیسامدها

استراک دو احتمال: بیسامدها $A \cap B$ زمانی است که هم A و هم B رخ دهند (با هم)

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

قانون اجتماع دو احتمال: بیسامدها $A \cup B$ زمانی است که بیسامدها A یا بیسامدها B یا هر دو رخ دهند

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

اصل شمول (اجتماع)

www.my-dars.ir

اگر دو بیسامدها A و B ناسازگار باشند $A \cap B = \emptyset$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

سؤال 6

عددی از فضاهای نمونه ای { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 } انتخاب می‌کنیم احتمال آنکه عدد انتخاب شده زوج یا مضرب 3 باشد را بدست آوریم.

$$P(\text{مضرب 3} \cup \text{زوج}) = P(\text{زوج}) + P(\text{مضرب 3}) - P(\text{زوج} \cap \text{مضرب 3})$$
$$= \frac{4}{9} + \frac{3}{9} - \frac{1}{9} = \frac{6}{9}$$

احتمال تقاضی دو سیگارد:

سیگارد A-B یعنی زخمی دهانه سیگارد A زخمی دهانه B سیگارد B زخمی دهانه A:

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$

سؤال 7

دو تاس احتمال این مجموعه 7 باشد و هیچ کدام عدد اول نباشند را بیابیم.

$$A = \{(1, 6), (6, 1), (3, 4), (4, 3), (2, 5), (5, 2)\}$$

$$B = \{(2, 5), (5, 2)\}$$

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{6}{36} - \frac{2}{36} = \frac{4}{36}$$

متعمد باشد :

$$P(A') = 1 - P(A)$$

همین تابع به فرغ دادن A ←

مثال 8

در یک بازی دو تاس احتمال آنکه دو تاس صدای نبالند چقدر است ؟

$$\text{دو تاس صدو} = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{6}{36}$$

مثال 9

در یک خانواده چهار فرزند است، احتمال آنکه حداقل دو فرزند پسر باشند، چقدر است ؟

$$\begin{aligned} \textcircled{I} \quad P(\text{حداقل دو پسر}) &= P(\text{دو پسر}) + P(\text{سه پسر}) + P(\text{چهار پسر}) \\ &= \frac{\binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}}{2^4} \end{aligned}$$

$$\textcircled{II} \quad P(\text{حداقل دو پسر}) = 1 - \{P(\text{یک پسر}) + P(\text{هیچ پسر})\} = 1 - \frac{\binom{4}{1} + \binom{4}{0}}{2^4}$$

تکلیف‌های مستقل

دو سیگار A و B را مستقل بخریم. هر دو سیگار را در یک روز خریداری می‌کنیم. احتمال اینکه هر دو سیگار را در یک روز بخریم چقدر است؟

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

مسئله 10

در یک بازی سه مرحله‌ای احتمال اینکه در هر مرحله اولی رو و دومی و سومی پشت بیاید چقدر است؟

$$\begin{aligned} P(A \cap B \cap C) &= P(A) \times P(B) \times P(C) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

مسئله 11

احتمال لجبوری شخص A برابر 8٪ و شخص B، 60٪ است. مطلوبیت احتمال

آنکه الف هر دو نفر را ملاقات خود را بداند

با حداقل یکی از این دو نفر تاحات یابند

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{8}{100} + \frac{60}{100} - \frac{12}{25} = 0.48 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{8}{100} + \frac{60}{100} - \frac{12}{25} = 0.48 \end{aligned}$$

www.my-dars.ir

مسئله 12

40 درصد از افراد عامل RH خونی متعلق اند. مطلوبیت احتمال اینکه فردی دارای RH متعلق باشد

$$P(RH) = P(\text{مرد}) \times P(\text{زن}) = 0.4 \times 0.4 = 0.16$$

مسئله 13

خانواده‌ای دارای سه فرزند است. معلوم است احتمال اینکه RH خون هر سه فرزند یکی نباشد

$$\begin{aligned} P(\text{هر سه RH}^+ \text{ یا هر سه RH}^-) &= P(RH^+, RH^+, RH^+) + P(RH^-, RH^-, RH^-) \\ &= (1/8^3) + (1/8^3) \\ &= 1/4 \end{aligned}$$

$$P(\text{هر سه RH}^+ \text{ یا هر سه RH}^-) = 1 - P(\text{همگی یکی}) = 1 - 1/4 = 3/4$$

احتمال شرطی

احتمال اینکه سیاه A به شرط آنکه سیاه B رخ داده باشد. $P(B) \neq 0$ برابر است با:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

مسئله 14

تاسی را پرتاب می‌کنیم. عددی که در تاس ظاهر می‌شود زوج است. احتمال اینکه عددی که ظاهر می‌شود 2 باشد چقدر است؟

$$S = \{1, 2, \dots, 6\} \rightarrow \begin{cases} A = \{2\} \\ B = \{2, 4, 6\} \end{cases}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{n(A \cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}} = \frac{1/6}{3/6} = \frac{1}{3}$$

قضیه 1

اگر A و B دو سیاه مستقل باشند، نگاه

$$P(A/B) = P(A)$$

مثال 15

خانواده ای دارای سه فرزند است. فرض کنیم فرزند اول پسر است. مطلوب است احتمال اینکه دو فرزند دیگر دختر باشند.

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\bar{1} \cap 1 \cap 1)}{P(\bar{1})} = \frac{P(\bar{1}) \times P(1) \times P(1)}{P(\bar{1})} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

قضیه 2:

اگر A و B دو سیاه ناسازگار باشند، نگاه

$$P(A/B) = 0$$

قانون احتمال می

اگر A_1 و A_2 دو سیاه ناسازگار و متکمیل هم باشند

$$A_1 \cup A_2 = S, A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) = P(A_1) \times P(B/A_1) + P(A_2) \times P(B/A_2)$$

مثال 16

دو عیب به ترتیب در آن 3 و 2 لایب با هم 5 و 3 لایب معیوب است. زادگی - الایب - وازدوس

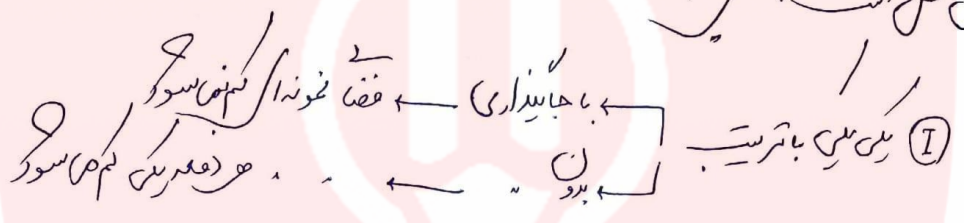
8 لایب انتخاب و در عیب جدید سرانجام حاصل از این عیب المصنوع خارجی من کنیم احتمال اینکه معیوب باشد.

$$P(\text{عیوب}) = P(\text{عیوب اول}) \times P(\text{عیوب دوم}) + P(\text{عیوب دوم}) \times P(\text{عیوب اول}) = \frac{1}{18} \times \frac{5}{3} + \frac{8}{18} \times \frac{3}{7}$$

مسئله 16

برداشتن مهرها از داخل کیسه به دو صورت میسر می‌گردد و خیدهای سوال در صورتی که در حالت اول میسر
 ترتیب قائل می‌شویم ولی در صورت خیدهای ترتیب نداریم و نه میسر است ترتیب (k)

قابل حل است.



II) خیدهای بدون ترتیب

مستند از نوع ترکیب (k) می‌باشد.

مسئله 17

در کیسه 5 مهر قرمز و 6 مهر سیاه داریم اگر دو مهر میسر باجانبندی خارج کنیم
 مطلوب است احتمال آنکه: الف) اولی قرمز و دومی سیاه
 ب) این قرمز میسر سیاه

$$P(\text{دوم قرمز} | \text{اولی قرمز}) = \frac{5}{11} \times \frac{6}{11}$$

$$P(\text{بسیار} | \text{قرمز}) = P(\text{اولی قرمز} | \text{دوم قرمز}) + P(\text{اولی سیاه} | \text{دوم قرمز}) = \frac{5}{11} \times \frac{6}{11} + \frac{6}{11} \times \frac{5}{11} = \frac{60}{121}$$

دو سیاه و سیاه :
نیت به هم مستقل و اساتر و در مسئله ۱ :

$$P(A \cap B) = 0, P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

برقرار نباشد.

۲- احتمال ها غیر هم سانس

۳- اگر سیاه ها A_1, A_2, A_3 از هم جدا باشند و مجموع آنها صفت S را تشکیل دهند

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

$$A_1 \cap A_3 = \emptyset \quad A_1 \cup A_2 \cup A_3 = S$$

$$A_2 \cap A_3 \neq \emptyset$$

$$\Rightarrow P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 1$$

سؤال ۱۸

سه نفر در یک بقیه دو صیانی شرکت کردند احتمال برنده شدن شخص A (دو بار شخص B و احتمال برنده شدن B دو بار C) من به سه معلوم است احتمال :

الف) A برنده شود

ب) A یا C برنده شوند

ج) B برنده شود

$$\begin{cases} P(A) = 2P(B) \\ P(B) = 2P(C) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P(A) = \frac{4}{7} \\ P(B) = \frac{2}{7} \\ P(C) = \frac{1}{7} \end{cases}$$

چون سابقه حتماً برنده دارد پس $P(A) + P(A_2) + P(A_3) = 1$

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) = \frac{5}{7}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = \frac{5}{7}$$

تابع توزیع دو جمله‌ای

آزمایش تنها با دو نتیجه رد یا قبول را روند.

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

n کل تکرار
 x تعداد مطلوب
 p احتمال مطلوب هر دفعه

مسئله 19

سه بار با نفع یا زیان منتهی احتمال این سه بار و بیاید.

$$\left\{ \begin{aligned} P(3) &= \frac{\binom{5}{3}}{2^5} \\ f(3) &= \binom{5}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 = \end{aligned} \right.$$

مسئله 20

در یک جعبه 4 مهره قرمز و 4 مهره سفید داریم، 3 مهره را بیرون می‌کشیم احتمال اینکه 2 مهره

$$n=3$$
$$x=2$$
$$P(2) = \frac{4}{9} \quad f(2) = \binom{3}{2} \left(\frac{4}{9}\right)^2 \left(1 - \frac{4}{9}\right)^1$$

آنها باشد محتمل است.

متغیر تصادفی

اگر به هر چند نتیجه از یک سری عددی نسبت دهیم، آن عدد را متغیر تصادفی می نامند

مسئله 21

خانواده ای صاحب دو فرزند است. تمام حالات را به یک رنگ درختی و روش متغیر تصادفی توصیف کنید.

$$S = \{ (د، د) ، (د، د) ، (د، د) ، (د، د) \}$$

متغیر تصادفی $n=3$
تعداد سیرا $n=$

	$x=0$	$x=1$	$x=2$
P			

جدول توزیع احتمال: جدیدی که بیانگر تمام حالات با احتمال باشد

مسئله 22

رضا نوازه ای 3 فرزند هم زمان دارد است. جدول توزیع احتمال تعداد سیرا از دو رنگ فوق حل کنید

\rightarrow احتمال سیرا $= \frac{1}{8}$
 \rightarrow احتمال دوبر $= \frac{3}{8}$
 \rightarrow احتمال سیرا $= \frac{3}{8}$
 \rightarrow احتمال سیرا $= \frac{1}{8}$

x	$x=0$	$x=1$	$x=2$	$x=3$
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

پس:

$n=3$
 $P = \frac{1}{2}$

x	$x=0$	$x=1$	$x=2$
P	$\binom{3}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(1-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$	$\binom{3}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(1-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$	$\binom{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1-\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{3}{8}$

مسئله 23

در آزمایه‌های 5 سوئل سفید، 4 سوئل سیاه دائم، 3 سوئل زرد انتخاب می‌کنیم جدول توزیع احتمال حاصل

η	$\eta=0$	$\eta=1$	$\eta=2$	$\eta=3$	سوئل سفید را کسین بصدرا
P	$\frac{\binom{5}{0}\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}$	$\frac{\binom{5}{1}\binom{4}{2}}{\binom{9}{3}}$	$\frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}$	$\frac{\binom{5}{3}\binom{4}{0}}{\binom{9}{3}}$	

نکته

برای منابع محدود ← فقط روش ترکیب مسائل کیه

نه محدود ← روش دهنی یا روش دو جدول تقادیر

مسئله 24

در آزمون 5 صوره قرمز، 4 صوره سفید، 3 صوره زرد دائم، 2 صوره خارج من نبع جدول توزیع

احتمال تعداد صوره سفید را بنویسید

η	$\eta=0$	$\eta=1$	$\eta=2$
P	$\frac{\binom{4}{0}\binom{8}{2}}{\binom{12}{2}}$	$\frac{\binom{4}{1}\binom{8}{1}}{\binom{12}{2}}$	$\frac{\binom{4}{2}\binom{8}{0}}{\binom{12}{2}}$

مسئله 25

در آزمایه‌های 5 سوئل سالم، 3 سوئل صابنی تعدادی من شوند 2 سوئل از محفظه برنجه باشند

با کدام احتمال فقط یک از سوئل قرمز را بایست است؟

$$\frac{\binom{5}{1}\binom{3}{1}}{\binom{8}{2}}$$

سوال 25

درجه اول معادله موجود است. 0.5 احتمال موفقیت است. اگر 3 لایه انتخاب کنیم
احتمال اینکه 2 تا از آنها موفق باشند چقدر است؟

* منبع مورد

$$\text{حل شرط: } \begin{cases} n=3 \\ p=\frac{5}{20}=\frac{1}{4} \\ x=2 \end{cases} \quad f(x) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(1-\frac{1}{4}\right)^1 = \frac{2}{64}$$

$$\text{حل صحیح: } P(\text{دو لایه موفقیت}) = \frac{\binom{5}{2} \binom{15}{1}}{\binom{20}{3}} = \frac{5}{38}$$

سوال 26

رضانواده ای با چهار فرزند، احتمال اینکه RH خون فرزندان یک دو صفت باشد چقدر است؟

$$\begin{aligned} P(\text{یک دو صفت}) &= P(RH^+, RH^-, RH^+, RH^-) + P(RH^-, RH^+, RH^-, RH^+) \\ &= (0.84 \times 0.16 \times 0.84 \times 0.16) + (0.16 \times 0.84 \times 0.16 \times 0.84) \end{aligned}$$

گروه آموزشی عصر

www.my-dars.ir